

УДК 519.6

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕОФИЛЬТРАЦИИ НА ОРОШАЕМЫХ ЗЕМЛЯХ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

*Хакназарова Д., Садуллаев С., \*Муродуллаев Б.**\*bmurodullayev1114@gmail.com*

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,  
100125, Узбекистан, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-он, м-в Буз-2, д. 17А.

В статье на основе изученной литературы проанализированы теоретические и практические аспекты математической модели прогнозирования движения и уровня подземных вод. Использование данной модели позволяет эффективно управлять оросительными системами и экономить водные ресурсы. Представлена усовершенствованная математическая модель, основанная на законе Дарси и уравнениях конвекции-диффузии для определения движения и уровня подземных вод для площадей для повторных культур. Модель позволяет определить скорость движения и концентрацию подземных вод с учетом процессов конвекции и диффузии воды. Кроме того, эффективность модели повышается за счет использования таких факторов, как уровень солености воды, температура и насыщенность почвы при расчете коэффициента проницаемости.

**Ключевые слова:** уровень подземных вод, скорость фильтрации, температура, концентрация, насыщение, поливная вода, функция уровня.

**Цитирование:** *Хакназарова Д., Садуллаев С., Муродуллаев Б.* Численное моделирование процесса геофильтрации на орошаемых землях с учетом физических факторов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2025. – № 1(63). – С. 17-26.

### 1 Введение

Оросительные системы имеют решающее значение в эффективном управлении водными ресурсами на территориях, где возделываются повторные культуры. Однако в процессе орошения движение и изменение уровня подземных вод приводят к сложным гидрологическим процессам. Эти процессы тесно связаны с физическими свойствами почвы, водным потоком и его распространением, а также с условиями поверхности и подземности. Поэтому точное прогнозирование движения и уровня подземных вод имеет большое значение для эффективного управления оросительными системами, экономии водных ресурсов и предотвращения экологических рисков.

Разработана математическая модель для наблюдения и прогнозирования изменения уровня подземных вод и концентрации солей, а также для отражения процессов затопления, засоления и заболачивания при проектировании гидротехнических сооружений. Представлен качественный анализ исследований по данной теме. Поскольку процесс описывается нелинейным дифференциальным уравнением, для его решения разработан численный алгоритм, основанный на схемах конечных разностей. Усовершенствованы математические модели процессов миграции и геофильтрации солей, разработаны их вычислительные алгоритмы. Также разработан специальный численный алгоритм для расчета изменения уровня подземных вод с учетом активной пористости и скорости течения в двухслойных горизонтах [1–3].

Рассмотрена задача численного моделирования процесса фильтрации подземных вод, взаимодействующих с поверхностными водами в районах посева повторных культур. Прежде чем приступить к решению данной статьи, была глубоко изучена научная литература, относящаяся к математическому и численному моделированию, и приведен их анализ. Показатели уровня грунтовых вод в исследуемом водоносном горизонте определены относительно нижнего водонепроницаемого горизонта, а движение грунтовых вод в водоносных горизонтах описывается нелинейным дифференциальным уравнением с частными производными параболического типа. Результаты проведенных вычислительных экспериментов показали, что орошаемые воды являются основным фактором, существенно влияющим на процесс фильтрации [4, 5].

Повторные культуры - это растения, которые во второй или третий раз высаживаются в поле после уборки урожая первой культуры. Они дадут урожай в этом году, помогут повысить эффективность земли и получить больше сельскохозяйственной продукции с одной площади. Способы посева повторных культур чаще всего применяются в районах с тёплым и длительным осенним, влажным климатом или в районах орошаемого земледелия [6].

Даны пояснения по моделированию физических и химических свойств подземных вод, а также представлены основные сведения о физической и химической гидрогеологии [7–9].

Даны разъяснения об основных задачах в процессе моделирования и способах их решения. Объяснены процессы опровержения распространенных заблуждений о моделировании подземных вод [7, 10–12].

Исследована система моделирования, основанная на динамике влажности почв и подземных вод, а также разработаны численные решения для моделей гидрологических процессов [13].

Разработана математическая модель процесса засоления с учетом инфильтрации в неорошаемых слоистых почвах. Для решения задачи был использован метод конечных разностей [14].

С учетом постоянного давления и различных внутренних границ была предложена математическая модель и проведены вычислительные эксперименты для изучения волновых колебаний морской воды и их проникновения в прибрежные водоносные горизонты под воздействием подземных вод [15].

Вышеуказанная литература представляет основные знания по ирригационным системам и прогнозированию движения и уровня подземных вод. На основе анализа существующих исследований установлено, что в процессе моделирования уровня и движения подземных вод наиболее важной и сложной задачей является определение индивидуальных параметров для каждого участка и правильное распределение ресурсов, выделяемых на них. Также было замечено, что на орошаемых земельных площадях среда в большинстве случаев неоднородна и равное распределение ресурсов не может обеспечить насыщение воды. Достаточное обеспечение уровня воды на орошаемых землях, уравнивание избыточного уровня внешними факторами и регулярное пополнение площадей с недостаточным уровнем обеспечивают не только урожайность, но и решение экологических проблем.

## 2 Постановка задачи

Мы стремимся разработать информационную систему для орошаемых участков и с помощью этой системы рассчитать физические свойства процесса в пространстве и времени, принимая частные параметры каждого участка. С помощью предложенной

математической модели мы хотим разработать алгоритм, представляющий движение и уровень подземных вод в качестве информации с высоким уровнем точности. При этом мы создали информационную модель путем формирования в информационной системе параметров почвы, среднего количества осадков, инфильтрации, температуры, степени засоления и других данных для первоначально выбранного участка и обеспечения автоматического обновления. Коэффициент проницаемости среды рассчитывается с помощью таких факторов, как температура, пористость, давление, минерализация воды, скорость насыщения почвы, а скорость потока в пористой среде определяется на основе закона Дарси. Предложены математическая модель и программное обеспечение для прогнозирования подземного движения количества воды, подаваемой на участок, и изменения уровня подземных вод с помощью уравнения конвекции-диффузии с учетом скорости потока и водонасыщения.

Поскольку значения всех участвующих в математической модели коэффициентов и искомых функций не возрастают сразу, мы решили использовать ограниченно-разностную схему.

Для обеспечения устойчивости и точности математической модели в процессе определения временного шага относительно пространственных переменных и расчета используется условие Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Этот метод позволяет повысить эффективность расчета за счет остановки или пропуска процесса расчета в районах, где достигнута достаточная концентрация воды. Метод переменного расчета временных шагов полностью оправдал себя, и процесс проверки непрерывности на каждом временном шаге искомой функции все время находился в стационарном состоянии.

Для численного моделирования процесса геофильтрации на орошаемых площадях с учетом физических особенностей мы предложили следующую математическую модель:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + (1 - H) \left( u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \\ (1 - H) \left( D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + W_C. \end{aligned} \quad (1)$$

Согласно закону Дарси скорости фильтрации жидкости в пористой среде определяются следующим образом:

$$u = -k \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = -k \frac{\partial P}{\partial y}, \quad w = -k \frac{\partial P}{\partial z}.$$

Начальные и граничные условия для предлагаемой математической модели:

$$C|_{t=0} = C_0.$$

Значения концентрации и давления в предельных точках введены следующими равенствами. Для функции  $C$ , выражающей концентрацию:

$$\begin{aligned} x = 0, C(0, y, z, t) &= C(x + \Delta x, y, z, t) + (C(x + \Delta x, y, z, t) - C(x + 2\Delta x, y, z, t)), \\ x = L_x, C(x, y, z, t) &= C(x - \Delta x, y, z, t) + (C(x - \Delta x, y, z, t) - C(x - 2\Delta x, y, z, t)), \\ y = 0, C(x, 0, z, t) &= C(x, y + \Delta y, z, t) + (C(x, y + \Delta y, z, t) - C(x, y + 2\Delta y, z, t)), \\ y = L_y, C(x, y, z, t) &= C(x, y - \Delta y, z, t) + (C(x, y - \Delta y, z, t) - C(x, y - 2\Delta y, z, t)), \\ z = 0, C(x, y, 0, t) &= C(x, y, z + \Delta z, t) + (C(x, y, z + \Delta z, t) - C(x, y, z + 2\Delta z, t)), \\ z = L_z, C(x, y, z, t) &= W_{Lz}, \end{aligned}$$

где  $C(x, y, z, t)$  – концентрация воды;  $W_C(x, y, z, t)$  – дополнительный источник воды или компонент потерь;  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$ ,  $w(x, y, z, t)$  – компоненты скорости конвекции;  $D_x(x, y, z, t)$ ,  $D_y(x, y, z, t)$ ,  $D_z(x, y, z, t)$  – коэффициенты диффузии.

$$W_C = \delta_d Q_d + \delta_k Q_k - \delta_z Q_z, \quad W_{Lz} = \delta_{in} Q_{in} - \delta_b Q_b + \delta_s Q_s,$$

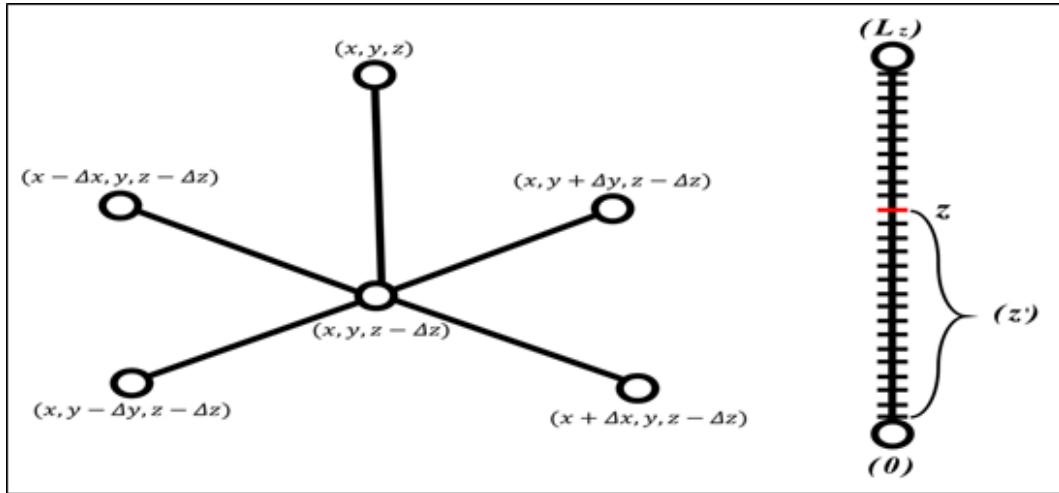
где  $Q_d$  – количество подземных вод;  $Q_k$  – подземное впитывание воды из рек и каналов;  $Q_z$  – вынос подземных вод (в дренажи);  $Q_{in}$  – инфильтрационное насыщение подземных вод атмосферными осадками;  $Q_s$  – количество воды, подаваемой в орошаемый период;  $Q_b$  – испарение [7].

$$\delta_m = \begin{cases} 1, & x = x_m, y = y_m, z = z_m, t = t_m \\ 0, & x \neq x_m, y \neq y_m, z \neq z_m, t \neq t_m, \\ & m \in [d, k, z, in, b, s]. \end{cases}$$

Для определения уровня воды  $H(x, y, z, t, C)$  используем следующее соотношение:

$$H(x, y, z, t, C) = \begin{cases} 1, & \begin{cases} C_{max}(x, y, z', t) - C(x, y, z', t) \leq \varepsilon \forall z' \leq z, \\ C_{max}(x, y - \Delta y, z - \Delta z, t) - C(x, y - \Delta y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x, y + \Delta y, z - \Delta z, t) - C(x, y + \Delta y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x - \Delta x, y, z - \Delta z, t) - C(x - \Delta x, y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x + \Delta x, y, z - \Delta z, t) - C(x + \Delta x, y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon. \end{cases} \\ 0. \end{cases}$$

Здесь  $C_{max}(x, y, z, t)$  – максимальная концентрация водопоглощения среды.



**Рис. 1** Пространственная зависимость при расчете для функции  $H$

Эта величина, которая обычно принимает различные значения на площадях, зависит от типа почвы и концентрации почвы в ее среде. В работах многих ученых средний диапазон изменений рассматривался от 0,3 до 0,45. Если существуют сложные неоднородные пористые среды, то максимум этих значений изменяется от 0,1 до 0,7. В работе в процессе визуализации вычислительных экспериментов максимальные значения отображаются функцией уровня воды  $H(x, y, z, t, C)$ , а коэффициент проводимости определяется следующим выражением:

$$k(x, y, z, t) = k_0 \left( 1 + \frac{P(x, y, z)}{P_0} - \frac{S(x, y, z, t)}{S_0} \right) \frac{T(x, y, z)}{T_0} (1 - F(x, y, z, t)), \quad (2)$$

где  $k_0$  – текущий коэффициент проницаемости;  $P(x, y, z)$  – функция давления;  $S(x, y, z, t)$  – степень солености воды;  $P_0, S_0, T_0$  – характерное значение коэффициентов;  $T(x, y, z)$  – температура;  $F(x, y, z, t)$  – степень насыщения почвы.

Из равенства (2) следует, что степень питания почвы изменяется во времени и может изменяться из-за поступления воды в почву через дождь или орошение. Для описания этого процесса мы используем функцию логистического роста, которая представляет собой повышение уровня питания почвы и последующее возвращение ее в устойчивое состояние:

$$F(x, y, z, t) = F_{max} \frac{1}{1 + e^{-k_F(t-t_0)}},$$

где  $F_{max}$  – максимальная степень насыщения почвы;  $k_F$  – коэффициент насыщения почвы;  $t_0$  – точка инфляции, т.е. показывает время наиболее быстрого роста процесса насыщения.

Скорость насыщения почвы обычно измеряется часами или днями. Этот коэффициент зависит от водопоглощающей способности почвы, а также от количества осадков и условий орошения.

Быстропоглощающие почвы (песчаные): эти почвы быстро поглощают воду, поэтому значение  $k_F$  высокое. На основании имеющейся литературы значение  $k_F$  может варьироваться от 0,5 до 2,0 в час.

Медленно поглощающие почвы (глинистые или глинистые): эти почвы медленно поглощают воду, поэтому значение ниже, например, может изменяться от 0,1 до 0,5 в час.

Из равенства (2) следует, что степень засоленности воды может изменяться во времени, что обычно происходит из-за водных потоков, испарения воды и других экологических процессов. Если соленость воды изменяется со временем, то ее можно определить по следующей функции:

$$S(x, y, z, t) = S_0 e^{-k_s t},$$

где  $S_0$  – начальный уровень солености воды;  $k_s$  – коэффициент снижения засоленности воды.

Скорость снижения солености воды в основном зависит от степени испарения воды и количества чистой воды, поступающей в водоем. Эта скорость обычно измеряется в единицах дня или месяца. В хорошо текущих реках и водохранилищах степень солености быстро меняется, так как свежая вода поступает чаще. В этих случаях значение  $k_s$  обычно колеблется от 0,01 до 0,1 в сутки.

В местах с ограниченным водообменом (например, в искусственных водохранилищах или в особых климатических условиях) скорость изменения концентрации солей в воде может уменьшаться, и значение  $k_s$  обычно колеблется от 0,001 до 0,01 в месяц.

### 3 Алгоритм решения

Поскольку поставленная задача сложна и многомерна, трудно получить аналитическое решение. Учитывая это, заменяя непрерывную область изменения сетчатой

областью, используя метод конечных разностей для решения поставленной задачи

$$\Omega = \{x_i = x_0 + i\Delta x, i = 0, 1, \dots, N_x; y_j = y_0 + j\Delta y, \\ j = 0, 1, \dots, N_y; z_k = z_0 + k\Delta z, k = 0, 1, \dots, N_z, T_n\},$$

определим время с помощью следующего выражения  $T_n = \sum_{\tau=0}^n \Delta t_\tau$ . Для поддержания устойчивости конечно-разностной схемы определяем шаг времени следующим образом:

$$\Delta t = \min \left( \frac{\Delta x}{u_{max}}, \frac{\Delta y}{v_{max}}, \frac{\Delta z}{w_{max}}, \frac{\Delta x^2}{2D}, \frac{\Delta y^2}{2D}, \frac{\Delta z^2}{2D} \right).$$

Объединив вышеуказанные компоненты, представим уравнение (1) в виде общего конечного разностного уравнения:

$$\frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^n}{\Delta t^n} = \\ = (1 - H(x_i, y_j, z_k, T_n, C_{i,j,k}^n)) \left( \begin{aligned} & -u_{i,j,k}^n \frac{C_{i+1,j,k}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta x} - v_{i,j,k}^n \frac{C_{i,j+1,k}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta y} - \\ & -w_{i,j,k}^n \frac{C_{i,j,k+1}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta z} + D_x \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \\ & + D_y \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \\ & + D_z \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \end{aligned} \right) + \\ + W_{C_{i,j,k}}^n,$$

где  $u_{i,j,k}$ ,  $v_{i,j,k}$ ,  $w_{i,j,k}$  – компоненты адвекции;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – пространственные шаги;  $D_x, D_y, D_z$  – коэффициенты диффузии.

Чтобы получить итеративное решение общего дискретизированного уравнения, разделим его на известные и неизвестные,

$$C_{i,j,k}^{n+1} = C_{i,j,k}^n + \\ + \Delta t^n \left( (H(x_i, y_j, z_k, T_n, C_{i,j,k}^n) - 1) \left( \begin{aligned} & u_{i,j,k}^n \frac{C_{i+1,j,k}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta x} + \\ & + v_{i,j,k}^n \frac{C_{i,j+1,k}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta y} + \\ & + w_{i,j,k}^n \frac{C_{i,j,k+1}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta z} - \\ & - D \left( \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right) \right) \right) + W_{C_{i,j,k}}^n. \end{aligned} \right)$$

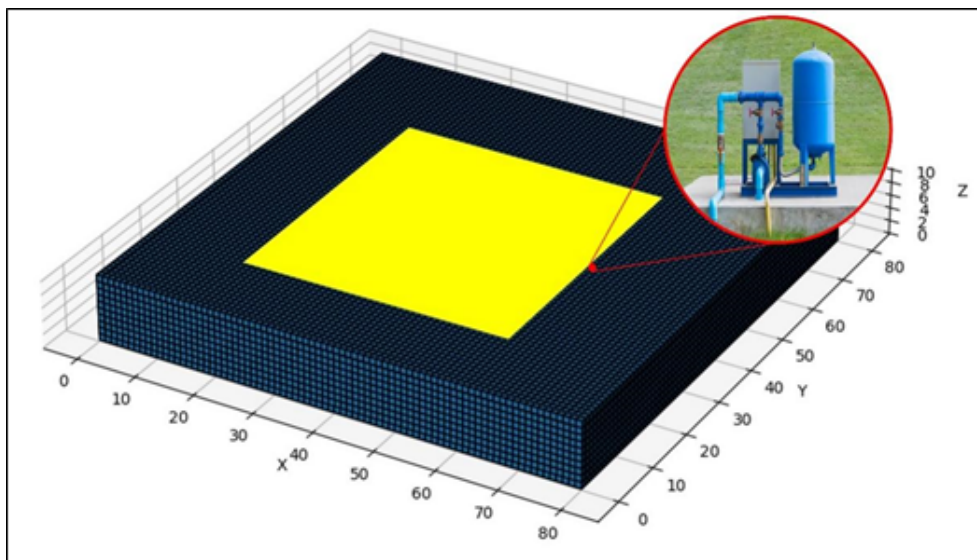
Используя метод итерации для поставленной задачи, сходимость проверяется следующим условием

$$\max |C^{r+1} - C^r| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 0.001,$$

где  $r$  – количество итераций,  $\varepsilon$  – точность итерационного процесса (0,001).

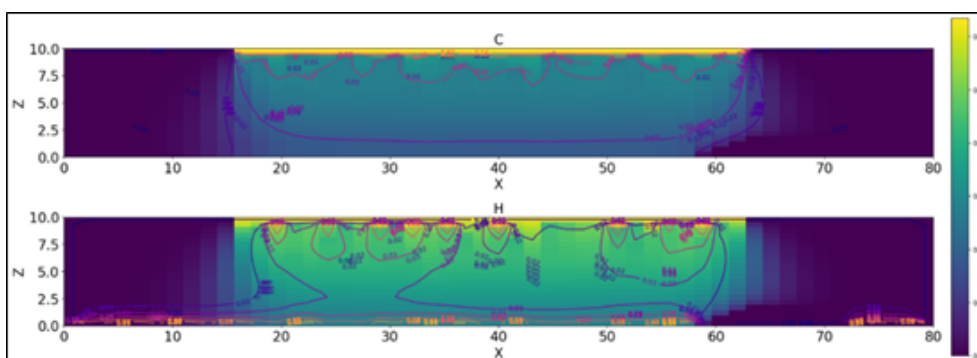
## 4 Результаты

С помощью математического обеспечения, разработанного для исследования движения подземных вод, мониторинга и прогнозирования уровня, были проведены расчетные эксперименты на современном компьютере, и результаты расчетных экспериментов для значений функции  $H$ , отображенной с помощью  $C_{max}$ , и значений  $C$  текущей концентрации представлены на рисунках 2-8

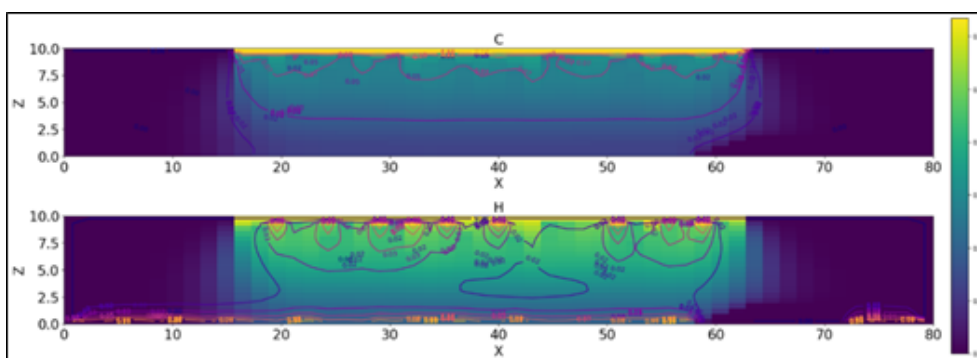


**Рис. 2** Подача частичной оросительной воды и водозабор через дренаж (насос).

При рассмотрении пограничных условий и в случае подачи оросительной воды на определенную часть территории, а также в случае расположения дренажа (колодцев) мы получили следующие результаты.



**Рис. 3** Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 10$  часов



**Рис. 4** Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 20$  часов

На рисунке 3 показано состояние концентрации воды, поступающей в  $t = 0$ , и степени насыщения среды в начальных условиях орошения.

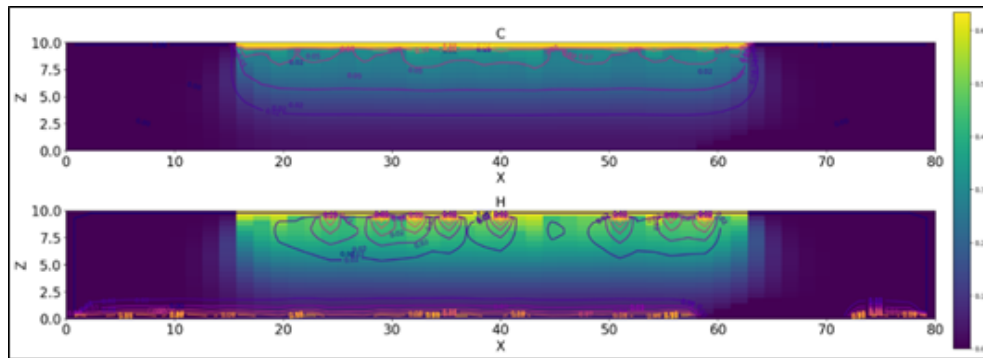


Рис. 5 Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 30$  часов

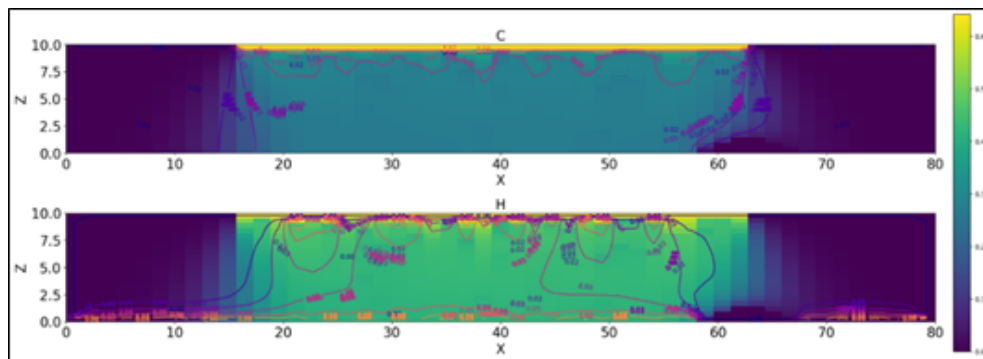


Рис. 6 Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 50$  часов

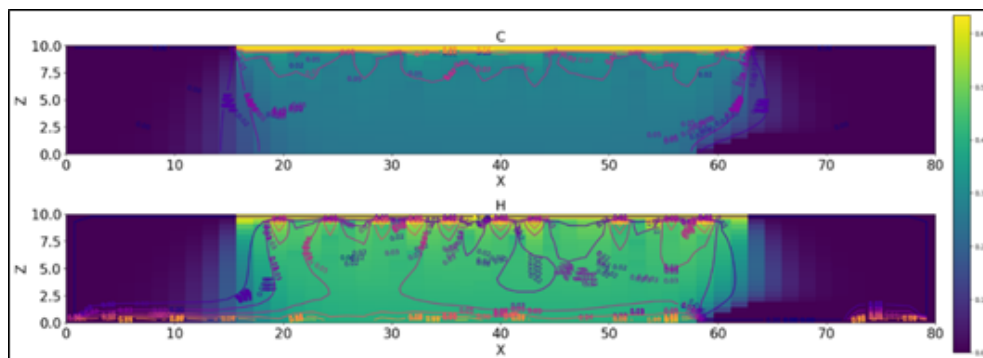


Рис. 7 Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 70$  часов

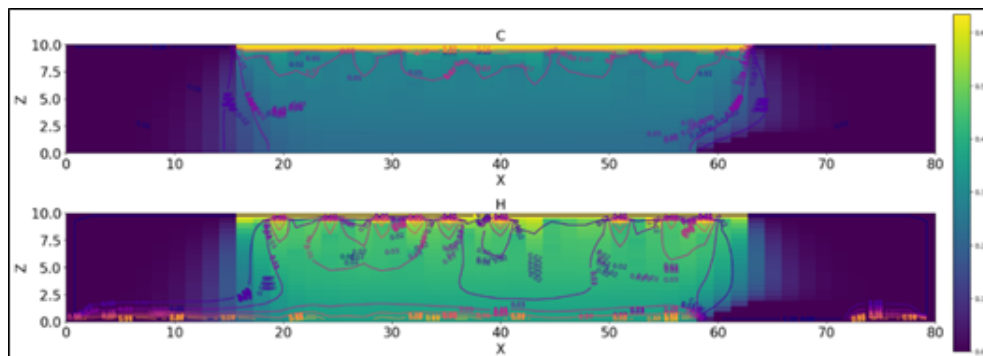


Рис. 8 Значения концентрации  $C$  и уровня  $H$  подземных вод за время  $t = 100$  часов



На рисунках (4-8) концентрация воды, поступающей в среду, и степень насыщения среды в промежутке времени  $t = 10, t = 20, t = 30, t = 50, t = 70, t = 100$  относительно стабильны. Это отражает сбалансированное состояние подземных вод. Уровень поступления и насыщения воды в процессе орошения находится в равновесии, что позволяет определить физические свойства почвы и оптимальное управление водными ресурсами.

## 5 Заключение

Из исследования были сделаны следующие выводы.

1. Теоретическая значимость – новая математическая модель позволяет точно прогнозировать движение и уровень подземных вод. Эта модель определяет скорость движения подземных вод и концентрацию воды с учетом физических свойств почвы, стока и распределения воды, а также наземных и подземных условий.

2. Практическая значимость – модель обеспечивает возможность управлять оросительными системами, экономить водные ресурсы и предотвращать загрязнение подземных вод. Это также поможет разработать рекомендации по решению экологических проблем.

3. Эффективность – повышение точности математического моделирования. В математической модели учитываются такие факторы, как степень солености воды, температура и степень насыщения почвы, что повышает точность модели. Закон Дарси и уравнения конвекции-диффузии позволяют точно рассчитать процессы конвекции и диффузии воды.

## Литература

- [1] *Ravshanov N., Daliev S., Abdullaev Z., Khafizov O.* Ground and confined underground waters and their salt content // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2020. – Vol. 896. – DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012047.
- [2] *Ravshanov N., Daliev S.* Non-linear mathematical model to predict the changes in underground water level and salt concentration. // Phys.: Conf. Ser.: – 2020. – Vol. 1441. – DOI 10.1088/1742-6596/1441/1/012163
- [3] *Ravshanov N., Zagrebina S.A., Daliev Sh.K.* Numerical simulation of unsteady underground water filtration in a porous medium . // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2019. – No. 4(22). – С. 12-30.
- [4] *Ravshanov N., Murodullaev B.T., Boborakhimov B.I.* Numerical modeling of groundwater filtration processes in irrigation areas. // Problems of Computational and Applied Mathematics. – 2024. – No. 3(57). – P. 47–56.
- [5] *Khabibullaev I., Murodullaev B.T., Hagnazarova D.O.* Numerical modeling of groundwater filtration in irrigated areas. // Problems of Computational and Applied Mathematics. – 2023. – No. 5(52). – P. 44–55.
- [6] *Sodiqov R.O., Yangiboyev X.H.* Takroriy ekin yer uchun ham, dehqon uchun ham foydalidir. // Scientific Impulse. – 2023. – Vol. 3, – No. 100, – P. 1524–1527. – <https://nauchniyimpuls.ru/index.php/ni/article/view/8302>
- [7] *Боборахимов Б., Муродуллаев Б., Журабоева О., Хакназарова Д.* Математическое и численное моделирование процесса геофильтрации орошаемых сельскохозяйственных земель с учетом физических характеристик. // Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий. – 2024. – No. 3. – Vol. 7, – P. 45–52. doi.org/10.62132/ijdt.v7i3.195
- [8] *Carsel R.F., Parrish R.S.* Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. // Water Resour Res. – 1988. – Vol. 24, – No. 5, – P. 755–769.

- [9] *Domenico P.A., Schwartz F.W.*, Physical and chemical hydrogeology. // – 1997.
- [10] *Harbaugh A.W., Banta E.R., Hill M.C., McDonald M.G.* Geological survey modular groundwater model-user guide to modularization concepts and the ground-water flow process. // US Geological Survey Open-File Report. – 2000. <https://doi.org/10.3133/ofr200092>
- [11] *Cleveland T.G.* 2020. Applied Contaminant Transport Modeling-Theory and Practice. // Transactions American Geophysical Union. – 1996. – Vol. 77. – No. 48, – P. 479–479. DOI: 10.1029/96EO00320.
- [12] *Kinzelbach W.* Groundwater modelling An introduction with sample programs in BASIC. // Elsevier. – 1986.
- [13] *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод . // Наука. – 1977 – 664 с.
- [14] *Черепанский М.М.* Региональные гидрогеологические прогнозы влияния отбора подземных вод на речной сток. // – 2006. – 395 с.
- [15] *Орехов В.В., Хохотва С.Н., Алексеев Г.В.* Математическое моделирование изменения гидрогеологического режима территории в результате строительства подземного комплекса. // Вестник МГСУ. – 2016. – Vol. 4, – С. 52–61.

*Поступила в редакцию 25.02.2025*

UDC 519.6

## NUMERICAL MODELING OF THE GEOFILTRATION PROCESS ON IRRIGATED LANDS TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL FACTORS

*Haknazarova D., Sadullaev S., \*Murodullaev B.*

\*bmurodullayev1114@gmail.com

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,  
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan.

The article analyzes the theoretical and practical aspects of the mathematical model for forecasting groundwater movement and level based on the studied literature. Using this model allows for efficient management of irrigation systems and conservation of water resources. An improved mathematical model based on Darcy's law and convection-diffusion equations for determining groundwater movement and level for areas for repeated crops is presented. The model allows for determining the velocity and concentration of groundwater, taking into account the processes of water convection and diffusion. Furthermore, the model's effectiveness is enhanced by utilizing factors such as water salinity level, temperature, and soil saturation when calculating the permeability coefficient.

**Keywords:** groundwater level, filtration rate, temperature, concentration, saturation, irrigation water, level function.

**Citation:** Haknazarova D., Sadullaev S., Murodullaev B. 2025. Numerical modeling of the geofiltration process on irrigated lands taking into account physical factors. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 1(63): 17-26.

# ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

**№ 1(63) 2025**

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

**Учредитель:**

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта.

**Главный редактор:**

Равшанов Н.

**Заместители главного редактора:**

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

**Ответственный секретарь:**

Ахмедов Д.Д.

**Редакционный совет:**

Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л., Бурнашев В.Ф.,  
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,  
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),  
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,  
Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М.,  
Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С., Садуллаева  
Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х.,  
Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан),  
Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия),  
Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при  
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

**Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

**Дизайн и вёрстка:**

Шарилов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 28.02.2025 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №1. Тираж 100 экз.

# PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

**No. 1(63) 2025**

The journal was established in 2015.  
6 issues are published per year.

**Founder:**

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

**Editor-in-Chief:**

Ravshanov N.

**Deputy Editors:**

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

**Executive Secretary:**

Akhmedov D.D.

**Editorial Council:**

Aloev R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L., Burnashev V.F.,  
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),  
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov  
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova E.Sh.,  
Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,  
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,  
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),  
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),  
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),  
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the  
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

**Address:**

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

**Layout design:**

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 28.02.2025

Format 60x84 1/8. Order No. 1. Printed copies 100.

# Содержание

*Алимова Н.Б., Паровик Р.И.*

Осциллятор ФитцХью-Нагумо с переменной наследственностью и внешним воздействием . . . . . 5

*Хакназарова Д., Садуллаев С., Муродуллаев Б.*

Численное моделирование процесса геофильтрации на орошаемых землях с учетом физических факторов . . . . . 17

*Набиева И.С.*

Численное моделирование переноса и диффузии загрязняющих частиц с учетом характеристик воздушного потока и температуры . . . . . 27

*Равшанов Н., Садуллаев С., Шадманова К.У., Журабаев Х.А.*

Исследование и анализ математических моделей процессов фильтрации подземных вод в многослойных неоднородных пористых средах . . . . . 41

*Таштемирова Н.*

Математическая модель и численный алгоритм для исследования процесса распространения пылевых и мелкодисперсных аэрозолей в атмосфере . . . . . 57

*Боборахимов Б.И.*

Численное моделирование турбулентного переноса примесей в пространственно неоднородной среде атмосферы . . . . . 77

*Икрамов А.М.*

Численное моделирование трехмерных нестационарных процессов теплопроводности в неоднородных телах . . . . . 99

*Каюмов А.А., Искандарова Ш.Б.*

Численное исследование влияния моментов на изгиб пластины при нестационарном нагружении . . . . . 108

*Бердимуратов М.Б.*

Сравнительный анализ оценки неизвестных параметров гамма-распределения с цензурированными справа данными в неполных статистических моделях . 116

# Contents

*Alimova N.B., Parovik R.I.*

FitzHugh-Nagumo oscillator with variable heredity and external forcing . . . . . 5

*Haknazarova D., Sadullaev S., Murodullaev B.*

Numerical modeling of the geofiltration process on irrigated lands taking into account physical factors . . . . . 17

*Nabieva I.S.*

Numerical modeling of the transport and diffusion of pollutant particles taking into account airflow characteristics and temperature . . . . . 27

*Ravshanov N., Sadullayev S., Shadmanova K.U., Jurabaev Kh.A.*

Study and analysis of mathematical models of groundwater filtration processes in multilayer heterogeneous porous media . . . . . 41

*Tashtemirova N.*

Mathematical model and numerical algorithm for studying the process of dispersion of dust and fine aerosols in the atmosphere . . . . . 57

*Boborakhimov B.I.*

Numerical modeling of turbulent transport of impurities in a spatially inhomogeneous atmospheric environment . . . . . 77

*Ikramov A.M.*

Numerical modeling of three-dimensional unsteady heat conduction processes in inhomogeneous bodies . . . . . 99

*Kayumov A.A., Iskandarova Sh.B.*

Numerical study of the influence of moments on plate bending under transient loading . . . . . 108

*Berdimuradov M.B.*

Comparative analysis of unknown parameter estimation of the gamma distribution with right-censored data in incomplete statistical models . . . . . 116

# HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL  
AND APPLIED MATHEMATICS

