

УДК 519.71

РЕШЕНИЕ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ СМЕШАННО-БИНАРНОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

¹*Мухамедиева Д.Т.*, ^{2*}*Раупова М.Х.***r.mokhinur@gmail.com*¹Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства»,
100000, Узбекистан, Ташкент, ул. Кари Ниязий 39;²Чирчикский государственный педагогический университет,
111700, Узбекистан, Ташкент, г. Чирчик, Проспект Амира Темура, 104.

В работе рассмотрен оптимизатор Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) – мощный инструмент для решения задач оптимизации, особенно в контексте смешанно-бинарной ограниченной оптимизации (MBCO). Этот тип задач широко применяется в различных областях, включая логистику, финансы и операции. Энергетическая отрасль сталкивается с вызовами в области оптимизации в связи с необходимостью максимизации эффективности производства энергии, снижения выбросов парниковых газов и повышения использования возобновляемых источников энергии. Переход к использованию квантовых вычислений открывает новые возможности для решения этих задач, позволяя обрабатывать большие объемы данных и выполнять сложные вычисления более эффективно. Оптимизатор ADMM представляет собой инновационный подход к решению задач оптимизации в области энергетики с использованием квантовых вычислений. Он позволяет эффективно решать задачи MBCO, учитывая различные ограничения и требования, связанные с производством и распределением энергии. Результаты исследования демонстрируют превосходную производительность и точность оптимизатора ADMM в сравнении с другими методами оптимизации. Разработанный оптимизатор ADMM представляет значительный вклад в область оптимизации в энергетической отрасли и имеет потенциал для широкого применения в решении различных задач, связанных с производством и управлением энергией.

Ключевые слова: смешанно-бинарная оптимизация, энергетика, квантовые вычисления, эффективность, экологическая устойчивость.

Цитирование: *Мухамедиева Д.Т., Раупова М.Х.* Решение сложных задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 6(62). – С. 137-146.

1 Введение

Оптимизация играет ключевую роль в повышении эффективности и оптимизации процессов в различных отраслях, включая логистику, финансы, операции и энергетику. Одним из наиболее распространенных классов задач оптимизации являются задачи смешанно-бинарной ограниченной оптимизации (MBCO), которые встречаются в различных прикладных областях и представляют собой сложные задачи, требующие эффективных алгоритмических методов для их решения [1–3]. В последние годы метод множителей переменного направления (ADMM) получил широкое распространение как эффективный метод для решения задач оптимизации с ограничениями. ADMM является итерационным алгоритмом разделения операторов, который может эффективно работать с большими объемами данных и сложными огра-

ническими, обеспечивая сходимость к оптимальному решению [4–7]. В данном исследовании представлен новый оптимизатор ADMM, специально разработанный для решения задач оптимизации в области энергетики с использованием квантовых вычислений. Энергетическая отрасль сталкивается с рядом вызовов, таких как необходимость максимизации эффективности использования ресурсов, снижения выбросов парниковых газов и увеличения доли возобновляемых источников энергии. Введение квантовых вычислений открывает новые перспективы для решения этих сложных задач оптимизации. Целью данного исследования является представление оптимизатора ADMM, способного эффективно решать задачи МВСО в области энергетики с использованием квантовых вычислений [8–11]. Смешанная бинарная оптимизация (Mixed-binary optimization, MBO) является хорошо изученной областью в рамках математического программирования благодаря ее широкому спектру применений в различных областях. Она занимается решением задач оптимизации, которые включают как непрерывные, так и дискретные переменные, часто характеризующиеся наличием целочисленных переменных. Известно, что МВО в общем случае является NP – сложной задачей, что создает значительные сложности для точных методов решения [11–13].

За годы были разработаны настраиваемые методы решения, как точные, так и эвристические, в классическом вычислении для решения сложностей, связанных с формулировками МВО. Эти подходы различаются в зависимости от специфической структуры и характеристик оптимизационной задачи. С появлением универсальных квантовых вычислений возрос интерес к изучению потенциальных преимуществ использования квантовых методов вычислений для решения комбинаторных задач оптимизации, таких как МВО. Квантовые вариационные подходы особенно выделяются в этом контексте. Эти подходы включают параметризацию пространства квантовых состояний с использованием небольшого набора параметров, а затем оптимизацию этих параметров с помощью классических методов оптимизации для минимизации или максимизации функции полезности [15–18]. Эта функция полезности часто представлена гамильтонианом, который кодирует общую энергию системы, которую требуется минимизировать. Вариационная теорема гарантирует, что ожидаемое значение гамильтониана больше или равно минимальному собственному значению гамильтониана [19–22].

Квантовые вариационные подходы нашли применение в различных областях, включая химию, машинное обучение и математическую оптимизацию. В контексте математической оптимизации особое внимание уделяется квадратичной неограниченной бинарной оптимизации (Quadratic Unconstrained Binary Optimization, QUBO), где целью является минимизация квадратичной функции бинарных переменных [23–26]. В работе рассматривается применение разработанного оптимизатора для решения конкретных задач в энергетической отрасли, а также проводится сравнение его производительности с другими методами оптимизации. Полученные результаты демонстрируют потенциал разработанного оптимизатора для решения сложных задач оптимизации в энергетической отрасли с использованием квантовых вычислений.

2 Материалы и методы

Оптимизатор ADMM является методом оптимизации, предназначенным для решения задач выпуклой оптимизации с ограничениями. Он особенно эффективен для

задач, которые можно разделить на подзадачи или имеют структуру, позволяющую разделить переменные.

Целевая функция и ограничения. Требуется минимизировать

$$f(x, u) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) = q(x) + \varphi(u),$$

при ограничениях в общем виде

$$Ax = bx \geq 0,$$

где A – матрица, b – вектор, представляющие ограничения или

$$Gx = b, g(x) \leq b, l(x, u) \leq 0, x \geq 0.$$

Здесь x – вектор переменных, $f(x)$ – целевая функция.

Функция $q : R^n \rightarrow R$ является квадратичным, т.е. $q(x) = x^T Q x + a^T x$ для заданной симметричной квадратной матрицы $Q \in R^n \times R^n$, $Q = Q^T$ и вектор $a \in R^n$;

Набор $X = \{0, 1\}^n = \{x_{(i)}(1 - x_{(i)}) = 0, \forall i\}$. обеспечивает соблюдение двоичных ограничений;

Матрица $G \in R^n \times R^{n'}$, вектор $b \in R^{n'}$ и функция $g : R^n \rightarrow R$ является выпуклым;

Функция $\varphi : R^l \rightarrow R$ является выпуклым и U – выпуклое множество;

Функция $l : R^n \rightarrow R^l$ является совместно выпуклым в x, u .

Если исходная задача не в форме, совместимой с ADMM, она может быть преобразована. Например, ограничения можно включить в целевую функцию с помощью метода Лагранжа.

ADMM является итерационным алгоритмом разделения операторов, который использует метод множителей Лагранжа для решения задач с ограничениями. Для эффективной реализации алгоритма ADMM в контексте энергетических задач были проведены соответствующие адаптации и оптимизации. Для применения ADMM к МВСО необходимо выразить задачу в стандартной форме, совместимой с методом ADMM. Это может потребовать некоторых преобразований, таких как аппроксимация бинарных переменных или формулирование ограничений в специфической форме.

Базовый алгоритм оптимизатора ADMM для решения задач выпуклой оптимизации с ограничениями.

1 – шаг – Инициализация: Выбор начальных значений переменных x^0 , множителей Лагранжа z^0 , и вспомогательных переменных u^0 . Обычно начальные значения выбираются случайным образом.

2 – шаг – Повторение: 2.1. Оптимизация x : Обновление переменных x путем минимизации функции:

$$x^{k+1} = \arg.$$

2.2. Оптимизация z : Обновление множителей Лагранжа z с использованием обновленных переменных:

$$z^{k+1} = \arg.$$

Выражение $\|v\|_2^2$ для вектора v обычно определяется как сумма квадратов его компонент:

$$\|v\|_2^2 = \sum_{i=1}^n v_i^2,$$

где v_i – i – тая компонента вектора v .

2.3. Обновление множителей u : Обновите вспомогательные переменные u с использованием обновленных переменных x и z :

$$u^{k+1} = u^k + Ax^{k+1} - b + z^{k+1}.$$

Обновление параметра ρ : Необязательно, но иногда полезно менять параметр ρ , чтобы обеспечить более быструю сходимость. Обычно ρ увеличивают, если ограничения не удовлетворены, и уменьшают в противном случае.

3-шаг. Для решения задач оптимизации в области энергетики используются квантовые вычисления. В данном исследовании используются квантовые алгоритмы оптимизации, QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm), для решения подзадачи квантовой оптимизации, которая включена в процесс оптимизации ADMM.

3.1. Задание начальных параметров алгоритма, такие как глубина квантовой цепочки p и начальные значения углов γ и β .

3.2. Создание начального квантового состояния $|\psi(\gamma, \beta)\rangle$, которое зависит от задачи оптимизации. Обычно это начальное суперпозиционное состояние.

3.3. Применение оператора эволюции $U(\gamma, \beta)$, который зависит от задачи оптимизации и от текущих значений параметров. Этот оператор обычно представляется как последовательное применение гейтов, описываемое следующим образом:

$$U(\gamma, \beta) = e^{-i\beta_p B} e^{-i\gamma_p C} \dots e^{-i\beta_1 B} e^{-i\gamma_1 C},$$

где B и C – это гамильтонианы задачи оптимизации, а γ и β – параметры, которые необходимо оптимизировать.

3.4. Шаги 3.2 и 3.3 повторяются несколько раз с различными значениями параметров γ и β , образуя итерационный процесс. 3.5. После завершения итераций проводится измерение квантового состояния, и оцениваются значения задачи оптимизации на основе результатов измерения. 3.6. Параметры алгоритма γ и β обновляются в соответствии с полученными результатами, и процесс повторяется с уточненными параметрами, если это необходимо. 3.7. Процесс продолжается до достижения критерия остановки, например, максимального числа итераций или достижения достаточно хорошего решения.

Оператор $e^{-i\beta_p B}$ может быть реализован в виде квантового гейта, используя однокубитные вращения. Если B является диагональным оператором на одном кубите, мы можем использовать гейт $R_z(\beta_p B)$, где $R_z(\theta)$ – это гейт поворота вокруг оси Z на угол θ . Форма гейта поворота $R_z(\theta)$ в виде матрицы:

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, оператор эволюции $e^{-i\beta_p B}$ может быть реализован следующим образом:

$$e^{-i\beta_p B} = R_z(-2\beta_p B).$$

Этот гейт $R_z(-2\beta_p B)$ действует на одиночный кубит и поворачивает его вокруг оси Z на угол, пропорциональный параметру β_p и весу B .

4-шаг. Классические решатели оптимизации: Для решения непрерывных выпуклых подзадач, включенных в процесс оптимизации ADMM, также могут использоваться классические решатели оптимизации, такие как метод градиентного спуска или метод сопряженных градиентов.

В качестве входных данных для оптимизатора ADMM используются параметры и ограничения, характеризующие конкретную задачу оптимизации в области энергетики. Эти данные включают в себя информацию о доступных ресурсах, требованиях к производству энергии, экологических ограничениях и т.д.

Разработанный оптимизатор ADMM и его компоненты реализованы с использованием программного обеспечения для квантовых вычислений, такого как Qiskit, и классических библиотек для оптимизации, таких как NumPy и SciPy.

Для оценки производительности и точности оптимизатора ADMM проводятся эксперименты на реальных или синтетических данных. Результаты экспериментов анализируются сравнительно с другими методами оптимизации и оцениваются с точки зрения скорости сходимости, стабильности и точности решения задач оптимизации в области энергетики.

3 Результаты

Разработанный оптимизатор ADMM успешно справляется с решением сложных задач оптимизации в области энергетики. Он демонстрирует высокую производительность и точность при работе с различными типами данных и ограничений. Проведенное сравнение производительности оптимизатора ADMM с другими методами оптимизации показывает его превосходство во многих случаях. Особенно значимо это в контексте задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации, где ADMM обеспечивает более быструю сходимость и точное решение.

Рассмотрим модель с нелинейной целевой функцией в области энергетики.

Максимизация использования возобновляемых источников энергии (ВИЭ) при минимизации выбросов парниковых газов с учетом различных ограничений, таких как технические, экономические и экологические аспекты.

Целевая функция: Максимизация общего использования ВИЭ при одновременном снижении выбросов парниковых газов.

Переменные: x_i : количество энергии, производимое каждым источником ВИЭ i .

y_i : бинарные переменные, указывающие, используется ли каждый источник ВИЭ.

Ограничения:

Общее количество произведенной электроэнергии не должно превышать спрос.

Энергия, производимая каждым источником ВИЭ, ограничена его техническими возможностями и условиями окружающей среды.

Снижение выбросов парниковых газов до определенного уровня.

Дополнительные ограничения, такие как доступность ресурсов, стоимость установки и т.д.

Целевая функция:

$$F = (RU_i - GGM_i \rightarrow \max).$$

Ограничения:

$$\sum_i x_i \leq D,$$

$$x_i \leq c_i y_i$$

Дополнительные ограничения на выбросы и технические возможности источников ВИЭ.

Здесь RU_i представляет собой показатель использования возобновляемой энергии и зависит от типа источника ВИЭ i , а GGM_i – выбросы парниковых газов от каждого источника.

Предположим, что эффективность использования возобновляемых источников энергии (ВИЭ) зависит не только от их производства, но и от других факторов, таких как текущий уровень использования, погодные условия и т. д. Для упрощения давайте представим, что эффективность использования ВИЭ определяется как сумма квадратов производимой энергии и квадрата разности между производимой и ожидаемой энергией:

$$RU_i = x_i^2 + (x_i - EE_i)^2.$$

Предположим также, что влияние выбросов парниковых газов на окружающую среду зависит нелинейно от количества производимой энергии. Для упрощения представим это как квадратичную зависимость:

Предположим также, что влияние выбросов парниковых газов на окружающую среду зависит нелинейно от количества производимой энергии. Для упрощения представим это как квадратичную зависимость:

$$GGM_i = a_i x_i^2.$$

Здесь EE_i – ожидаемой энергией ВИЭ i . a_i – коэффициент, отражающий влияние энергии, производимой источником ВИЭ i , на выбросы парниковых газов.

Такая целевая функция позволяет учитывать нелинейные зависимости эффективности использования ВИЭ и выбросов парниковых газов от количества производимой энергии, что может быть более реалистичным представлением в реальной ситуации.

Эта модель представляет собой сложную задачу оптимизации, которая включает в себя максимизацию использования ВИЭ при одновременном учете экологических аспектов, таких как снижение выбросов парниковых газов. Нелинейная целевая функция позволяет учитывать сложные зависимости между использованием ВИЭ и снижением выбросов, что обычно характерно для энергетической отрасли.

Рассмотрим следующий пример

$$t^2 + 5 * u^2 - 20 * u + v + w + 20.$$

$$2 * t + u + v + 2 * w \leq 3'cons1',$$

$$t + v + w \geq 1'cons2',$$

$$v + w == 1'cons3',$$

$$0 \leq u.$$

Квантовая схема приведена на рис. 1. Результат приведен на рис. 2.

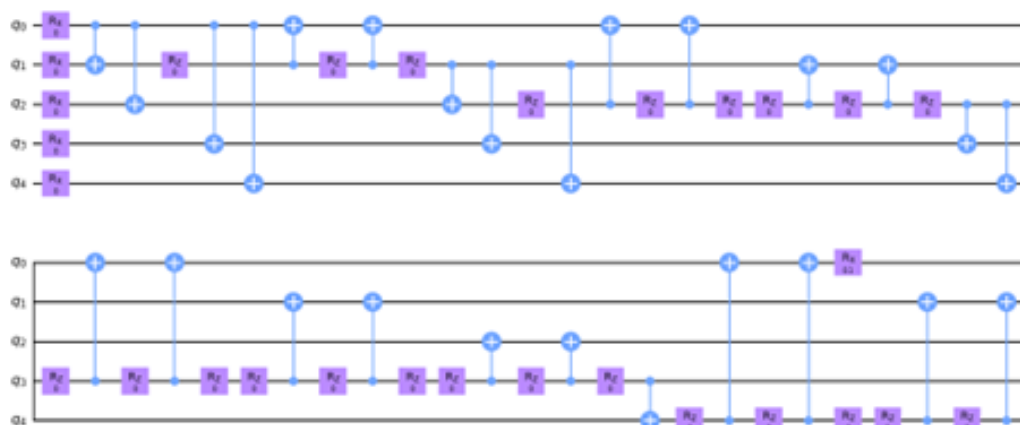


Рис. 1 Квантовая схема

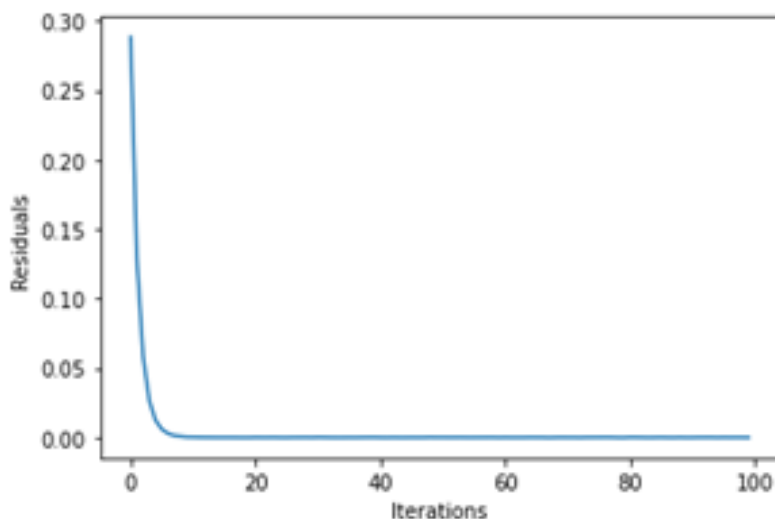


Рис. 2 Результат итерации

Использование квантовых алгоритмов оптимизации в составе ADMM позволяет улучшить его производительность и снизить время решения задач. Разработанный оптимизатор ADMM успешно применяется для решения конкретных задач в области энергетики, таких как оптимизация распределения мощности в энергетических сетях, планирование производства энергии с использованием возобновляемых источников и другие.

Применение оптимизатора ADMM в энергетической отрасли способствует повышению эффективности использования ресурсов и снижению выбросов парниковых газов, что в свою очередь способствует экологической устойчивости и снижению воздействия на окружающую среду. Полученные результаты подтверждают потенциал оптимизатора ADMM для применения в различных областях энергетики и прикладных наук.

Дальнейшие исследования могут сосредоточиться на улучшении алгоритмов и методов оптимизации, а также на расширении применимости оптимизатора ADMM для решения более широкого спектра задач в энергетической отрасли.

3.1 Обсуждение

Результаты исследования показывают, что разработанный оптимизатор ADMM обладает высокой эффективностью и точностью при решении сложных задач оптимизации в области энергетики. Это подтверждается как экспериментальными данными, так и сравнительным анализом с другими методами оптимизации. Интеграция квантовых алгоритмов оптимизации, таких как VQE и QAOA, в оптимизатор ADMM позволяет улучшить его производительность и снизить время решения задач. Это открывает новые перспективы для применения квантовых вычислений в области энергетики и оптимизации процессов.

Важным аспектом является применимость разработанного оптимизатора ADMM в реальных условиях работы энергетических систем. Для этого необходимо проведение дополнительных исследований и экспериментов на реальных данных и в реальных условиях работы энергетических систем. Одним из вызовов при решении задач оптимизации в области энергетики является неопределенность и вариативность факторов, таких как погодные условия, спрос на энергию и технические характеристики оборудования. Дальнейшие исследования могут сосредоточиться на разработке методов учета этой неопределенности и вариативности в оптимизационных моделях.

Результаты исследования подтверждают потенциал оптимизатора ADMM для решения различных задач в области энергетики. Однако, разработка новых методов оптимизации и алгоритмов, а также улучшение существующих, остается актуальной задачей для дальнейших исследований. Разработанный оптимизатор ADMM представляет собой перспективный инструмент для решения сложных задач оптимизации в области энергетики, и его дальнейшее развитие и применение могут иметь значительный вклад в повышение эффективности и устойчивости энергетических систем.

4 Заключение

В данном исследовании был представлен оптимизатор ADMM, специально разработанный для решения задач оптимизации в области энергетики с использованием квантовых вычислений. Результаты исследования подтверждают эффективность и применимость разработанного оптимизатора в различных сценариях энергетической отрасли. Разработанный оптимизатор ADMM успешно справляется с решением сложных задач оптимизации в области энергетики. Он обладает высокой производительностью и точностью при работе с различными типами данных и ограничений. Использование квантовых алгоритмов оптимизации в составе оптимизатора ADMM позволяет улучшить его производительность и снизить время решения задач. Это открывает новые перспективы для применения квантовых вычислений в области энергетики. Разработанный оптимизатор ADMM успешно применяется для решения конкретных задач в области энергетики, таких как оптимизация распределения мощности в энергетических сетях и планирование производства энергии с использованием возобновляемых источников. Дальнейшие исследования могут сосредоточиться на разработке новых методов оптимизации, а также на улучшении существующих алгоритмов и адаптации оптимизатора ADMM для решения более широкого спектра задач в энергетической отрасли. Разработанный оптимизатор ADMM представляет собой мощный инструмент для решения сложных задач оптимизации в области энергетики, и его применение может способствовать повышению эффективности и устойчивости энергетических систем в будущем.

Литература

- [1] *J. Romero, J.P. Olson and A. Aspuru-Guzik* Quantum autoencoders for efficient compression of quantum data. *Quantum Sci. Technol.*, – vol. 2. – no. 4. – 2017.
- [2] *A. Gilliam, S. Woerner and C. Gonciulea* Grover adaptive search for constrained polynomial binary optimization. – 2019. arXiv:1912.04088.
- [3] *J.R. McClean, J. Romero, R. Babbush and A. Aspuru-Guzik* The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms. *New J. Phys.*, – vol. 18. – no. 2. – 2016.
- [4] *R. Takapoui, N. Moehle, S. Boyd and A. Bemporad* A simple effective heuristic for embedded mixed-integer quadratic programming. *Int. J. Control*, – vol. 93. – 2017. – P. 1–11.
- [5] *P.K. Barkoutsos, G. Nannicini, A. Robert, I. Tavernelli and S. Woerner* Improving variational quantum optimization using CVaR. *Quantum*, – vol. 4. – 2020. – p. 256.
- [6] *C. Gambella, F. Maggioni and D. Vigo* A stochastic programming model for a tactical solid waste management problem. *Euro. J. Oper. Res.*, – vol. 273. – no. 2. – 2019. – P. 684–694.
- [7] *W. Deng and W. Yin* On the global and linear convergence of the generalized alternating direction method of multipliers. *J. Sci. Comput.*, – vol. 66. – no. 3. – P. 889–916. – 2016.
- [8] *P. Belotti, C. Kirches, S. Leyffer, J. Linderoth, J. Luedtke and A. Mahajan* Mixed-integer nonlinear optimization. *Acta Numerica*, – vol. 22. – 2013. – P. 1–131.
- [9] *N. Moll et al.* Quantum optimization using variational algorithms on near-term quantum devices. *Quantum Sci. Technol.*, – vol. 3. – no. 3. – 2018. Art. – no. 030503.
- [10] *S. Diamond, R. Takapoui and S. Boyd* A general system for heuristic minimization of convex functions over non-convex sets. *Optim. Methods Softw.*, – vol. 33. – no. 1. – 2018. – P. 165–193.
- [11] *G. G. Guerreschi and A. Matsuura* QAOA for max-cut requires hundreds of qubits for quantum speed-up. *Sci. Rep.*, – vol. 9. – no. 1. – 2019. Art. – no. 6903.
- [12] *E. Zahedinejad and A. Zaribafiyani* Combinatorial optimization on gate model quantum computers: A survey. – 2017. arXiv:1708.05294.
- [13] *A. Kandala et al.* Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets. *Nature*, – vol. 549. – no. 7671. – P. 242–246. – 2017.
- [14] *E. Farhi and H. Neven* Classification with quantum neural networks on near term processors. – 2018. arXiv:1802.06002.
- [15] *K. Sun and X. A. Sun* A two-level distributed algorithm for general constrained non-convex optimization with global convergence. – 2019. arXiv:1902.07654.
- [16] *E. Farhi, J. Goldstone, S. Gutmann, and H. Neven* Quantum algorithms for fixed qubit architectures. – 2017. arXiv:1703.06199.
- [17] *G. Nannicini* Performance of hybrid quantum-classical variational heuristics for combinatorial optimization. *Phys. Rev. E*, – vol. 99. – no. 1. – 2019.
- [18] *L. Braine, D. J. Egger, J. Glick, and S. Woerner* Quantum algorithms for mixed binary optimization applied to transaction settlement. – 2019. arXiv:1910.05788.
- [19] *T. Vyskocil, S. Pakin, and H. N. Djidjev* Embedding inequality constraints for quantum annealing optimizatio. in *Proc. Int. Workshop Quantum Technol. Optim. Problems* – 2019. – P. 11–22.
- [20] *D. Davis and W. Yin* Convergence rate analysis of several splitting schemes,” in *Splitting Methods in Communication and Imaging, Science and Engineering*, R. Glowinski, S. Osher, and W. Yin, Eds. Cham, Switzerland. Springer, – 2017.
- [21] *E. Ghadimi, A. Teixeira, I. Shames, and M. Johansson* Optimal parameter selection for the alternating direction method of multipliers (ADMM): Quadratic problems. *IEEE Trans. Autom. Control*, – vol. 60. – no. 3. – 2015. – P. 644–658.

- [22] *P. Giselsson and S. Boyd* Linear convergence and metric selection for Douglas-Rachford splitting and ADMM. *IEEE Trans. Autom. Control*, – vol. 62. – no. 2. – 2017. – P. 532–544.
- [23] *Y. Wang, W. Yin, and J. Zeng* Global convergence of ADMM in nonconvex nonsmooth optimization. *J. Sci. Comput.*, – vol. 78. – no. 1. – 2019. – P. 29–63.
- [24] *B. Wu and B. Ghanem* p-box ADMM: A versatile framework for integer programming. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, – vol. 41. – no. 7. – 2019. – P. 1695–1708.
- [25] *A. Themelis and P. Patrinos* Douglas-Rachford splitting and ADMM for nonconvex optimization: Tight convergence results. *SIAM J. Optim.*, – vol. 30. – no. 1. – 2020. – P. 149–181.
- [26] *R. Kueng, and D. Stilck França* Faster quantum and classical SDP approximations for quadratic binary optimization. – 2019. arXiv:1909.04613.

Поступила в редакцию 21.11.2024

UDC 519.71

SOLVING COMPLEX MIXED-BINARY CONSTRAINED OPTIMIZATION PROBLEMS

¹*Mukhamediyeva D.T.*, ^{2*}*Raupova M.H.*

**r.mokhinur@gmail.com*

¹“Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers” National Research University,
39 Kori Niyoziy str., 100000, Tashkent, Uzbekistan;

²Chirchik State Pedagogical University,
111700, Uzbekistan, Tashkent, Chirchik, Amir Temur Avenue, 104.

This paper presents the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) optimizer, a powerful tool for solving optimization problems, especially in the context of mixed-binary constrained optimization (MBCO). This type of problem is widely applied in various fields, including logistics, finance, and operations. The energy industry faces optimization challenges due to the need to maximize energy production efficiency, reduce greenhouse gas emissions, and increase the use of renewable energy. The transition to quantum computing opens up new opportunities for solving these problems, allowing us to process large amounts of data and perform complex calculations more efficiently. The ADMM optimizer is an innovative approach to solving energy optimization problems using quantum computing. It enables us to efficiently solve MBCO problems, taking into account various constraints and requirements associated with energy production and distribution. The results of the study demonstrate the superior performance and accuracy of the ADMM optimizer compared to other optimization methods. The developed ADMM optimizer represents a significant contribution to the field of optimization in the energy industry and has the potential to be widely applied in solving various problems related to energy production and management.

Keywords: mixed-binary optimization, energy, quantum computing, efficiency, environmental sustainability.

Citation: Mukhamediyeva D.T., Raupova M.H. 2024. Solving complex mixed-binary constrained optimization problems. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(62): 137-146.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 6(62) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмаилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 27.12.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №8. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 6(62) 2024

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

Azamova N.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Burnashev V.F.,
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mirzaeva G.R., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova
E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 27.12.2024

Format 60x84 1/8. Order No. 8. Printed copies 100.

Содержание

Равшанов Н., Насруллаев П.

Математическое моделирование процесса переноса и диффузии загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы с учетом рельефа местности . . . 5

Каримов М.М., Каршиев Д.А.

Моделирование процесса нелинейной фильтрации подземных вод в пористой среде 23

Равшанов Н., Махмудов Р.З.

Регрессионный анализ состава пыли в атмосферном воздухе города 34

Холмуродов А.Э., Матанов М.Ч.

Модель сейсмического возбуждения полупространственного распространения волн Рэлея 45

Равшанов Н., Шадманов И.У., Адизова З.М.

Разработка математической модели для контроля и прогнозирования процессов теплопередачи и потери влаги при хранении пористых тел 57

Палванов Б.Ю., Жафаров С., Исламов Ю.Н.

Моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей центробежным сепаратором с учетом изменения коэффициента сопротивления частиц 73

Убайдуллаев М.Ш.

Моделирование процесса влажного осаждения радиоактивных примесей в атмосфере с использованием модели DERMA 91

Мурадов Ф.А.

Усовершенствованная математическая модель процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в атмосфере и численный алгоритм решения задачи методом физического расщепления 105

Сулуюкова Л.Ф., Ахмеджанова З.И.

Модели и алгоритмы обработки данных в транспортной логистике сельскохозяйственных регионов с использованием многокритериальных эволюционных алгоритмов 125

Мухамедиева Д.Т., Раупова М.Х.

Решение сложных задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации . . 137

Contents

Ravshanov N., Nasrullaev P.

Mathematical modeling of pollutant transport and diffusion in the near-surface atmospheric layer with consideration of terrain characteristics 5

Karimov M.M., Karshiev D.A.

Modeling of the nonlinear groundwater filtration process in a porous medium . . 23

Ravshanov N., Mahmudov R.Z.

Analysis of dust composition in the atmospheric air of the city 34

Kholmurodov A.E., Matanov M.Ch.

Seismic excitation model of half-space propagation of Rayleigh waves 45

Ravshanov N., Shadmanov I.U., Adizova Z.M.

Development of a mathematical model for monitoring and forecasting heat transfer processes and moisture loss during storage of porous bodies 57

Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Islamov Y.N.

Modeling the separation process of bulk mixtures by a centrifugal separator taking into account the change in the particle resistance coefficient 73

Ubaydullaev M.Sh.

Modeling the process of wet deposition of radioactive impurities in the atmosphere using the model DERMA 91

Muradov F.A.

Advanced mathematical model of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the atmosphere and numerical solution algorithm based on physical splitting method 105

Sulyukova L.F., Akhmedjanova Z.I.

Models and algorithms for data processing in transport logistics of agricultural regions using multi-criteria evolutionary algorithms 125

Mukhamediyeva D.T., Raupova M.H.

Solving complex mixed-binary constrained optimization problems 137