

УДК 519.6

# УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ И АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В АТМОСФЕРЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ ФИЗИЧЕСКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ

*Мурадов Ф.А.*

farrux1981@umail.uz

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, г. Ташкент, м-в Буз-2, д. 17А;

Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий  
имени Мухаммада-ал-Хоразмий,

140100, Узбекистан, г. Самарканд, ул. Абу Али Ибн Сино, 2А.

Темой данной статьи является моделирование процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в приземном слое атмосферы. Разработана модель процесса распространения промышленных выбросов в атмосфере с учетом скорости осаждения мелкодисперсных частиц, описываемая с помощью многомерного дифференциального уравнения в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями. При выводе модели использовались основные законы гидротермодинамики. Для численного решения поставленной задачи использован метод расщепления по физическим процессам: перенос, диффузия и поглощение аэрозольных частиц, а также неявная конечно-разностная схема по времени со вторым порядком точности. Анализ результатов вычислительных экспериментов показывает, что разработанный вычислительный алгоритм обеспечивает достаточную точность решения по сравнению с данными полевых измерений и имеет определенное преимущество перед другими численными методами. В ходе вычислительных экспериментов установлена степень влияния на процесс распространения аэрозольных частиц в атмосфере таких параметров, как скорость и направление ветра; коэффициент поглощения и физико-механические свойства частиц.

**Ключевые слова:** математическая модель, численный алгоритм, аппроксимация, переноса и диффузия, атмосфера, вредные аэрозоли, скорость осаждения частиц.

**Цитирование:** *Мурадов Ф.А.* Усовершенствованная математическая модель процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в атмосфере и численный алгоритм решения задачи методом физического расщепления // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 6(62). – С. 105-124.

## 1 Введение

Численное решение уравнений Навье-Стокса и разработка алгоритмов на основе расщепления по физическим процессам органично отражают особенности потоков [1], и подробно рассмотрены в [2]. В работе [3] полностью изложено расщепление по физическим процессам при исследовании двумерных задач конвекции в переменных функция тока-вихрь. План расчета конвективного процесса со скоростными терминами представлена в работе [4]. В работе предложено применение прогонки для диффузионной части, которая даёт возможность адекватно разбить задачи расчета

вихря и функции тока, точно также правильно применить граничные условия для этих искомым функций и гарантировать точное соблюдение условий прилипания.

Суть метода расщепления по физическим процессам основывается на методе слабой аппроксимации [5] и аддитивности этих процессов для достаточно малых шагов по времени. С математической точки зрения в работе [6] рассматривается процесс расщепления разностного уравнения на составляющие, а также обосновывается аддитивность процессов, описываемых отдельными компонентами. В ней представлено доказательство того, что расщепление приводит к суммарной аппроксимации исходного уравнения. Наиболее подробное описание теории расщепления представлена в работе [2]. В работах [7–9] применена явная схема расщепления по физическим факторам, которая состоит из трехшагового применения с расчетом давления.

В работах [3, 10, 11] представлены специфика разрабатываемого автором метода расщепления для двумерных задач конвекции. При таком способе расщепления можно исключить расчет градиента давления, обеспечить автоматически бездивергентность вектора скорости, проследить за точностью расщепления для граничных условий. На этапе реализации конвекции учитывается, что из условий прилипания и гиперболической природы системы вытекает, что граничные условия для этапа конвекции определяются непосредственно из уравнений.

## 2 Постановка задачи

Математическую модель, описывающую процесс распространения газовых смесей и вредных веществ в атмосфере, можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial y} + w \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial z} + (\sigma + \alpha) \theta_{1,m} = \delta F_{gas} - \\ - P_{nucl} - P_{cond} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{1,m}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{1,m}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varkappa \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial z} \right); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial z} + (\sigma + \alpha) \theta_{2,l} = \delta F_{aer} + \\ + P_{nucl} - P_{cond} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,l}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,l}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varkappa \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial z} \right); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{dw_g}{dt} = \frac{mg - 6\pi\eta r w_g - 0,5c\rho s w_g^2}{m}; \quad (3)$$

$$\sum_{m=1}^{N_g} \theta_{1,m} + \sum_{l=1}^{N_a} \theta_{2,l} = 1. \quad (4)$$

Здесь  $\bar{w} = w - w_g$ .

Для системы дифференциальных уравнений в частных производных (1) начальные и граничные условия представим в следующем виде:

$$\theta_{1,m}|_{t=0} = \theta_{1,m}^0; \quad (5)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{1,m}); \quad (6)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{1,m}); \quad (7)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{1,m} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{1,m}}{\partial z} \Big|_{z=H_z} = \xi (\theta_E - \theta_{1,m}). \quad (8)$$

Для системы дифференциальных уравнений в частных производных (2) начальные и граничные условия представим в следующем виде:

$$\theta_{2,l}|_{t=0} = \theta_{2,l}^0; \quad w_g|_{t=0} = w_g^0; \quad (9)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{2,l}); \quad (10)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{2,l}); \quad (11)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{2,l} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{2,l}}{\partial z} \Big|_{z=H_z} = \xi (\theta_E - \theta_{2,l}). \quad (12)$$

Здесь  $\theta_{1,m}$ ,  $m = \overline{1, N_g}$  – концентрация газовых примесей в атмосфере;  $N_g$  – количество газовых примесей;  $\theta_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, N_a}$  – концентрация аэрозольных частиц в атмосфере;  $N_a$  – количество аэрозольных частиц;  $\theta_{1,m}^0$  – начальная концентрация газовых примесей в атмосфере;  $\theta_{2,l}^0$  – начальная концентрация аэрозольных частиц в атмосфере;  $\theta_E$  – концентрация аэрозольных частиц вне области решения задачи;  $u, v, w$  – скорость ветра по направлениям  $x, y, z$ ;  $w_g$  – скорость осаждения частиц;  $\sigma$  – коэффициент поглощения аэрозольных частиц в атмосфере;  $\mu, \varkappa$  – коэффициенты диффузии и турбулентности;  $F_{gas}, F_{aer}$  – мощность источников газовых смесей и аэрозольных частиц;  $P_{nucl}, P_{cond}$  – операторы нуклеации и конденсации;  $\delta$  – функция Дирака;  $f_0$  – интенсивность выброса вредного вещества из поверхности земли в атмосферу;  $c = 0.5$  – безразмерная величина;  $\rho$  – плотность частицы;  $r$  – радиус частицы;  $s$  – площадь поперечного сечения частицы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $m$  – масса частицы;  $\eta$  – удельный вес частицы.

Подобно задаче (1) – (12), в уравнении (1) и (2) мы можем наблюдать такие физические процессы, как конвективный перенос вредных веществ в результате воздушного потока атмосферы, распространение вредных веществ в атмосфере за счет молекулярной и турбулентной диффузии, а также поглощение вредных веществ в атмосферной воздушной массе за счет влажности.

Решение задачи (1) – (11) более сложно аналитическим методом, так как она имеет систему дифференциальных уравнений в частных производных с начальными и граничными условиями.

Также в системе дифференциальных уравнений в частных производных (1) и (2) существуют три физических процесса: первый – перенос газовых примесей и вредных веществ в атмосферу по направлению скорости ветра; второй – рассеяние газовых примесей и вредных веществ в атмосферу; третий – процесс поглощения газовых примесей и вредных веществ в воздухе.

Учитывая это обстоятельство, метод разделения на части, соответствующие физическим свойствам в каждом временном слое, является более эффективным методом. Поэтому для эффективного решения поставленной задачи мы делим ее на физические процессы – перемещение, распространение и поглощение. Для численного решения поставленной задачи (1) – (12) будем считать искомое решение непрерывной функцией во всем пространстве.

Используя аддитивность принципиально различных физических процессов переноса и диффузии газовых примесей и вредных веществ в атмосфере, мы рассматриваем их как отдельные задачи в небольшой промежуток времени  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$ .

Процесс переноса газовых примесей и вредных веществ по траектории будем рассматривать как задачу А

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial y} + w \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial z} = \\ = \frac{1}{3} (\delta F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial z} = \\ = \frac{1}{3} (\delta F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned} \quad (14)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta_{1,1,m}|_{t=0} = \theta_{3,1,m}^n; \quad (15)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{1,1,m}); \quad (16)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{1,1,m}); \quad (17)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{1,1,m} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{1,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{1,1,m}); \quad (18)$$

$$\theta_{1,2,l}|_{t=0} = \theta_{3,2,l}^n; \quad (19)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{1,2,l}); \quad (20)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{1,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{1,2,l}); \quad (21)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{1,2,l} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{1,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{1,2,l}). \quad (22)$$

Рассмотрим процесс диффузии в атмосфере как задачу Б, не учитывая поглощения газообразных примесей и вредных веществ в воздушной массе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,1,m}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,1,m}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varkappa \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial z} \right) + \\ + \frac{1}{3} (\delta F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,2,l}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \theta_{2,2,l}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varkappa \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial z} \right) + \\ + \frac{1}{3} (\delta F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned} \quad (24)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta_{2,1,m}|_{t=0} = \theta_{1,1,m}^{n+1}; \quad (25)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{2,1,m}); \quad (26)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{2,1,m}); \quad (27)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{2,1,m} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{2,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{2,1,m}); \quad (28)$$

$$\theta_{2,2,l} \Big|_{t=0} = \theta_{1,2,l}^{n+1}; \quad (29)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{2,2,l}); \quad (30)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{2,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{2,2,l}); \quad (31)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{2,2,l} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{2,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{2,2,l}). \quad (32)$$

Учитывая поглощение и задержку газовых примесей и вредных веществ в атмосфере, задача В имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial t} + \sigma \theta_{3,1,m} + \alpha \theta_{3,1,m} = \frac{1}{3} (\delta F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \quad (33)$$

$$\frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial t} + \sigma \theta_{3,2,l} + \alpha \theta_{3,2,l} = \frac{1}{3} (\delta F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \quad (34)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta_{3,1,m} \Big|_{t=0} = \theta_{2,1,m}^{n+1}; \quad (35)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{3,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{3,1,m}); \quad (36)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{3,1,m}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{3,1,m}); \quad (37)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{3,1,m} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{3,1,m}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{3,1,m}); \quad (38)$$

$$\theta_{3,2,l} \Big|_{t=0} = \theta_{2,2,l}^{n+1}; \quad (39)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \xi (\theta_E - \theta_{3,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = \xi (\theta_E - \theta_{3,2,l}); \quad (40)$$

$$-\mu \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \xi (\theta_E - \theta_{3,2,l}); \quad \mu \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = \xi (\theta_E - \theta_{3,2,l}); \quad (41)$$

$$-\varkappa \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=0} = (\beta \theta_{3,2,l} - f_0); \quad \varkappa \frac{\partial \theta_{3,2,l}}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = \xi (\theta_E - \theta_{3,2,l}). \quad (42)$$

Таким образом, после разложения исходной задачи на части, соответствующие физическим свойствам, мы получили три небольшие задачи, которые могут быть решены методом конечных разностей независимо друг от друга: (13) – (22), (23) – (32)

и (33) – (42). Однако здесь следует отметить, что решение малой задачи А служит начальным условием малой задачи Б, а решение малой задачи В является начальным условием малой задачи В. Соответственно, решение подзадачи В в следующем временном слое выполняет функцию начального условия подзадачи А.

Из постановки приведенных выше подзадач следует, что при делении основной задачи на физические свойства и параметры ее численное решение значительно упрощается.

Следует отметить, что при решении задачи А требуется ограничение шага интегрирования как по пространственным переменным, так и по времени. Это связано с тем, что в уравнении переноса вредных веществ в атмосфере имеются частные производные искомым переменных первого порядка.

Для решения задачи (13) – (22), (23) – (32) и (33) – (42) применим аппроксимации высокого порядка относительно временных и пространственных переменных с использованием конечно-разностной схемы в неявном виде по времени [33–35]. При этом область непрерывного изменения искомым переменных мы осуществляем путем замены  $\Delta x$ ;  $\Delta y$ ;  $\Delta z$  на шаговую сетчатую область.

$$\Omega_{xyzt} = \left\{ (x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, z_k = k\Delta z, \tau_n = n \Delta t) \right. \\ \left. i = \overline{0, N}; j = \overline{0, M}, k = \overline{0, L}, n = \overline{0, N_t}, \Delta t = \frac{T}{N_t} \right\}.$$

При решении этой задачи, используя аппроксимацию высокого порядка относительно временных и пространственных переменных, применяем конечную разность в неявном виде и получаем следующие результаты

Решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (12) и (13) для направления :

$$a_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \\ + c_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{1,1,m,i,j,k}; \\ a_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \\ + c_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{1,2,l,i,j,k};$$

где:

$$a_{1,1,m,i,j,k} = \frac{u + |u|}{4\Delta x}; \quad b_{1,1,m,i,j,k} = \frac{|u|}{2\Delta x} + \frac{3}{2\Delta t}; \\ c_{1,1,m,i,j,k} = -\frac{u - |u|}{4\Delta x} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$d_{1,1,m,i,j,k} = \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{2\Delta x} - \frac{|v|}{\Delta y} - \frac{|w|}{\Delta z} \right) \theta_{1,1,m,i,j,k}^n + \left( \frac{u + |u|}{4\Delta x} \right) \theta_{1,1,m,i-1,j,k}^n + \\ + \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{u - |u|}{4\Delta x} \right) \theta_{1,1,m,i+1,j,k}^n + \frac{v + |v|}{2\Delta y} \theta_{1,1,m,i,j-1,k}^n - \frac{v - |v|}{2\Delta y} \theta_{1,1,m,i,j+1,k}^n + \\ + \frac{w + |w|}{2\Delta z} \theta_{1,1,m,i,j,k-1}^n - \frac{w - |w|}{2\Delta z} \theta_{1,1,m,i,j,k+1}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond});$$

$$a_{1,2,l,i,j,k} = \frac{u + |u|}{4\Delta x}; \quad b_{1,2,l,i,j,k} = \frac{|u|}{2\Delta x} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad c_{1,2,l,i,j,k} = -\frac{u - |u|}{4\Delta x} - \frac{3}{2\Delta t};$$

$$\begin{aligned}
d_{1,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{2\Delta x} - \frac{|v|}{\Delta y} - \frac{|w|}{\Delta z} \right) \theta_{1,2,l,i,j,k}^n + \left( \frac{u+|u|}{4\Delta x} \right) \theta_{1,2,l,i-1,j,k}^n + \\
&+ \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{u-|u|}{4\Delta x} \right) \theta_{1,2,l,i+1,j,k}^n + \frac{v+|v|}{2\Delta y} \theta_{1,2,l,i,j-1,k}^n - \frac{v-|v|}{2\Delta y} \theta_{1,2,l,i,j+1,k}^n + \\
&+ \frac{w+|w|}{2\Delta z} \theta_{1,2,l,i,j,k-1}^n - \frac{w-|w|}{2\Delta z} \theta_{1,2,l,i,j,k+1}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
\alpha_{1,1,m,0,j,k} &= \frac{(4c_{1,1,m,1,j,k} - b_{1,1,m,1,j,k}) \mu}{(3c_{1,1,m,1,j,k} - a_{1,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\beta_{1,1,m,0,j,k} &= \frac{d_{1,1,m,1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi c_{1,1,m,1,j,k} \theta_E}{(3c_{1,1,m,1,j,k} - a_{1,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\theta_{1,1,m,N,j,k}^{n+1/3} &= \\
&= \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{1,1,m,N-2,j,k} + \alpha_{1,1,m,N-2,j,k} \beta_{1,1,m,N-1,j,k} - 4\beta_{1,1,m,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{1,1,m,N-2,j,k} \alpha_{1,1,m,N-1,j,k} - 4\alpha_{1,1,m,N-1,j,k} + 3) \mu}; \\
\alpha_{1,2,l,0,j,k} &= \frac{(4c_{1,2,l,1,j,k} - b_{1,2,l,1,j,k}) \mu}{(3c_{1,2,l,1,j,k} - a_{1,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\beta_{1,2,l,0,j,k} &= \frac{d_{1,2,l,1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi c_{1,2,l,1,j,k} \theta_E}{(3c_{1,2,l,1,j,k} - a_{1,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\theta_{1,2,l,N,j,k}^{n+1/3} &= \\
&= \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{1,2,l,N-2,j,k} + \alpha_{1,2,l,N-2,j,k} \beta_{1,2,l,N-1,j,k} - 4\beta_{1,2,l,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{1,2,l,N-2,j,k} \alpha_{1,2,l,N-1,j,k} - 4\alpha_{1,2,l,N-1,j,k} + 3) \mu}.
\end{aligned}$$

Решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (12) и (13) для направления  $Oy$ :

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \\
+ \bar{c}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} &= -\bar{d}_{1,1,m,i,j,k}; \\
\bar{a}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \\
+ \bar{c}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} &= -\bar{d}_{1,2,l,i,j,k};
\end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{1,1,m,i,j,k} &= \frac{v+|v|}{4\Delta y}; \quad \bar{b}_{1,1,m,i,j,k} = \frac{|v|}{2\Delta y} + \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{c}_{1,1,m,i,j,k} &= -\frac{v-|v|}{4\Delta y} - \frac{3}{2\Delta t};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{d}_{1,1,m,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{\Delta x} - \frac{|v|}{2\Delta y} - \frac{|w|}{\Delta z} \right) \theta_{1,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \frac{u+|u|}{2\Delta x} \theta_{1,1,m,i-1,j,k}^{n+1/3} - \\
&- \frac{u-|u|}{2\Delta x} \theta_{1,1,m,i+1,j,k}^{n+1/3} + \frac{v+|v|}{4\Delta y} \theta_{1,1,m,i,j-1,k}^{n+1/3} + \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{v-|v|}{4\Delta y} \right) \theta_{1,1,m,i,j+1,k}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{w+|w|}{2\Delta z} \theta_{1,1,m,i,j,k-1}^{n+1/3} - \frac{w-|w|}{2\Delta z} \theta_{1,1,m,i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{1,2,l,i,j,k} &= \frac{v+|v|}{4\Delta y}; \quad \bar{b}_{1,2,l,i,j,k} = \frac{|v|}{2\Delta y} + \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{c}_{1,2,l,i,j,k} &= -\frac{v-|v|}{4\Delta y} - \frac{3}{2\Delta t};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{d}_{1,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{\Delta x} - \frac{|v|}{2\Delta y} - \frac{|w|}{\Delta z} \right) \theta_{1,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \frac{u+|u|}{2\Delta x} \theta_{1,2,l,i-1,j,k}^{n+1/3} - \\
&- \frac{u-|u|}{2\Delta x} \theta_{1,2,l,i+1,j,k}^{n+1/3} + \frac{v+|v|}{4\Delta y} \theta_{1,2,l,i,j-1,k}^{n+1/3} + \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{v-|v|}{4\Delta y} \right) \theta_{1,2,l,i,j+1,k}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{w+|w|}{2\Delta z} \theta_{1,2,l,i,j,k-1}^{n+1/3} - \frac{w-|w|}{2\Delta z} \theta_{1,2,l,i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{\alpha}_{1,1,m,i,0,k} &= \frac{(4\bar{c}_{1,1,m,i,1,k} - \bar{b}_{1,1,m,i,1,k}) \mu}{(3\bar{c}_{1,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{1,1,m,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi}; \\
\bar{\beta}_{1,1,m,i,0,k} &= \frac{\bar{d}_{1,1,m,i,1,k} \mu + 2\Delta y \bar{c}_{1,1,m,i,1,k} \xi \theta_E}{(3\bar{c}_{1,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{1,1,m,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi}; \\
&\theta_{1,1,m,i,M,k}^{n+2/3} = \\
&= \frac{2\Delta y \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{1,1,m,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{1,1,m,i,M-2,k} \bar{\beta}_{1,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{1,1,m,i,M-1,k}) \mu}{2\Delta y \xi + (\bar{\alpha}_{1,1,m,i,M-2,k} \bar{\alpha}_{1,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{1,1,m,i,M-1,k} + 3) \mu}; \\
\bar{\alpha}_{1,2,l,i,0,k} &= \frac{(4\bar{c}_{1,2,l,i,1,k} - \bar{b}_{1,2,l,i,1,k}) \mu}{(3\bar{c}_{1,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{1,2,l,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi}; \\
\bar{\beta}_{1,2,l,i,0,k} &= \frac{\bar{d}_{1,2,l,i,1,k} \mu + 2\Delta y \bar{c}_{1,2,l,i,1,k} \xi \theta_E}{(3\bar{c}_{1,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{1,2,l,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi}; \\
&\theta_{1,2,l,i,M,k}^{n+2/3} = \\
&= \frac{2\Delta y \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{1,2,l,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{1,2,l,i,M-2,k} \bar{\beta}_{1,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{1,2,l,i,M-1,k}) \mu}{2\Delta y \xi + (\bar{\alpha}_{1,2,l,i,M-2,k} \bar{\alpha}_{1,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{1,2,l,i,M-1,k} + 3) \mu}.
\end{aligned}$$

Решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (12) и (13) для направления  $Oz$ :

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j,k}^{n+1} + \\
+ \bar{c}_{1,1,m,i,j,k} \theta_{1,1,m,i,j,k+1}^{n+1} &= -\bar{d}_{1,1,m,i,j,k}; \\
\bar{a}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j,k}^{n+1} + \\
+ \bar{c}_{1,2,l,i,j,k} \theta_{1,2,l,i,j,k+1}^{n+1} &= -\bar{d}_{1,2,l,i,j,k};
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{1,1,m,i,j,k} &= \frac{w+|w|}{4\Delta z}; \quad \bar{b}_{1,1,m,i,j,k} = \frac{|w|}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{c}_{1,1,m,i,j,k} &= -\frac{w-|w|}{4\Delta z} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{d}_{1,1,m,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{\Delta x} - \frac{|v|}{\Delta y} - \frac{|w|}{2\Delta z} \right) \theta_{1,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{u+|u|}{2\Delta x} \theta_{1,1,m,i-1,j,k}^{n+2/3} - \\
&- \frac{u-|u|}{2\Delta x} \theta_{1,1,m,i+1,j,k}^{n+2/3} + \frac{v+|v|}{2\Delta y} \theta_{1,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} - \frac{v-|v|}{2\Delta y} \theta_{1,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&+ \frac{w+|w|}{4\Delta z} \theta_{1,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} + \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{w-|w|}{4\Delta z} \right) \theta_{1,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&+ \frac{1}{3} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{a}_{1,2,l,i,j,k} &= \frac{w+|w|}{4\Delta z}; \quad \bar{b}_{1,2,l,i,j,k} = \frac{|w|}{2\Delta z} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad \bar{c}_{1,2,l,i,j,k} = -\frac{w-|w|}{4\Delta z} - \frac{3}{2\Delta t};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{d}_{1,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{|u|}{\Delta x} - \frac{|v|}{\Delta y} - \frac{|w|}{2\Delta z} \right) \theta_{1,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{u+|u|}{2\Delta x} \theta_{1,2,l,i-1,j,k}^{n+2/3} - \\
&\quad - \frac{u-|u|}{2\Delta x} \theta_{1,2,l,i+1,j,k}^{n+2/3} + \frac{v+|v|}{2\Delta y} \theta_{1,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} - \frac{v-|v|}{2\Delta y} \theta_{1,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{w+|w|}{4\Delta z} \theta_{1,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} + \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{w-|w|}{4\Delta z} \right) \theta_{1,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{1}{3} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{\alpha}_{1,1,m,i,j,0} &= \frac{(\bar{4}c_{1,1,m,i,j,1} - \bar{b}_{1,1,m,i,j,1}) \varkappa_0}{(\bar{3}c_{1,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{1,1,m,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{1,1,m,i,j,1}}; \\
\bar{\beta}_{1,1,m,i,j,0} &= \frac{\bar{d}_{1,1,m,i,j,1} \varkappa_0 + 2\Delta z \bar{c}_{1,1,m,i,j,1} f_0}{(\bar{3}c_{1,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{1,1,m,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{1,1,m,i,j,1}}; \\
\theta_{1,1,m,i,j,L}^{n+1} &= \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{1,1,m,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{1,1,m,i,j,L-2} \bar{\beta}_{1,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\beta_{1,1,m,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{1,1,m,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{1,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\alpha_{1,1,m,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}; \\
\bar{\alpha}_{1,2,l,i,j,0} &= \frac{(\bar{4}c_{1,2,l,i,j,1} - \bar{b}_{1,2,l,i,j,1}) \varkappa_0}{(\bar{3}c_{1,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{1,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{1,2,l,i,j,1}}; \\
\bar{\beta}_{1,2,l,i,j,0} &= \frac{\bar{d}_{1,2,l,i,j,1} \varkappa_0 + 2\Delta z \bar{c}_{1,2,l,i,j,1} f_0}{(\bar{3}c_{1,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{1,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{1,2,l,i,j,1}}; \\
\theta_{1,2,l,i,j,L}^{n+1} &= \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{1,2,l,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{1,2,l,i,j,L-2} \bar{\beta}_{1,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\beta_{1,2,l,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{1,2,l,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{1,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\alpha_{1,2,l,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}.
\end{aligned}$$

При изучении процесса диффузии газовых примесей и вредных веществ в атмосфере для решения задачи Б с учетом поглощения газовых примесей и вредных веществ в воздушной массе используем неявную конечно-разностную схему с высокой точностью по времени и пространству. В результате получим следующее выражение по направлению :

$$\begin{aligned}
a_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \\
+ c_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i+1,j,k}^{n+1/3} &= -d_{2,1,m,i,j,k}; \\
a_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \\
+ c_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i+1,j,k}^{n+1/3} &= -d_{2,2,l,i,j,k}; \\
a_{2,1,m,i,j,k} &= \frac{\mu}{\Delta x^2}; \quad b_{2,1,m,i,j,k} = \frac{2\mu}{\Delta x^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad c_{2,1,m,i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta x^2} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
d_{2,1,m,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} - \frac{2\varkappa_k}{\Delta z^2} \right) \theta_{2,1,m,i,j,k}^n + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,1,m,i+1,j,k}^n + \\
&\quad + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,1,m,i,j-1,k}^n + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,1,m,i,j+1,k}^n + \frac{\varkappa_{k-1}}{\Delta z^2} \theta_{2,1,m,i,j,k-1}^n + \\
&\quad + \frac{\varkappa_{k+1}}{\Delta z^2} \theta_{2,1,m,i,j,k+1}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\
a_{2,2,l,i,j,k} &= \frac{\mu}{\Delta x^2}; \quad b_{2,2,l,i,j,k} = \frac{2\mu}{\Delta x^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad c_{2,2,l,i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta x^2} - \frac{3}{2\Delta t};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{2,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} - \frac{2\kappa_k}{\Delta z^2} \right) \theta_{2,2,l,i,j,k}^n + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,2,l,i+1,j,k}^n + \\
&+ \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,2,l,i,j-1,k}^n + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,2,l,i,j+1,k}^n + \frac{\kappa_{k-1}}{\Delta z^2} \theta_{2,2,l,i,j,k-1}^n + \\
&+ \frac{\kappa_{k+1}}{\Delta z^2} \theta_{2,2,l,i,j,k+1}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
\alpha_{2,1,m,0,j,k} &= \frac{(4c_{2,1,m,1,j,k} - b_{2,1,m,1,j,k}) \mu}{(3c_{2,1,m,1,j,k} - a_{2,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\beta_{2,1,m,0,j,k} &= \frac{d_{2,1,m,1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi c_{2,1,m,1,j,k} \theta_E}{(3c_{2,1,m,1,j,k} - a_{2,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\alpha_{2,2,l,0,j,k} &= \frac{(4c_{2,2,l,1,j,k} - b_{2,2,l,1,j,k}) \mu}{(3c_{2,2,l,1,j,k} - a_{2,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
\beta_{2,2,l,0,j,k} &= \frac{d_{2,2,l,1,j,k} \mu + 2\Delta x \xi c_{2,2,l,1,j,k} \theta_E}{(3c_{2,2,l,1,j,k} - a_{2,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
&\theta_{2,1,m,N,j,k}^{n+1/3} = \\
&= \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{2,1,m,N-2,j,k} + \alpha_{2,1,m,N-2,j,k} \beta_{2,1,m,N-1,j,k} - 4\beta_{2,1,m,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{2,1,m,N-2,j,k} \alpha_{2,1,m,N-1,j,k} - 4\alpha_{2,1,m,N-1,j,k} + 3) \mu}; \\
&\theta_{2,2,l,N,j,k}^{n+1/3} = \\
&= \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{2,2,l,N-2,j,k} + \alpha_{2,2,l,N-2,j,k} \beta_{2,2,l,N-1,j,k} - 4\beta_{2,2,l,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{2,2,l,N-2,j,k} \alpha_{2,2,l,N-1,j,k} - 4\alpha_{2,2,l,N-1,j,k} + 3) \mu}.
\end{aligned}$$

Выполним указанную выше последовательность действий также для направлений  $Oy$  и  $Oz$  получим:

Для направления  $Oy$ :

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \\
+ \bar{c}_{2,1,m,i,j,k} \theta_{2,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} &= -\bar{d}_{2,1,m,i,j,k}; \\
\bar{a}_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \\
+ \bar{c}_{2,2,l,i,j,k} \theta_{2,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} &= -\bar{d}_{2,2,l,i,j,k};
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{2,1,m,i,j,k} &= \frac{\mu}{\Delta y^2}; \quad \bar{b}_{2,1,m,i,j,k} = \frac{2\mu}{\Delta y^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad \bar{c}_{2,1,m,i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta y^2} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{d}_{2,1,m,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{2\kappa_k}{\Delta z^2} \right) \theta_{2,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,1,m,i-1,j,k}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,1,m,i+1,j,k}^{n+1/3} + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,1,m,i,j+1,k}^{n+1/3} + \frac{\kappa_{k-1}}{\Delta z^2} \theta_{2,1,m,i,j,k-1}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{\kappa_{k+1}}{\Delta z^2} \theta_{2,1,m,i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{a}_{2,2,l,i,j,k} &= \frac{\mu}{\Delta y^2}; \quad \bar{b}_{2,2,l,i,j,k} = \frac{2\mu}{\Delta y^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \quad \bar{c}_{2,2,l,i,j,k} = \frac{\mu}{\Delta y^2} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{d}_{2,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{2\kappa_k}{\Delta z^2} \right) \theta_{2,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,2,l,i-1,j,k}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,2,l,i+1,j,k}^{n+1/3} + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,2,l,i,j+1,k}^{n+1/3} + \frac{\kappa_{k-1}}{\Delta z^2} \theta_{2,2,l,i,j,k-1}^{n+1/3} + \\
&+ \frac{\kappa_{k+1}}{\Delta z^2} \theta_{2,2,l,i,j,k+1}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\alpha}_{2,1,m,i,0,k} &= \frac{(4\bar{c}_{2,1,m,i,1,k} - \bar{b}_{2,1,m,i,1,k})\mu}{(3\bar{c}_{2,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{2,1,m,i,1,k})\mu + 2\Delta y\alpha_3}; \\
\bar{\beta}_{2,1,m,i,0,k} &= \frac{\bar{d}_{2,1,m,i,1,k}\mu + 2\Delta y\bar{c}_{2,1,m,i,1,k}\xi\theta_E}{(3\bar{c}_{2,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{2,1,m,i,1,k})\mu + 2\Delta y\xi}; \\
\theta_{2,1,m,i,M,k}^{n+2/3} &= \\
&= \frac{2\Delta y\xi\theta_E - (\bar{\beta}_{2,1,m,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{2,1,m,i,M-2,k}\bar{\beta}_{2,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{2,1,m,i,M-1,k})\mu}{2\Delta y\xi + (\bar{\alpha}_{2,1,m,i,M-2,k}\bar{\alpha}_{2,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{2,1,m,i,M-1,k} + 3)\mu}; \\
\bar{\alpha}_{2,2,l,i,0,k} &= \frac{(4\bar{c}_{2,2,l,i,1,k} - \bar{b}_{2,2,l,i,1,k})\mu}{(3\bar{c}_{2,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{2,2,l,i,1,k})\mu + 2\Delta y\alpha_3}; \\
\bar{\beta}_{2,2,l,i,0,k} &= \frac{\bar{d}_{2,2,l,i,1,k}\mu + 2\Delta y\bar{c}_{2,2,l,i,1,k}\xi\theta_E}{(3\bar{c}_{2,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{2,2,l,i,1,k})\mu + 2\Delta y\xi}; \\
\theta_{2,2,l,i,M,k}^{n+2/3} &= \\
&= \frac{2\Delta y\xi\theta_E - (\bar{\beta}_{2,2,l,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{2,2,l,i,M-2,k}\bar{\beta}_{2,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{2,2,l,i,M-1,k})\mu}{2\Delta y\xi + (\bar{\alpha}_{2,2,l,i,M-2,k}\bar{\alpha}_{2,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{2,2,l,i,M-1,k} + 3)\mu}.
\end{aligned}$$

Для направления  $Oz$ :

$$\begin{aligned}
&\bar{a}_{2,1,m,i,j,k}\theta_{2,1,m,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{2,1,m,i,j,k}\theta_{2,1,m,i,j,k}^{n+1} + \\
&\quad + \bar{c}_{2,1,m,i,j,k}\theta_{2,1,m,i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{d}_{2,1,m,i,j,k}; \\
&\bar{a}_{2,2,l,i,j,k}\theta_{2,2,l,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{2,2,l,i,j,k}\theta_{2,2,l,i,j,k}^{n+1} + \\
&\quad + \bar{c}_{2,2,l,i,j,k}\theta_{2,2,l,i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{d}_{2,2,l,i,j,k}; \\
\bar{a}_{2,1,m,i,j,k} &= \frac{\varkappa_{k-1}}{\Delta z^2}; \bar{b}_{2,1,m,i,j,k} = \frac{2\varkappa_k}{\Delta z^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \bar{c}_{2,1,m,i,j,k} = \frac{\varkappa_{k+1}}{\Delta z^2} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{d}_{2,1,m,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} \right) \theta_{2,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,1,m,i-1,j,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,1,m,i+1,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{a}_{2,2,l,i,j,k} &= \frac{\varkappa_{k-1}}{\Delta z^2}; \bar{b}_{2,2,l,i,j,k} = \frac{2\varkappa_k}{\Delta z^2} + \frac{3}{2\Delta t}; \bar{c}_{2,2,l,i,j,k} = \frac{\varkappa_{k+1}}{\Delta z^2} - \frac{3}{2\Delta t}; \\
\bar{d}_{2,2,l,i,j,k} &= \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{2\mu}{\Delta x^2} - \frac{2\mu}{\Delta y^2} \right) \theta_{2,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,2,l,i-1,j,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{\mu}{\Delta x^2} \theta_{2,2,l,i+1,j,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} + \frac{\mu}{\Delta y^2} \theta_{2,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} + \\
&\quad + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{2,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
\bar{\alpha}_{2,1,m,i,j,0} &= \frac{(4\bar{c}_{2,1,m,i,j,1} - \bar{b}_{2,1,m,i,j,1})\varkappa_0}{(3\bar{c}_{2,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{2,1,m,i,j,1})\varkappa_0 - 2\Delta z\bar{\beta}_{2,1,m,i,j,1}}; \\
\bar{\beta}_{2,1,m,i,j,0} &= \frac{\bar{d}_{2,1,m,i,j,1}\varkappa_0 + 2\Delta z\bar{c}_{2,1,m,i,j,1}f_0}{(3\bar{c}_{2,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{2,1,m,i,j,1})\varkappa_0 - 2\Delta z\bar{\beta}_{2,1,m,i,j,1}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \theta_{2,1,m,i,j,L}^{n+1} = \\
& = \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{2,1,m,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{2,1,m,i,j,L-2} \bar{\beta}_{2,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\bar{\beta}_{2,1,m,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{2,1,m,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{2,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\bar{\alpha}_{2,1,m,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}; \\
& \bar{\alpha}_{2,2,l,i,j,0} = \frac{(\bar{4}c_{2,2,l,i,j,1} - \bar{b}_{2,2,l,i,j,1}) \varkappa_0}{(\bar{3}c_{2,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{2,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{2,2,l,i,j,1}}; \\
& \bar{\beta}_{2,2,l,i,j,0} = \frac{\bar{d}_{2,2,l,i,j,1} \varkappa_0 + 2\Delta z \bar{c} c_{2,2,l,i,j,1} f_0}{(\bar{3}c_{2,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{2,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{2,2,l,i,j,1}}; \\
& \theta_{2,2,l,i,j,L}^{n+1} = \\
& = \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{2,2,l,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{2,2,l,i,j,L-2} \bar{\beta}_{2,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\bar{\beta}_{2,2,l,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{2,2,l,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{2,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\bar{\alpha}_{2,2,l,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}.
\end{aligned}$$

Для решения задачи В также выполним выше указанную последовательность действий и придем к следующему:

$$\begin{aligned}
& a_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \\
& + c_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{3,1,m,i,j,k}; \\
& a_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i-1,j,k}^{n+1/3} - b_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \\
& + c_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i+1,j,k}^{n+1/3} = -d_{3,2,l,i,j,k};
\end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned}
& a_{3,1,m,i,j,k} = 0; \quad b_{3,1,m,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad c_{3,1,m,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t}; \\
& d_{3,1,m,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,1,m,i,j,k}^n + \\
& + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,1,m,i+1,j,k}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\
& \alpha_{3,1,m,0,j,k} = \frac{(4c_{3,1,m,1,j,k} - b_{3,1,m,1,j,k}) \mu}{(3c_{3,1,m,1,j,k} - a_{3,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
& \beta_{3,1,m,0,j,k} = \frac{d_{3,1,m,1,j,k} \xi + 2\Delta x \xi c_{3,1,m,1,j,k} \theta_E}{(3c_{3,1,m,1,j,k} - a_{3,1,m,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
& a_{3,2,l,i,j,k} = 0; \quad b_{3,2,l,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad c_{3,2,l,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t}; \\
& d_{3,2,l,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,1,m,i,j,k}^n + \\
& + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,1,m,i+1,j,k}^n + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\
& \alpha_{3,2,l,0,j,k} = \frac{(4c_{3,2,l,1,j,k} - b_{3,2,l,1,j,k}) \mu}{(3c_{3,2,l,1,j,k} - a_{3,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
& \beta_{3,2,l,0,j,k} = \frac{d_{3,2,l,1,j,k} \xi + 2\Delta x \xi c_{3,2,l,1,j,k} \theta_E}{(3c_{3,2,l,1,j,k} - a_{3,2,l,1,j,k}) \mu + 2\Delta x \xi}; \\
& \theta_{3,1,m,N,j,k}^{n+1/3} = \\
& = \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{3,1,m,N-2,j,k} + \alpha_{3,1,m,N-2,j,k} \beta_{3,1,m,N-1,j,k} - 4\beta_{3,1,m,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{3,1,m,N-2,j,k} \alpha_{3,1,m,N-1,j,k} - 4\alpha_{3,1,m,N-1,j,k} + 3) \mu};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \theta_{3,2,l,N,j,k}^{n+1/3} = \\ & = \frac{2\Delta x \xi \theta_E - (\beta_{3,2,l,N-2,j,k} + \alpha_{3,2,l,N-2,j,k} \beta_{3,2,l,N-1,j,k} - 4\beta_{3,2,l,N-1,j,k}) \mu}{2\Delta x \xi + (\alpha_{3,2,l,N-2,j,k} \alpha_{3,2,l,N-1,j,k} - 4\alpha_{3,2,l,N-1,j,k} + 3) \mu}. \end{aligned}$$

Выполним указанную выше последовательность действий также для направлений  $Oy$  и  $Oz$  получим:

Для направления  $Oy$ :

$$\begin{aligned} & \bar{a}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \\ & + \bar{c}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} = -\bar{d}_{3,1,m,i,j,k}; \\ & \bar{a}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j-1,k}^{n+2/3} - \bar{b}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \\ & + \bar{c}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} = -\bar{d}_{3,2,l,i,j,k}; \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned} & \bar{a}_{3,1,m,i,j,k} = 0; \quad \bar{b}_{3,1,m,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad \bar{c}_{3,1,m,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t}; \\ & \bar{d}_{3,1,m,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,i,j,k}^{n+1/3} + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,i,j+1,k}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned}$$

$$\bar{a}_{3,2,l,i,j,k} = 0; \quad \bar{b}_{3,2,l,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad \bar{c}_{3,2,l,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t};$$

$$\begin{aligned} & \bar{d}_{3,2,l,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,i,j,k}^{n+1/3} + \\ & + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,i,j+1,k}^{n+1/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha}_{3,1,m,i,0,k} = \frac{(4\bar{c}_{3,1,m,i,1,k} - \bar{b}_{3,1,m,i,1,k}) \mu}{(3\bar{c}_{3,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{3,1,m,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi};$$

$$\bar{\beta}_{3,1,m,i,0,k} = \frac{\bar{d}_{3,1,m,i,1,k} \mu + 2\Delta y \bar{c}_{3,1,m,i,1,k} \xi \theta_E}{(3\bar{c}_{3,1,m,i,1,k} - \bar{a}_{3,1,m,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi};$$

$$\begin{aligned} & \theta_{3,1,m,i,M,k}^{n+2/3} = \\ & = \frac{2\Delta y \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{3,1,m,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{3,1,m,i,M-2,k} \bar{\beta}_{3,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{3,1,m,i,M-1,k}) \mu}{2\Delta y \xi + (\bar{\alpha}_{3,1,m,i,M-2,k} \bar{\alpha}_{3,1,m,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{3,1,m,i,M-1,k} + 3) \mu}; \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha}_{3,2,l,i,0,k} = \frac{(4\bar{c}_{3,2,l,i,1,k} - \bar{b}_{3,2,l,i,1,k}) \mu}{(3\bar{c}_{3,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{3,2,l,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi};$$

$$\bar{\beta}_{3,2,l,i,0,k} = \frac{\bar{d}_{3,2,l,i,1,k} \mu + 2\Delta y \bar{c}_{3,2,l,i,1,k} \xi \theta_E}{(3\bar{c}_{3,2,l,i,1,k} - \bar{a}_{3,2,l,i,1,k}) \mu + 2\Delta y \xi};$$

$$\begin{aligned} & \theta_{3,2,l,i,M,k}^{n+2/3} = \\ & = \frac{2\Delta y \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{3,2,l,i,M-2,k} + \bar{\alpha}_{3,2,l,i,M-2,k} \bar{\beta}_{3,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\beta}_{3,2,l,i,M-1,k}) \mu}{2\Delta y \xi + (\bar{\alpha}_{3,2,l,i,M-2,k} \bar{\alpha}_{3,2,l,i,M-1,k} - 4\bar{\alpha}_{3,2,l,i,M-1,k} + 3) \mu}. \end{aligned}$$

Для направления  $Oz$ :

$$\begin{aligned} & \bar{a}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j,k}^{n+1} + \\ & + \bar{c}_{3,1,m,i,j,k} \theta_{3,1,m,i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{d}_{3,1,m,i,j,k}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bar{a}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j,k-1}^{n+1} - \bar{b}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j,k}^{n+1} + \\ & + \bar{c}_{3,2,l,i,j,k} \theta_{3,2,l,i,j,k+1}^{n+1} = -\bar{d}_{3,2,l,i,j,k}; \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{a}_{3,1,m,i,j,k} &= 0; \quad \bar{b}_{3,1,m,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad \bar{c}_{3,1,m,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t}; \\ \bar{d}_{3,1,m,i,j,k} &= \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,1,m,i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{gas} - P_{nucl} - P_{cond}); \\ \bar{\alpha}_{3,1,m,i,j,0} &= \frac{(\bar{4}c_{3,1,m,i,j,1} - \bar{b}_{3,1,m,i,j,1}) \varkappa_0}{(\bar{3}c_{3,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{3,1,m,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{3,1,m,i,j,1}}; \\ \bar{\beta}_{3,1,m,i,j,0} &= \frac{\bar{d}_{3,1,m,i,j,1} \varkappa_0 + 2\Delta z \bar{c}_{3,1,m,i,j,1} f_0}{(\bar{3}c_{3,1,m,i,j,1} - \bar{a}_{3,1,m,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{3,1,m,i,j,1}}; \\ & \theta_{3,1,m,i,j,L}^{n+1} = \\ & = \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{3,1,m,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{3,1,m,i,j,L-2} \bar{\beta}_{3,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\beta_{3,1,m,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{3,1,m,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{3,1,m,i,j,L-1} - \bar{4}\alpha_{3,1,m,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}; \\ \bar{a}_{3,2,l,i,j,k} &= 0; \quad \bar{b}_{3,2,l,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta t} + \sigma + \alpha; \quad \bar{c}_{3,2,l,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta t}; \\ \bar{d}_{3,2,l,i,j,k} &= \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,i,j,k}^{n+2/3} + \frac{3}{2\Delta t} \theta_{3,2,l,i,j+1,k}^{n+2/3} + \frac{1}{9} (\delta_{i,j,k} F_{aer} + P_{nucl} - P_{cond}); \\ \bar{\alpha}_{3,2,l,i,j,0} &= \frac{(\bar{4}c_{3,2,l,i,j,1} - \bar{b}_{3,2,l,i,j,1}) \varkappa_0}{(\bar{3}c_{3,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{3,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{3,2,l,i,j,1}}; \\ \bar{\beta}_{3,2,l,i,j,0} &= \frac{\bar{d}_{3,2,l,i,j,1} \varkappa_0 + 2\Delta z \bar{c}_{3,2,l,i,j,1} f_0}{(\bar{3}c_{3,2,l,i,j,1} - \bar{a}_{3,2,l,i,j,1}) \varkappa_0 - 2\Delta z \bar{\beta} c_{3,2,l,i,j,1}}; \\ & \theta_{3,2,l,i,j,L}^{n+1} = \\ & = \frac{2\Delta z \xi \theta_E - (\bar{\beta}_{3,2,l,i,j,L-2} + \bar{\alpha}_{3,2,l,i,j,L-2} \bar{\beta}_{3,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\beta_{3,2,l,i,j,L-1}) \varkappa_L}{2\Delta z \xi + (\bar{\alpha}_{3,2,l,i,j,L-2} \bar{\alpha}_{3,2,l,i,j,L-1} - \bar{4}\alpha_{3,2,l,i,j,L-1} + 3) \varkappa_L}. \end{aligned}$$

Таким образом, для рассмотренных задач, с использованием метода расщепления по физическим процессам, был получен консервативный численный алгоритм, реализация которого на ЭВМ дает возможность исследовать и прогнозировать процесс распространения вредных веществ в атмосфере.

### 3 Результаты численных экспериментов

Для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ было создано программное средство на языке C++. При расчетах принимали следующие входные параметры: размеры области решения задачи – 21x21 км, при этом источник эмиссии располагается в центре области; высота устья выбросной трубы – 100 м над поверхностью земли; мощность источника – 100 мг/м<sup>3</sup> в сек; начальное значение скорости осаждения частиц – 0,00015 м/с; коэффициент поглощения – 0,00048 1/сек; скорость ветра – 2 м/с; направление ветра – 130°.

Оценка эффективности разработанного алгоритма решения задачи (1)-(5) выполнялась путем сравнения результатов с данными полевых измерений и расчетами на основе других численных методов решения выше указанной задачи [36, 37]. На рисунках 1–4 распределение концентрации мелкодисперсных частиц в каждом случае приведено для времени часов на высоте 200 метров над поверхностью земли. Цветами обозначены значения концентрации в кг/м<sup>3</sup> в секунду.

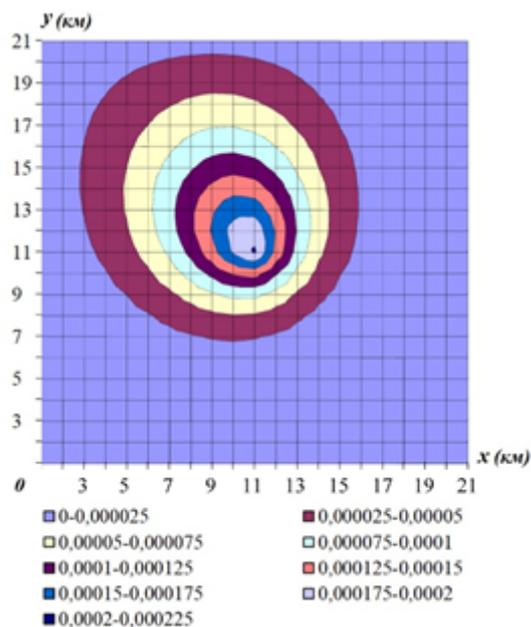


Рис. 1 Реальные данные полевых измерений

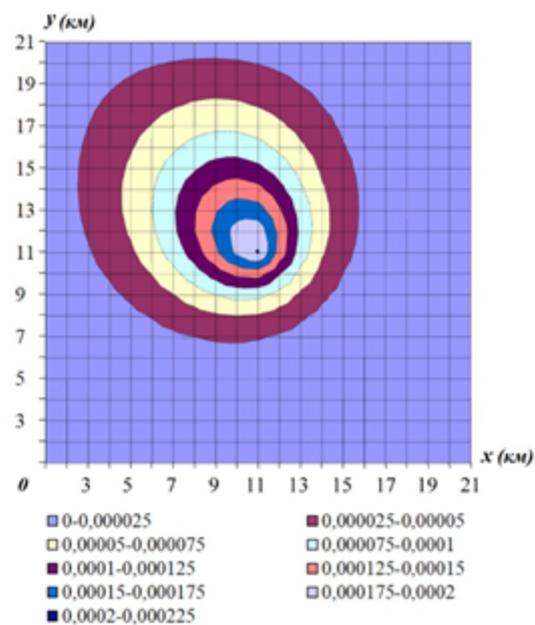


Рис. 2 Решение на основе метода физического расщепления

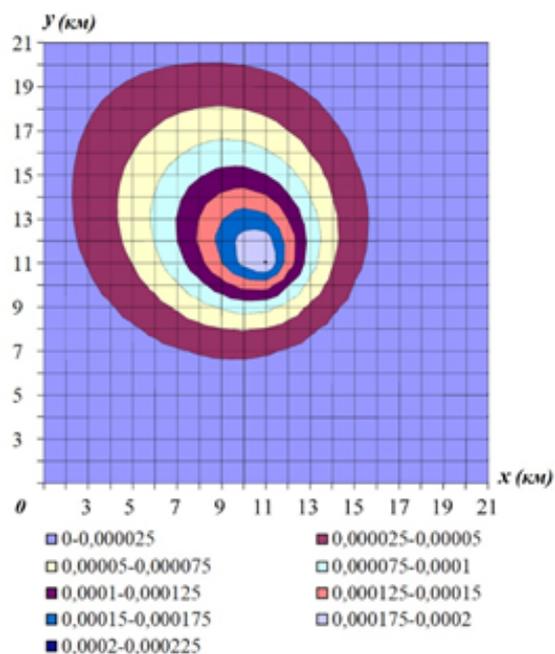


Рис. 3 Решение на основе конечно-разностной схемы 2-го порядка аппроксимации

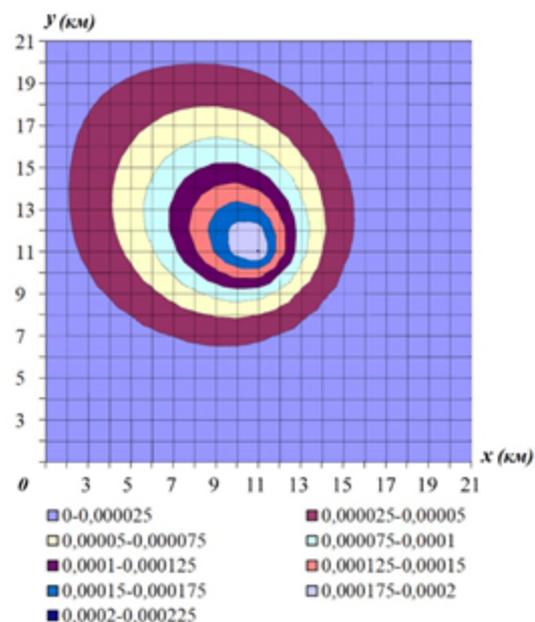
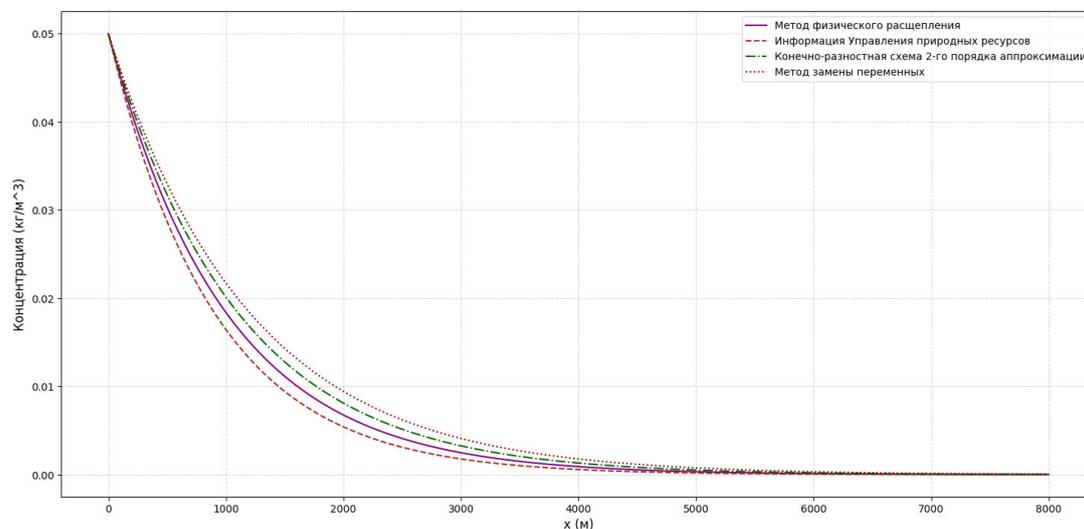


Рис. 4 Решение на основе метода замены переменных

Размеры и формы шлейфов на рисунках 1–4 визуально имеют минимальные различия. Тем не менее, анализ численных результатов показывает вполне ощутимое преимущество разработанного вычислительного алгоритма на основе метода расщепления по физическим процессам.

На рис. 5 представлен график значений концентрации вредных частиц вдоль срединной линии области решения задачи по , полученных различными методами. В таблице 1 представлены показатели эффективности алгоритмов, разработанных на основе рассмотренных численных методов.



**Рис. 5** Согласованность различных численных методов решения задачи с реальными данными измерений

Как можно видеть результаты численного решения задачи распространения вредных выбросов в атмосфере методом физического расщепления имеют минимально расхождение с данными измерений. Точность выше на 5-10% при том, что время вычислений самое минимальное.

**Таблица 1** Показатели эффективности вычислительных алгоритмов

Показатели	Метод физического расщепления	Конечно-разностная схема 2-го порядка аппроксимации	Метод метода замены переменных
<b>Точность (%)</b>	95,07	90,25	85,53
<b>Время (мс)</b>	1,2	1,5	1,9

Вычислительным экспериментам установлено, что при уменьшении шага интегрирования по времени, решение отдельных задач (1А)–(8) и (1Б)–(11) стремится к решению основной задачи (1)–(5). Хотя метод расщепления по физическим процессам дает хорошие результаты, неточности решения расщепленных задач могут возникнуть за счет изменения параметров  $u, v, w, w_g, \mu, \kappa(z)$  как по времени, так и по пространственным переменным.

Согласно результатам проведенных численных расчетов на ЭВМ с ростом горизонтальной скорости воздушной массы атмосферы концентрация вредных веществ в приземном слое растет. Это особенно заметно при скорости ветра  $u \leq 2,5$  м/с и

отчетливо наблюдается при  $h = 200 - 300$  м. Также установлено, что с ростом интенсивности аэрозольных генераторов растет площадь, где концентрация превышает допустимые санитарные нормы. При неустойчивой стратификации распределение концентрации имеет пикообразный характер, то есть максимально увеличивается за короткий промежуток времени. В таких случаях основную роль в рассеивании вредных веществ в атмосфере играют горизонтальные потоки.

На распределение концентрации вредных аэрозольных частиц в атмосфере существенным образом влияет коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения вредных частиц зависит от состояния (температуры и влажности) воздушной массы атмосферы, и изменяется в течение суток и времени года. С ростом значения  $\sigma$  уменьшается концентрация вредных веществ в приземном слое атмосферы. Вычислительными экспериментами установлено, что для атмосферного бассейна промышленных регионов Узбекистана в среднем характерно поглощение от 10 до 18 процентов аэрозольных частиц. Поглощение происходит при влажности воздуха от 70 до 80%.

Вычислительные эксперименты были проведены при условии, когда в атмосферу выбрасываются аэрозольные частицы с различными диаметрами, что также играет существенную роль в процессе переноса и скорости осаждения частиц. Так, из расчетов следует, что транспортировка аэрозольных частиц по вертикали в значительной мере зависит как от вертикальной составляющей скорости ветра, так и от физико-механических свойств частиц (радиус, масса и площадь поперечного сечения), а также и плотности атмосферы и ускорения силы тяжести.

## 4 Заключение

Сравнение результатов проведенных вычислительных экспериментов с данными измерений, а также выявленными закономерностями в работах других авторов показало достаточно удовлетворительное их согласие.

На основании изложенного можно заключить, что разработанная модель адекватно описывает процесс атмосферной дисперсии загрязнителей и их осаждения. Вычислительный алгоритм решения задачи на основе методом расщепления по физическим процессам достаточно эффективен и дает хорошие результаты. Цель создания рассмотренных модели и алгоритма состояла в обеспечении возможности анализа, мониторинга и прогнозирования процесса распространения вредных промышленных выбросов в приземном слое атмосферы.

Полученные результаты в виде информационного, математического и программного обеспечений могут быть успешно использованы, например, для оптимального размещения вновь строящихся объектов в промышленных регионах, а также для оценки масштаба распространения промышленных выбросов в окружающую среду, концентрации вредных веществ в атмосфере и на подстилающей поверхности с последующим принятием решений по минимизации рисков нарушения экологической ситуации.

## Литература

- [1] *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика // М.: Мир, – 1980. – 616 с.
- [2] *Марчук Г.И.* Методы расщепления // М.: Наука, 1988. – 263 с.
- [3] *Воеводин А.Ф., Юшкова Т.В.* Численный метод решения начально-краевых задач для уравнений Навье-Стокса в замкнутых областях на основе метода расщепления // Сиб. журн. вычисл. мат. – 1999. – Т. 2. – №4. – С. 321–332.

- [4] *Воеводин А.Ф., Гончарова О.Н.* Метод расщепления по физическим процессам для расчета задач конвекции // *Мат. моделирование.* – 2001. – Т. 13. – №5. – С. 90–96.
- [5] *Яненко Н.Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики // *Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние,* – 1967. – 196 с.
- [6] *Самарский А.А.* Оценка вертикального коэффициента турбулентной диффузии выбросов промышленных предприятий // *О принципе аддитивности для построения экономических разностных схем // ДАН СССР.* – 1965. – Т. 165. – № 6. – С. 1253–1256.
- [7] *Белоцерковский О.М., Гуцин В.А., Щенников В.В.* Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // *Журнал вычислит. математики и матем. физики.* – 1975. – Т. 15. – № 1. – С. 197–207.
- [8] *Белоцерковский С. М., Гуцин В. А.* Моделирование некоторых течений вязкой жидкости // *М.: ВЦ АН СССР,* – 1982.
- [9] *Белоцерковский, О. М.* Численное моделирование в механике сплошных сред. М. : Физматлит, – 1994. – 442 с.
- [10] *Воеводин А.Ф., Протопопова Т.В.* Метод расчета вязких течений в замкнутых областях // *Сиб. журн. индустр. матем.,* – 2001. – том 4. номер 1. – С. 29–37.
- [11] *Воеводин А.Ф., Гончарова О.Н.* Метод расчета двумерных задач конвекции на основе расщепления по физическим процессам // *Вычислительные технологии* – 2002. – № 7(1). – С. 66–77.
- [12] *Алоян А.Е.* Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. – М.: ИВМ РАН, – 2002. – 201 с.
- [13] *Беляев Н.Н., Славинская Е.С., Кириченко Р.В.* Численные модели для прогноза загрязнения атмосферного воздуха выбросами автотранспорта. *Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта.* – 2016. – № 66. – С. 25–32.
- [14] *Берлянд М.Е.* Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. // *Л: Гидрометеоиздат,* – 1975. – 449 с.
- [15] *Беспалов М.* Моделирование распространения примеси в атмосфере как инструмент воздухоохранной деятельности // *Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем.* – 2016. – № 17(1). – С. 74–85.
- [16] *Громов В.П., Горматюк Ю.К.* Рассеяние примеси от стационарных источников в приземном слое атмосферы // *Метеорология и гидрология.* – 1989. – № 2. – С. 37–47.
- [17] *Доронин Ю.П., Макаров В.А., Мензин А.Б.* Математическое моделирования океанологических процессов. Л.: ЛПИ, – 1987. – 78 с.
- [18] *Матвиенко О.В., Ушаков В.М., Евтюшкин Е.В.* атематическое моделирование турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном потоке // *Вестник ТГПУ М.* – 2004. – № 6. – С. 50–54.
- [19] *Afkhami M., Hassanpour A., Fairweather M.* Effect of Reynolds number on particle interaction and agglomeration in turbulent channel flow // *Powder Technol. Elsevier B.V.* – 2019. – Vol. 343. – P. 908–920.
- [20] *Bereslavskii E.N., Likhacheva N.V.* Mathematical Modeling of Filtration from Canals and Sprinklers of Irrigation Systems // *J. Appl. Math.* – 2012. – № 3. – P. 10–22.
- [21] *Giardina M., Buffa P.* // A new approach for modeling dry deposition velocity of particles *Atmos. Environ. Elsevier Ltd,* – 2018. – Vol. 180. – P. 11–22.
- [22] *Ibbetson, A., Symonds, P., Hutchinson, E.* Data to support small area health impact modelling of air pollution in the United Kingdom // – 2020. Data in brief, 29, 105148. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2020.105148>.

- [23] *Isakov V. et al.* Combining Dispersion Modeling and Monitoring Data for Community-Scale Air Quality Characterization – Atmosphere. MDPI AG, – 2019. – Vol. 10. – № 10. – P. 610.
- [24] *Markiewicz M.* Modelling of the air pollution dispersion // Models and Techniques for Health and Environmental Hazard Assessment and Management / ed. Borysiewicz M. Institute of Atomic Energy, – 2004. – P. 301–348.
- [25] *Overcamp T.J.* Diffusion Models for Transient Releases // J. Appl. Meteorol. – 1990. – Vol. 29. – № 12. – P. 1307–1312.
- [26] *Ravshanov Z., Abdullaeva B., Kubyashev K.* Conjugated mathematical model for optimal location of industrial objects // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 896. – P. 1–5. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/896/1/012071>
- [27] *Runca E.* Basic Lagrangian and Eulerian modelling of atmospheric diffusion // Atmos. Environ. Part A, Gen. Top. – 1992. – Vol. 26. – № 3. – P. 513–515.
- [28] *Sharipov D., Aynakulov S., Khafizov O.* Computer Modeling of Aerosol Emissions Spread in the Atmosphere // E3S Web of Conferences. – 2019. – Vol. 97. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199705023>
- [29] *Steinberga I. et al.* Traffic induced air pollution modeling: Scenario analysis for air quality management in street canyon // Procedia Comput. Sci. Elsevier B.V., – 2019. – Vol. 149. – P. 384–389.
- [30] *Wang Y., Zhao Y., Yao J.* Large eddy simulation of particle deposition and resuspension in turbulent duct flows // Advanced Powder Technology. – 2019. – Vol. 30. – №3. – P. 656–671. <https://doi.org/10.1016/j.appt.2019.01.012>.
- [31] *Xiao D. et al.* Machine learning-based rapid response tools for regional air pollution modelling // Atmospheric Environment. – 2019. – Vol. 199. – P. 463–473. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2018.11.051>.
- [32] *Zannetti P.* Gaussian Models // Air Pollution Modeling. Springer US, – 1990. – P. 141–183.
- [33] *Беликов В.В. и др.* Анализ сравнения нормативных моделей переноса радионуклидов в атмосфере с лагранжевой моделью, используемой в интегрированном пакете «NOSTRADAMUS» Ин-т проблем безопас. развития атом. энергетики РАН : № NSI-1996-03. М., – 1996. – 12 с.
- [34] *Голубенко Н.С. и др.* Моделирование распространения загрязняющих веществ в атмосфере на основании модели факела // Вестник ТГУ. – 2011. – №16(1). – С. 196–198.
- [35] *Равшанов Н., Нарзуллаева Н., Мурадов Ф., Назаров Ш.Э.* Моделирование процесса распространения активных аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – № 5(35). – С. 86–108.
- [36] *Равшанов Н., Мурадов Ф., Нарзуллаева Н., Морзицин И.* Компьютерное моделирование процесса распространения вредных аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы // Узбекский журнал «Проблемы вычислительной и прикладной математики». – Ташкент, – 2017. – №2. – С. 20–29.
- [37] *Шарипов Д.К., Мурадов Ф., Равшанов З.Н.* Математическая модель и вычислительный эксперимент для мониторинга и прогнозирования экологического состояния пограничного слоя атмосферы // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2017. – №6(12). – С. 15–28.

Поступила в редакцию 16.12.2024

UDC 519.6

## ADVANCED MATHEMATICAL MODEL OF PROPAGATION OF GAS MIXTURES AND AEROSOL PARTICLES IN THE ATMOSPHERE AND NUMERICAL SOLUTION ALGORITHM BASED ON PHYSICAL SPLITTING METHOD

*Muradov F.A.*

farrux1981@umail.uz

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,  
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan;  
Samarkand branch of Tashkent University of Information Technologies,  
2A, Abu Ali Ibn Sino Str., Samarkand, 140100 Uzbekistan.

The subject of this article is modeling the process of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the surface layer of the atmosphere. A model of the process of propagation of industrial emissions in the atmosphere has been developed taking into account the settling velocity of fine particles, described by a multidimensional partial differential equation with the corresponding initial and boundary conditions. The basic laws of hydrothermodynamics were used in deriving the model. For the numerical solution of the problem, the method of splitting into physical processes was used: transfer, diffusion, and absorption of aerosol particles, as well as an implicit finite-difference scheme in time with the second order of accuracy. Analysis of the results of computational experiments shows that the developed computational algorithm provides sufficient accuracy of the solution in comparison with field measurement data and has a certain advantage over other numerical methods. In the course of computational experiments, the degree of influence of such parameters as wind speed and direction, absorption coefficient, and physical and mechanical properties of particles on the process of propagation of aerosol particles in the atmosphere was established.

**Keywords:** mathematical model, numerical algorithm, approximation, transfer and diffusion, atmosphere, harmful aerosols, particle settling velocity.

**Citation:** Muradov F.A. 2024. Advanced mathematical model of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the atmosphere and numerical solution algorithm based on physical splitting method. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(62): 105-124.

# ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 6(62) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

**Учредитель:**

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта.

**Главный редактор:**

Равшанов Н.

**Заместители главного редактора:**

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

**Ответственный секретарь:**

Ахмедов Д.Д.

**Редакционный совет:**

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,  
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,  
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),  
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,  
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,  
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,  
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,  
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),  
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),  
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),  
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при  
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

**Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

**Дизайн и вёрстка:**

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 27.12.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №8. Тираж 100 экз.

# PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 6(62) 2024

The journal was established in 2015.  
6 issues are published per year.

**Founder:**

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

**Editor-in-Chief:**

Ravshanov N.

**Deputy Editors:**

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

**Executive Secretary:**

Akhmedov D.D.

**Editorial Council:**

Azamova N.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Burnashev V.F.,  
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),  
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov  
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mirzaeva G.R., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova  
E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,  
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,  
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),  
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),  
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),  
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the  
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

**Address:**

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

**Layout design:**

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 27.12.2024

Format 60x84 1/8. Order No. 8. Printed copies 100.

## Содержание

<i>Равшанов Н., Насруллаев П.</i> Математическое моделирование процесса переноса и диффузии загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы с учетом рельефа местности . . . . .	5
<i>Каримов М.М., Каршиев Д.А.</i> Моделирование процесса нелинейной фильтрации подземных вод в пористой среде . . . . .	23
<i>Равшанов Н., Махмудов Р.З.</i> Регрессионный анализ состава пыли в атмосферном воздухе города . . . . .	34
<i>Холмуродов А.Э., Матанов М.Ч.</i> Модель сейсмического возбуждения полупространственного распространения волн Рэлея . . . . .	45
<i>Равшанов Н., Шадманов И.У., Адизова З.М.</i> Разработка математической модели для контроля и прогнозирования процессов теплопередачи и потери влаги при хранении пористых тел . . . . .	57
<i>Палванов Б.Ю., Жафаров С., Исламов Ю.Н.</i> Моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей центробежным сепаратором с учетом изменения коэффициента сопротивления частиц . . . . .	73
<i>Убайдуллаев М.Ш.</i> Моделирование процесса влажного осаждения радиоактивных примесей в атмосфере с использованием модели DERMA . . . . .	91
<i>Мурадов Ф.А.</i> Усовершенствованная математическая модель процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в атмосфере и численный алгоритм решения задачи методом физического расщепления . . . . .	105
<i>Суллокова Л.Ф., Ахмеджанова З.И.</i> Модели и алгоритмы обработки данных в транспортной логистике сельскохозяйственных регионов с использованием многокритериальных эволюционных алгоритмов . . . . .	125
<i>Мухамедиева Д.Т., Раупова М.Х.</i> Решение сложных задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации . . . . .	137

# Contents

<i>Ravshanov N., Nasrullaev P.</i>	
Mathematical modeling of pollutant transport and diffusion in the near-surface atmospheric layer with consideration of terrain characteristics . . . . .	5
<i>Karimov M.M., Karshiev D.A.</i>	
Modeling of the nonlinear groundwater filtration process in a porous medium . .	23
<i>Ravshanov N., Mahmudov R.Z.</i>	
Analysis of dust composition in the atmospheric air of the city . . . . .	34
<i>Kholmurodov A.E., Matanov M.Ch.</i>	
Seismic excitation model of half-space propagation of Rayleigh waves . . . . .	45
<i>Ravshanov N., Shadmanov I.U., Adizova Z.M.</i>	
Development of a mathematical model for monitoring and forecasting heat transfer processes and moisture loss during storage of porous bodies . . . . .	57
<i>Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Islamov Y.N.</i>	
Modeling the separation process of bulk mixtures by a centrifugal separator taking into account the change in the particle resistance coefficient . . . . .	73
<i>Ubaydullaev M.Sh.</i>	
Modeling the process of wet deposition of radioactive impurities in the atmosphere using the model DERMA . . . . .	91
<i>Muradov F.A.</i>	
Advanced mathematical model of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the atmosphere and numerical solution algorithm based on physical splitting method . . . . .	105
<i>Sulyukova L.F., Akhmedjanova Z.I.</i>	
Models and algorithms for data processing in transport logistics of agricultural regions using multi-criteria evolutionary algorithms . . . . .	125
<i>Mukhamediyeva D.T., Raupova M.H.</i>	
Solving complex mixed-binary constrained optimization problems . . . . .	137