

УДК 512.312

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СЕПАРИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ ЦЕНТРОБЕЖНЫМ СЕПАРАТОРОМ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЕ ЧАСТИЦ

<sup>1\*</sup> Палванов Б.Ю., <sup>2</sup> Жафаров С., <sup>3</sup> Исламов Ю.Н.

\*Bozorboy@yandex.ru

<sup>1</sup>Ургенческий филиал ТУИТ,

220100, Узбекистан, г. Ургенч, ул. Аль-Хорезми, 110;

<sup>2</sup>Ургенческий государственный университет,

220100, Узбекистан, г. Ургенч, ул. Х. Олимжона, 14;

<sup>3</sup>Ташкентский педиатрический медицинский институт,

100140, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Богишамол, 223.

Предложена математическая модель и численный алгоритм решения задачи сепарирования сыпучих смесей сепаратором, работающим под действием центробежной силы. При построении математической модели учитывались следующие силы, действующие на частицы дисперсной смеси: энергия центробежной силы, сила нормальной реакции частицы при вращении цилиндра, сила тяжести, сила сопротивления движению частицы, сила смещения, силы Кориолиса, изменяющие во времени. На основе приведенного алгоритма решения задачи составлено программное средство с использованием Python и проведены вычислительные эксперименты при различных значениях входных параметров. Результаты проведенных экспериментов представлены в виде графиков и дан их анализ.

**Ключевые слова:** математическая модель, численный алгоритм, технологический процесс, сыпучая смесь, программное средство, вычислительный эксперимент.

**Цитирование:** Палванов Б.Ю., Жафаров С., Исламов Ю.Н. Моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей центробежным сепаратором с учетом изменения коэффициента сопротивления частиц // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 6(62). – С. 73-90.

## 1 Введение

Одним из приоритетных направлений развития Республики в годы независимости, является создание нового и совершенствование существующей техники, оборудования и технологии используемых для приготовления, сортирования, сепарирования и переработка сельскохозяйственного сырья, продуктов общего назначения, горючей смазочных материалов и т.д.

Надо отметить, что процесс сепарирования, сортирования зерновых смесей и других сыпучих продуктов, а также жидких растворов как один из основных этапов технологического процесса (ТП) широко применяется на предприятиях мукомольной, масложировой, фармацевтических, горнообогатительных отраслей промышленности, где основным критерием являются снижение себестоимости выходного продукта и сырья и повышение их качества.

Как выше указанной процессы разделения отдельных компонентов или фаз сложных смесей являются неотъемлемой частью многочисленных отраслей производства.

Сортировка семян хлопчатника и их продуктов обрушивания, семян различных сельскохозяйственных культур, очистка хлопка-сырца и его волокна, обогащение полезных ископаемых, производства редких элементов (золота, вольфрама, урана, серебра, платины и других) и многие другие могут служить примером использования технологии сепарирования и фильтрования. Эти процессы отличаются друг от друга не только разделяемыми фазовыми или компонентными составами, но и способами и технологическими оборудованьями, которые используются для достижения цели. Желанный результат может быть достигнут как с использованием одного этапа, так и использованием многоэтапного процесса.

В зависимости от реологии составляющих смеси может быть использованы различные внешние воздействия на смеси, как механические воздействия, электромагнитные поля, сила гравитации и другие. Совершенствование существующих и разработка новых эффективных способов и устройств сепарирования и фильтрования сложных смесей, опираясь на результаты натурного эксперимента, требует солидных капиталовложений, но не всегда осуществимо. В связи с этим целесообразно обратиться к методам математического моделирования и возможностям современных информационных технологий, где требуется тщательный анализ используемых технологических процессов и относящихся им математических моделей. Разработка достоверной математической модели и использование эффективных численных методов решения практических задач зачастую позволяют не только анализировать технологический процесс, но и успешно управлять им, более того, предложить новый, эффективный способ организации технологического процесса и определить его оптимальных параметров функционирования.

Проведенные комплексные исследования по процессу сепарирования и разделения трудноразделяемых сыпучих смесей показали, что перспективным является переход на высокоэффективное сепарирующее оборудование, у которого выделение частиц через сепарирующую поверхность происходит под действием центробежных сил, намного превосходящих силы тяжести. Поэтому всестороннее теоретическое и экспериментальное исследование центробежных сепараторов, процесса сепарирования, разработка новых, эффективных конструкций сепараторов является актуальной задачей.

В исследовании [1] смоделированы и оценены аэродинамические свойства трёх сортов семян арбуза с учётом их влажности. Были использованы сорта семян арбуза «Charleston grey», «Kaolak» и «Sugar baby», и их влажность варьировалась от 8,61% до 24,26%, от 10,30% до 26,11% и от 7,78% до 23,23% соответственно. Результаты исследования показывают, что с увеличением влажности трёх сортов семян арбуза увеличивается и значение числа Рейнольдса. Анализ дисперсии показал, что влажность трёх сортов семян арбуза оказывает значительное влияние на все аэродинамические свойства ( $p < 0,05$ ). Кроме того, разработаны математические модели, связывающие влажность семян арбуза с их аэродинамическими характеристиками.

В статье [2] проведено экспериментальное исследование по сортировке зерновых смесей с использованием кольцевого зигзагообразного пневматического сепаратора. Разработана математическая модель движения смесей в агрегате на основе воздушного потока, силы тяжести, коэффициента сопротивления и сил Магнуса, действующих на зерновые смеси, движущиеся внутри аспирационного канала. Результаты проведённого исследования показали, что благодаря эффекту Магнуса эффективность пневматической сортировки значительно повышается.

В статьях [3, 4] авторами был создан конический очистной агрегат, передающий воздушный поток в изменяющемся состоянии, и разработана математическая модель движения частиц в нём. Математическая модель движения частиц в канале представлена в виде дифференциального уравнения. Для решения дифференциального уравнения были применены численные методы, и получены решения. Полученные численные результаты показывают, что траектории движения частиц в тяжёлых и лёгких фракциях различны.

В работе [5] исследован процесс сортировки зерновых смесей в пневматическом канале путём их разделения на фракции при искусственном изменении скорости воздуха по экспоненциальному закону. Разработанная в рамках исследования модель представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, результаты которой были получены в программной среде Mathcad на основе начальных и граничных условий. Показано, что экспоненциальное распределение скорости воздуха искусственным образом увеличивает различия в траекториях частиц на 20%.

В исследовании [6] были изучены физические свойства зерна и его стебля, а также геометрические размеры, поглощение влаги и аэродинамические характеристики двух сортов пшеницы Cham и Mehr. В процессе сортировки зерна были исследованы движения частиц в трёх положениях: вертикальном, горизонтальном и боковом, на основе коэффициента сопротивления и сил тяжести. Результаты показали, что увеличение влажности привело к увеличению скорости частиц и снижению коэффициента сопротивления. Полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании процессов отделения и переработки пшеницы от колоса.

В исследовании [7] была оценена изменяемость аэродинамических характеристик семян зелёной и красной чечевицы при изменении влажности частиц от 10% до 25% во время их сортировки. При увеличении влажности скорость и число Рейнольдса для семян зелёной чечевицы были выше по сравнению с красной чечевицей, однако коэффициент сопротивления был выше для красной чечевицы по сравнению с зелёной при увеличении влажности. Дисперсионный анализ показал, что уровень влажности оказывает значительное влияние на все аэродинамические характеристики семян чечевицы на уровне вероятности 1%.

В статье [8] подчеркиваются перспективы применения метода дискретных элементов при моделировании широко распространённых сельскохозяйственных материалов, таких как почва, семена сельскохозяйственных культур и солома, а также при исследовании различных технологических процессов сельскохозяйственных машин и их компонентов.

В исследовании [9] разработана модель для прогнозирования переноса биомассы частиц в жидкостном потоке. Движение частиц в пневматическом канале было рассчитано с использованием методов численной интеграции, применяя методы Рунге-Кутты и NDF.

В исследовании [10] изучены оптимальная форма и рабочие параметры сортировочной камеры для пневматической сортировки пшеницы сорта "Skagen" на основе воздушного потока с целью увеличения срока хранения и обеспечения качества зерна. В ходе проведённого эксперимента были получены аэродинамические характеристики пшеничных зёрен с содержанием влаги  $14 \pm 2,0\%$ .

В работе [11] разработан дизайн и технологическая схема мехатронной системы для анализа работы сепаратора и контроля за ними при сортировке семян. Основное отличие предлагаемой системы от традиционной заключается в том, что камера, записывающая процесс отделения на фото или видео, позволяет определить траек-

торию семян. Это позволяет автоматически настраивать рабочие параметры сепаратора на основе обработки полученных данных в блоке управления.

В исследованиях [12, 13] изучен процесс очистки зерна от лёгких примесей путём усовершенствования конструкции вибрационного двухслойного агрегата. Адаптивность предложенной модели была оценена на основе экспериментальных исследований. В ходе исследования была проанализирована скорость движения частиц и их траектории в верхнем и нижнем слоях зерновой смеси под воздействием частоты колебаний агрегата, а в работе [14] показано, что эффективность зерносепараторов может быть повышена за счёт моделирования динамики зерновых смесей на наклонных воздушнопроницаемых поверхностях пневматических сепарационных устройств.

В работе [15] представлены результаты цифрового моделирования и экспериментальных исследований процесса разделения семян подсолнечника в воздушном потоке. Статистический анализ показал, что при изменении значений факторов в определённом диапазоне коэффициент корреляции между теоретическими и экспериментальными зависимостями составил 0,96.

Проведенные исследования процесса разделения и сепарации трудноразделимых зерновых смесей и других сельскохозяйственных продуктов показали, что необходимо предварительно очищать их от примесей и других сопутствующих отходов [16]. Для разделения вышеуказанного сырья и продуктов целесообразно проводить предварительную очистку с использованием сепаратора, разделяющего смесь на фракции на основе центробежных сил [17].

Детальный анализ полученных численных расчетов показал, что на повышение технико-экономических показателей центробежных сепараторов большое влияние оказывают скорость вращения, частота и амплитуда колебаний барабана [18].

Предложена модель, рассматривающая сыпучую среду как своеобразную сжимаемую жидкость. Поставленная в рамках модели задача о давлении и плотности вращающегося сыпучего тела решена в элементарных функциях.

Исходя из сказанной выше для проведения комплексного исследования ТП необходимо разработать эффективный инструмент, заменяющий объект исследования на математический аппарат – математическая модель, алгоритм и программное средства, воспользуясь которого можно проводить вычислительные эксперименты на ЭВМ и определить основные параметры и их диапазоны изменения обеспечивающие однородности состава выходного сырья и продуктов и повышения технико-экономические показатели центробежных сепараторов используемых в объектах производства.

## 2 Постановка задачи

Известно, что зерновые культуры проходят несколько технологических этапов, пока их не уберут с поля и не получают из него готовый первичный продукт. Процессы сортировки и очистки являются частью этих технологических этапов.

Очистки зерна зависят от типа зерна, его исходного состояния, а также от назначения конечного продукта. Общий процесс очистки зерна включает несколько этапов, которые обеспечивают удаление примесей, улучшение качества зерна и подготовку его для дальнейшей переработки.

Основные этапы очистки зерновых культур:

**1. Предварительная очистка:** для удаление крупных и грубых примесей (каменей, соломы, крупных комков земли и т.д.). часто используются оборудование зер-

новые сепараторы (грубые решета) и аспирационные каналы для удаления легких примесей.

**2. Основная очистка:** Удаление мелких, средних и легких примесей которого используются решетчатые сепараторы для сортировки по размерам, триеры для отделения длинных или коротких примесей и магнитные сепараторы для удаления металлических частиц.

**3. Финишная очистка:** Повышение чистоты зерна до уровня, необходимого для переработки. Используются оборудование пневмосепараторы для удаления остатков легких примесей и шелушители для удаления оболочки (при необходимости).

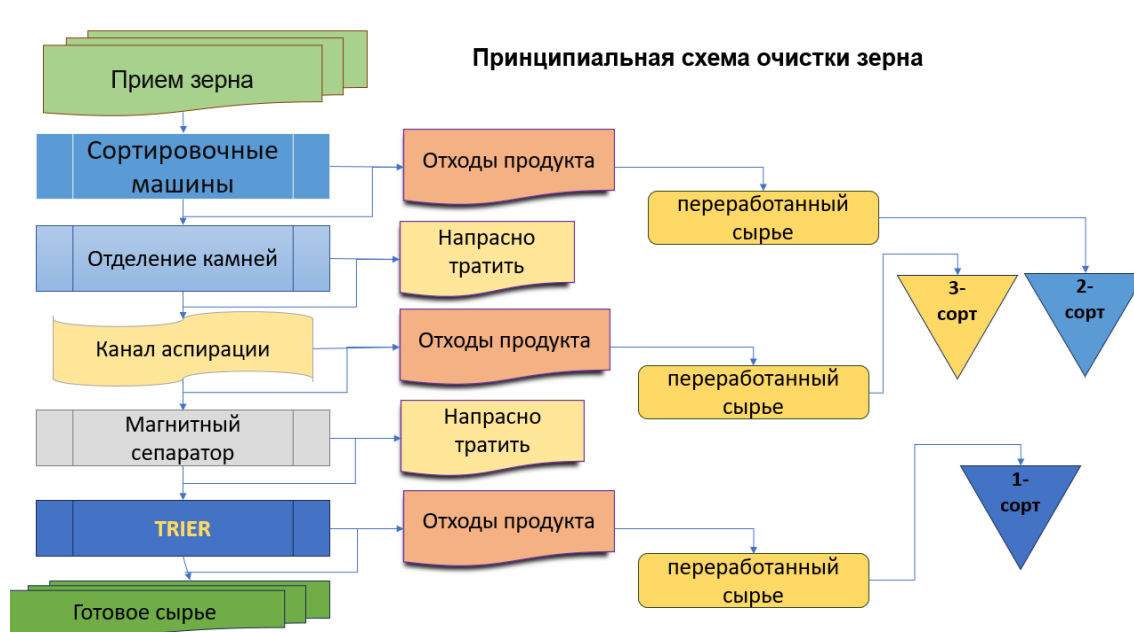
**4. Дополнительная обработка:** Специфическая обработка в зависимости от назначения зерна. Имеются следующие возможные операции: Обработка зерна водой для удаления пыли, полировка зерна и фумигация для уничтожения вредителей.

Например, при очистке смесей (то есть пшеницы, риса и других зерен) в барабанных сепараторах, когда зерновые смеси разделяются на разные фракции, они могут иметь различную форму.



**Рис. 1** Фотосъёмки отходы зерна (пшеницы) различного фракции.

Схема очистки может различаться в зависимости от вида зерна, степени загрязнения и требуемого качества. Например при очистка зерна на мукомольных предприятиях направлен на удаление примесей, загрязнений, сорной примеси, а также на улучшение технологических и санитарных показателей зерна. Очистка осуществляется в несколько этапов, включая механические, физико-химические и пневматические методы.



**Рис. 2** Принципиальная схема очистки зерна на мукомольных предприятиях

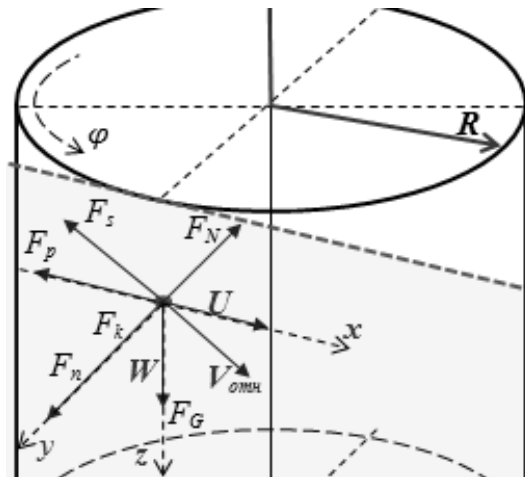
Таким образом очистка зерна на мукомольных предприятиях является важным этапом подготовки сырья к переработке в муку. Научное исследование очистки зерна с использованием математического моделирования на центробежном сепараторе представляет собой важное направление в аграрной науке и технологии. Оно направлено на разработку эффективных методов и оборудования для повышения качества и скорости очистки зерна от примесей, а также на оптимизацию производственных процессов.

Для вывода математической модели процесса сепарации сыпучих смесей предположим, что на частиц в сепараторе действуют: сила тяжести, центробежная сила инерции, сила нормальной реакции цилиндра, силы сопротивления частиц, переносная и кориолисова силы инерции и ситовая поверхность при этом совершает равномерное вращательное движение и гармонические колебания в плоскости перпендикулярной оси вращения и барабан центробежного сепаратора вращается вокруг оси  $OZ$  с пульсирующим изменением скорости с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\psi$  (рис.3).

Для вывода математической модели процесса гравитационного обогащения и сепарирования сыпучих смесей берем уравнения баланса сил.

$$F_n + F_N + F_G + F_s + F_p + F_k = 0. \quad (1)$$

Здесь  $F_n = mR\dot{\varphi}^2$  – центробежная сила инерции;  $F_N$  – сила нормальной реакции вращавшего цилиндра;  $F_G = mg$  – сила тяжести;  $F_s$  – силы сопротивления движению частицы в системе  $z$ ;  $F_p = fF_N$  – переносная сила действующий на частиц;  $F_k = 2m\dot{\varphi}\dot{x}$  – кориолисова силы инерции.



**Рис. 3** Схема сил, действующих на частицу в барабане центробежного сепаратора с пульсирующим изменением скорости

Надо подчеркивать, что сила трения направлена противоположно вектору относительной скорости (рис. 3) и тогда ее можно определить следующим образом:

$$V_{отн} = \sqrt{U^2 + V^2}.$$

Используя уравнения (1) и законы классической механики для определения траектория движения частиц в цилиндре сепаратора под воздействиях выше указанных сил, получаем математический модель описывающий системой обыкновенной нелинейной дифференциальной уравнений описывающий движения частицы сыпучих смесей поступающий в бункер центробежного сепаратора, причем пульсирующее изменение скорости вращения барабана задаем соотношением  $\varphi = \Omega t + \psi \sin \omega t$ :

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} = R\psi\omega^2 \sin \omega t - f[R(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2 + 2U(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)] \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}}; \\ \frac{dV}{dt} = g - f[R(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)^2 + 2V(\Omega + \psi\omega \cos \omega t)] \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}}. \end{cases} \quad (2)$$

с условием покоя частиц:

$$U(0) = 0; V(0) = 0; \text{ при } t = 0. \quad (3)$$

Здесь  $U, V$  – соответственно скоростей перемещение частиц по горизонтали и вертикали,  $\Omega$  – угловая скорость цилиндра,  $R, \omega$  – амплитуда и частота вращательной цилиндра,  $\psi$  – угловая амплитуда колебаний,  $f$  – коэффициент сопротивления.

Для частиц, движущихся с постоянной скоростью (состояние установившегося движения), дифференциальное уравнение можно упростить:

$$mg = \frac{1}{2} C_d \rho A^2 v^2. \quad (4)$$

Отсюда коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_d$  определяется как:

$$C_d = \frac{2mg}{\rho A v^2}. \quad (5)$$

Таким образом, зная массу частицы, ее площадь, плотность воздуха и скорость движения, можно вычислить  $C_d$ . Для пневмоочистки зерна это уравнение может использоваться для оценки того, как частицы разных фракций и размеров будут вести себя в воздушном потоке.  $C_d$  может варьироваться в зависимости от формы, размера и поверхности зерна, и его можно использовать для проектирования оптимальной системы пневматической очистки.

На частицу в воздухе действует сумма сил:

$$m \frac{d\vartheta}{dt} = mg - \frac{1}{2} C_d \rho A \vartheta^2.$$

Здесь  $m$  – масса частицы,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\vartheta$  – средняя скорость частицы относительно воздуха,  $C_d$  – коэффициента аэродинамического сопротивления.

Чтобы определить  $C_d$ , необходимо провести эксперименты по пневматической очистке зерна и измерить параметры системы:

1. Средняя скорость движения частицы  $\vartheta$ ;
2. Плотность воздуха  $\rho$ ;
3. Массу и размеры зерна (для определения площади  $A$ ).

Чтобы описать движение зерна в воздушном потоке с учетом хаотичного изменения коэффициента формы частиц, необходимо модифицировать стандартное уравнение движения, добавив к нему стохастическую (случайную) компоненту, представляющую изменения коэффициента формы во времени.

#### **Основные силы, действующие на частицу.**

Как показано в работе [14] при движении зерна в воздушном потоке действуют следующие силы:

1. Сила тяжести:  $F_{gr} = mg$ ;
2. Сила аэродинамического сопротивления:  $F_{sp} = \frac{1}{2} C_d \rho A \vartheta^2$ ;
3. И другие силы, такие как сила подъемной силы или силы турбулентности.

**Коэффициент формы и аэродинамическое сопротивление.** Коэффициент формы  $\Phi(t)$  связан с аэродинамическим сопротивлением частицы и может выражаться через коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_d$ . Изменение формы зерна влияет на аэродинамическое сопротивление, а если коэффициент формы изменяется во времени случайным образом, это можно учесть с помощью выражение:

$$C_d(t) = C_d^0 \Phi(t). \quad (6)$$

Где:  $m$  – масса частица,  $v$  – среднее скорость частицы,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\rho$  – плотность воздуха,  $A$  – площадь поперечного сечения частицы,  $\Phi(t)$  – случайная функция времени, описывающая изменения формы.

**Стохастическая природа коэффициента формы.** Для моделирования хаотичного изменения формы можно ввести случайный процесс для  $\Phi(t)$ . Например,  $\Phi(t)$  может описываться как процесс шумом, где отклонение формы имеет случайные флуктуации:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\alpha \Phi(t) + \sigma W(t). \quad (7)$$

Где:  $\alpha$  – коэффициент затухания, характеризующий скорость возвращения к среднему значению формы,  $\sigma$  – интенсивность случайных изменений формы,  $W(t)$  – стандартный процесс Винера (белый шум), моделирующий случайные флуктуации.



Таким образом, полное стохастическое дифференциальное уравнение для скорости частицы с учетом хаотических изменений формы может быть записано как система уравнений:

1. Для скорости частицы:

$$m \frac{d\vartheta(t)}{dt} = mg - \frac{1}{2} C_d^0 \Phi(t) \rho A \vartheta^2. \quad (8)$$

2. Для случайных изменений формы:

$$m \frac{d\Phi(t)}{dt} = -\alpha \Phi(t) + \sigma W(t). \quad (9)$$

### Начальные условия

Начальные условия нужны для того, чтобы описать состояние системы в начальный момент времени  $t = 0$ . Они задаются для скорости частицы и для коэффициента формы.

- Начальная скорость частицы  $\vartheta(0)$  – это скорость зерна в момент времени  $t = 0$ . Начальное значение может быть либо известно, либо предполагается, что частица начинает движение из состояния покоя:  $\vartheta(0) = \vartheta_0$ . Например, если зерно начинает движение из состояния покоя, то  $\vartheta_0 = 0$ . В случае, если оно попадает в пневматический поток уже с какой-то скоростью, то  $\vartheta_0$  будет ненулевым.

- Начальное значение коэффициента формы  $\Phi(0)$  – это начальное значение стохастической переменной, описывающей форму частицы. В отсутствие другой информации можно принять среднее значение для формы:  $\Phi(0) = \Phi_0$ . Обычно  $\Phi_0$  выбирается из диапазона, соответствующего средней или наиболее вероятной форме зерна.

### Граничные условия

Граничные условия задаются для времени, пространства или скоростей и определяют поведение системы при достижении определённых границ.

**Для скорости:** Если система изучается в ограниченном интервале времени  $[0, T]$ , можно ввести ограничения на скорость зерна при больших значениях времени, например, предположить, что зерно достигает установившейся скорости в потоке воздуха:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta(t) = \vartheta_{уст.}$$

Это может быть предельная скорость, когда силы тяжести и аэродинамического сопротивления уравновешиваются, и скорость становится постоянной. Предельная скорость можно выразить, решив уравнение в установившемся режиме:

$$mg = \frac{1}{2} C_d^0 \Phi_{уст.} \rho A \vartheta_{уст.}^2.$$

Отсюда предельная скорость  $\vartheta_{уст.}$  будет равна:  $\vartheta_{уст.} = \sqrt{\frac{2mg}{C_d^0 \Phi_{уст.} \rho A}}$ .

$\Phi_{уст.}$  – это установившееся значение коэффициента формы, которое можно принять средним для данной частицы.

**Для коэффициента формы:** Для стохастического процесса, описывающего коэффициент формы  $\Phi(t)$ , граничные условия могут быть заданы в виде долгосрочного поведения формы, которое стремится к некоторому среднему значению.

Например:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E[\Phi(t)] = \Phi_{уст.}$$

То есть при больших  $t$  форма зерна будет флуктуировать вокруг среднего значения  $\Phi_{уст}$  которое соответствует установившемуся коэффициенту аэродинамического сопротивления.

**Дополнительные граничные условия в случае пространства.** Если необходимо учесть движение зерна в пространстве, то можно ввести дополнительные граничные условия для положения зерна. Например, если зерно движется в ограниченной области, можно ввести условия на положение зерна, такие как отражение от стенок или выход за пределы области:

Для отражения: если зерно достигает границы области  $x = x_{\max}$ , скорость меняет знак (моделируется как упругое столкновение):

$$\vartheta(t) = -\vartheta(t), \text{ при } x = x_{\max}.$$

Для выхода за пределы области: если зерно покидает область, его движение может прекращаться:

$$\vartheta(t) = 0, \text{ при } x \geq x_{\max}.$$

**Случайное распределение коэффициента формы.** Поскольку  $\Phi(t)$  – случайная величина, можно ввести вероятностные граничные условия для её значений. Например, флуктуации формы могут быть ограничены некоторым интервалом значений  $\Phi_{\min} \leq \Phi(t) \leq \Phi_{\max}$ , что соответствует физическим ограничениям формы зерна. В этом случае:

$$\Phi_{\min} \leq \Phi(t) \leq \Phi_{\max}.$$

Где  $\Phi_{\min}$  и  $\Phi_{\max}$  – минимальные и максимальные значения коэффициента формы, соответствующие изменению геометрии зерна в пневматическом потоке.

**Итоговые начальные и граничные условия:**

Начальные условия: Начальная скорость  $\vartheta(0) = \vartheta_0$ , начальная форма частицы  $\Phi(0) = \Phi_0$ .

Граничные условия: Для скорости:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta(t) = \vartheta_{уст}$ , для формы  $\lim_{t \rightarrow \infty} E[\Phi(t)] = \Phi_{уст}$ .

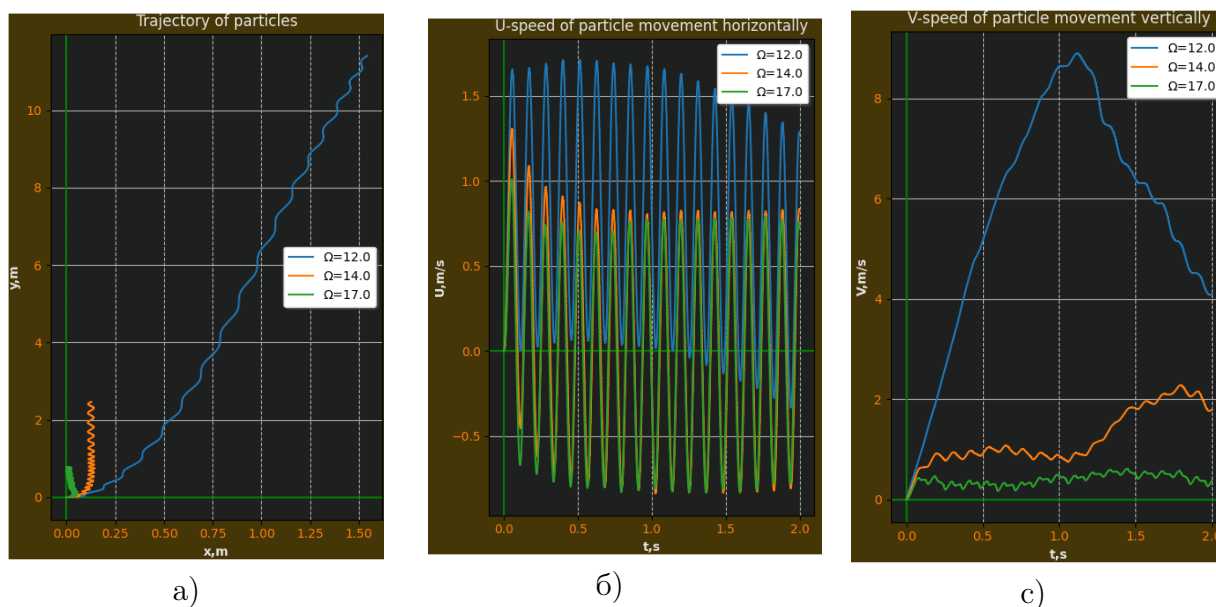
Такие начальные и граничные условия позволяют моделировать движение зерна с учетом случайных флуктуаций формы, характерных для реальных систем пневматической очистки.

### 3 Методы решения и обсуждения результатов

Как следует из постановки задача, она описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, получить аналитическое решение затруднительно. Для численного интегрирования поставленной задачи было использовано метод Кутты-Мерсона с 3 порядком погрешностями и используя среду Python разработана программная средства. Для комплексного исследования ТП проведены вычислительные эксперименты при различных значениях водных параметров и режимов работы центробежного сепаратора, результат которых отражены в рис. 4а-11с.

В рис. 4а, рис. 4б, рис. 4с приведены результаты численного расчета на ЭВМ при различных значениях угловых скоростей вращения цилиндра. Как видно из кривых рис. 4б ростом скорости вращения цилиндра горизонтальная составляющая

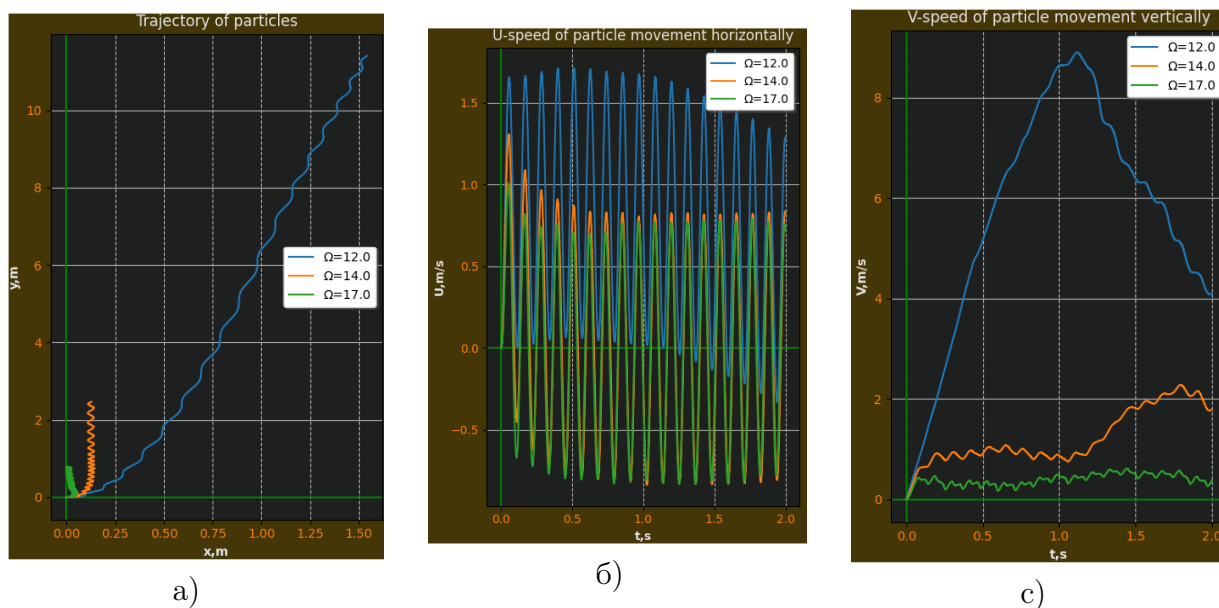
скорости перемещения частиц в цилиндре увеличивается. При значениях  $\Omega = 12$  1/с. частицы поступающий в бункер агрегата под действием силы тяжести вертикально опускаются в низ. Вычислительными экспериментами установлены, что основными физико-механические свойства непосредственно действующие на относительной скорости перемещения частиц это - плотность, масса, линейный размер, а также и парусность. А траектория некоторых частиц может изменит направление за счет хаотичное изменение коэффициента формы частиц.



**Рис. 4** а) Траектория относительного движения частиц при различных угловых скоростях цилиндра, б) Горизонтальная скорость перемещения частиц при различных угловых скоростях вращения цилиндра, в) Вертикальная скорость перемещения частиц при различных угловых скоростях вращения цилиндра

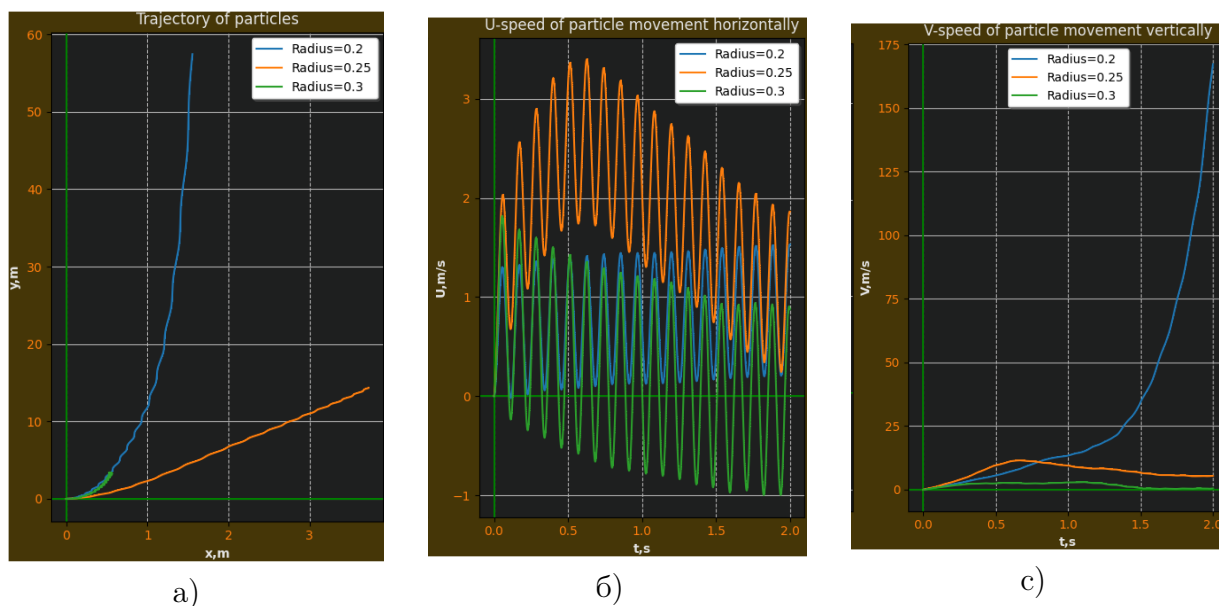
Другим существенным параметром, которое непосредственно играющий рол в технологию сепарирования сыпучих смесей, это – частота вращения цилиндра вращающийся вокруг оси  $OZ$ . Численные расчеты были проведены при различных значениях частоты вращения цилиндра (рис. 5а, рис. 5б, рис. 5с). Анализ полученных численных расчетов показали, что максимальная скорость перемещения частиц по вертикали соответствуют при минимальных значениях частоты вращения цилиндра. С ростом частоты вращения бункера растет горизонтальная составляющая скорости перемещения частиц.

Изменение горизонтальной и вертикальной скорости перемещения частиц в зависимости от частоты вращения цилиндра приведены в рис. 5б-5с. Вычислительным экспериментом установлена, что (рис.5б.) с увеличением значения частоты вращения цилиндра горизонтальная скорость перемещения частиц пропорционально растет. Анализ проведенных численных расчетов на ЭВМ показали, что при значительных больших значениях частоты вращения цилиндра происходит хаотическое перемещения частиц в бункере агрегата, а при изменении частоты вращения цилиндра в интервале  $48 < \omega < 55$  происходит равномерное перемещения частиц. Анализ численных расчетов показали, что частота вращения цилиндра существенный роль играет в скорости перемещения частиц по вертикали. С ростом частоты вращения растет вертикальной скоростью перемещения частиц.



**Рис. 5** а) Траектория относительного движения частиц при различных частота колебания цилиндра, б) Горизонтальная скорость перемещения частиц при различных частотах вращения цилиндра, в) Вертикальная скорость перемещения частиц при различных частотах вращения цилиндра

Вычислительный эксперимент были проведены при различных значениях радиус вращающего цилиндра (рис. 6а, рис. 6б, рис. 6в) и определены относительный скорости перемещения частиц. Как видно из кривых рис.6а рассеивание траектория перемещения частиц в цилиндре растет с ростом его радиуса. Вычислительным экспериментом установлена, что при фиксированных заданных других параметрах, с ростом радиус цилиндра растет скорость перемещения частиц по вертикали при отдаление частиц от ос  $OZ$ .

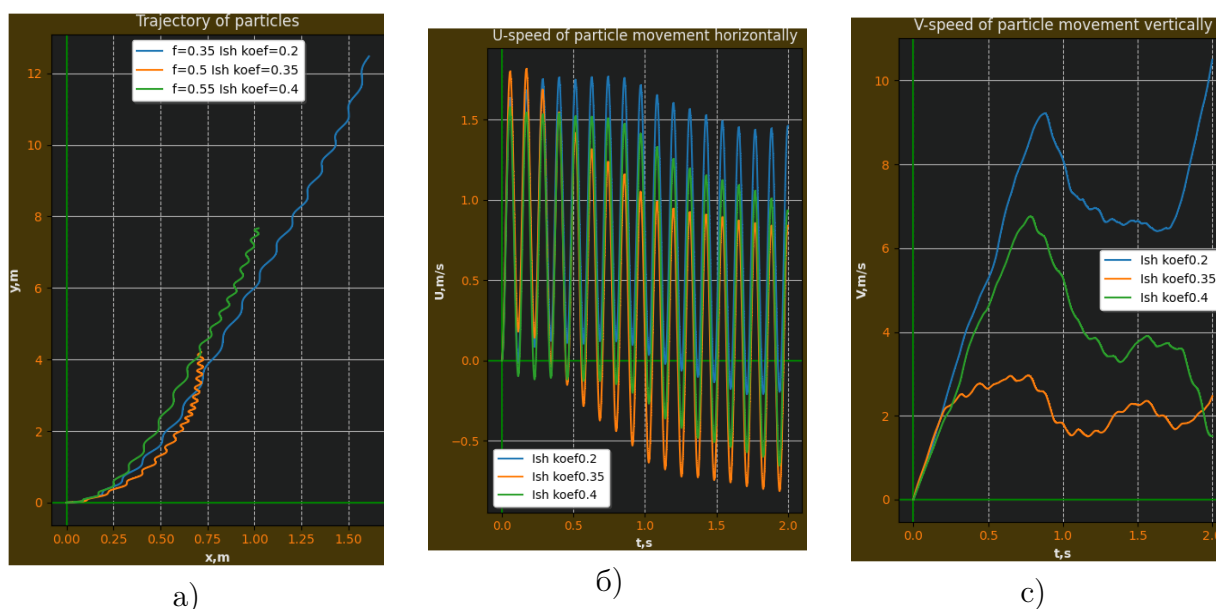


**Рис. 6** а) Траектория относительного движения частиц при различных значения радиус цилиндра, б) Горизонтальная скорость перемещения частиц при различных радиус цилиндра, в) Вертикальная скорость перемещения частиц при различных радиус цилиндра

Анализ численных расчетов показали, что частота вращения цилиндра существенный роль играет в скорости перемещения частиц по вертикали. С ростом частоты вращения растет вертикальный скорость перемещения частиц. Вычислительный эксперимент так же был проведен при различных значения радиус цилиндра (рис.6б, рис.6с). Установлено, что при фиксированных значения параметров работы агрегата плавно перемещения частиц по горизонтали достигается при радиусе  $R = 0.20 - 0.25$  метрах (рис. 6б).

Как указано выше, при сепарирования трудноразделяемых смесей существенный роль играет коэффициент сопротивления частиц при полете. Для исследования данного параметра на разделения сыпучих смесей был проведен расчет на ЭВМ при различных значениях коэффициент сопротивления частиц (рис. 7а, рис. 7б, рис. 7с). Как следуются из результаты проведенных численных расчетов на ЭВМ максимальное однородное разделения частиц происходят за счет рассеивания значения коэффициента сопротивления.

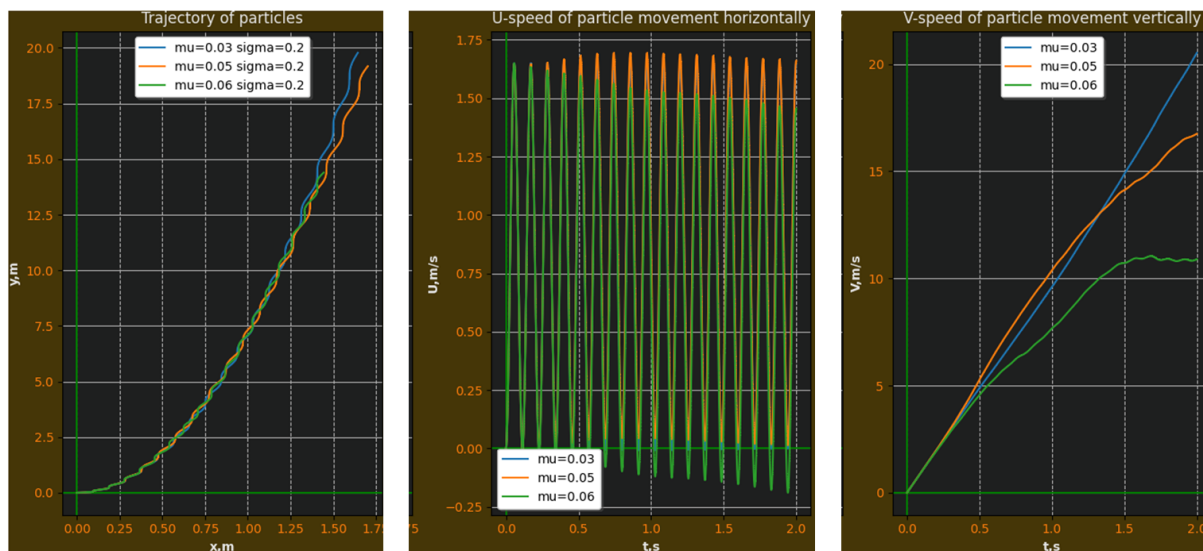
Как было указано выше одним из существенных параметров связанные с физико-механических свойств сыпучих смесей, это коэффициент сопротивления частиц при перемещение их как по вертикали, так и по горизонтали( рис. 7б, рис. 7с.) Для определения отклик данного параметра на процесс сепарирования смесей проведены вычислительный эксперимент на ЭВМ. Анализ численных расчетов показали, что с ростом коэффициента сопротивления частица сыпучих смесей начинаются хаотическое перемещение в бункере агрегата, в следствие чего, растет вероятность столкновения частиц друг от друга в результате которого снижается эффект сепарирования смесей.



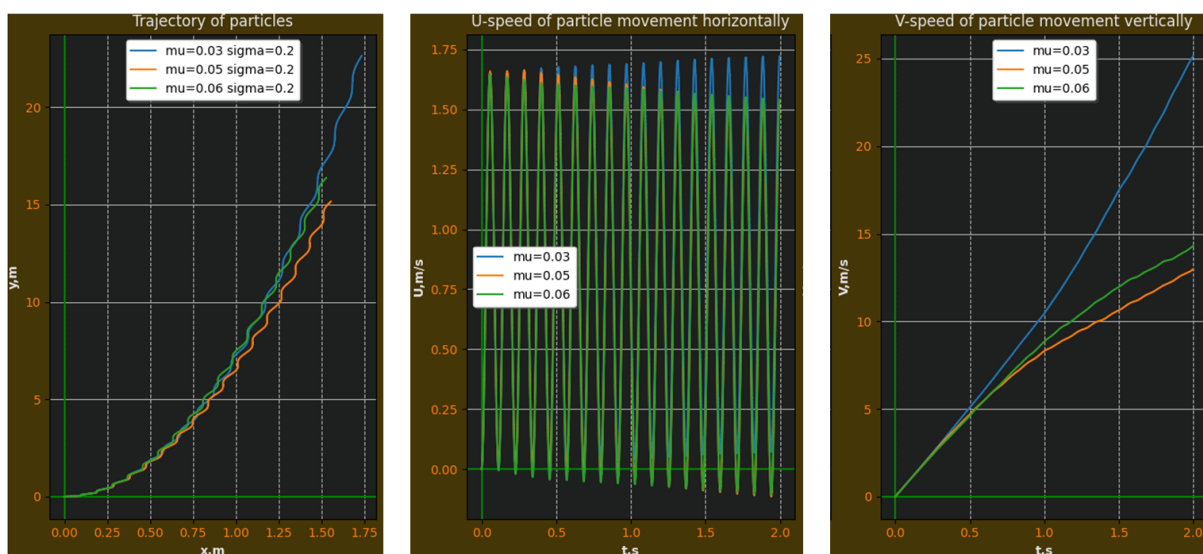
**Рис. 7** а) Траектория относительного движения частиц при различных значения коэффициента сопротивления частиц, б) Горизонтальная скорость частиц при различных значения коэффициента сопротивления частиц, в) Вертикальная скорость частиц при различных значения коэффициента сопротивления частиц

На рисунке 8а и 8б представлены расчетных экспериментов за счет введение критерии Винера ожидаемых случаев траектории движения частиц, и их горизонтальная и вертикальная скорости.

А на рисунке 9а и 9б представлены расчетных экспериментов при различных значении критерии Винера ожидаемых случаев траектории движения частиц, и их горизонтальная и вертикальная скорости.

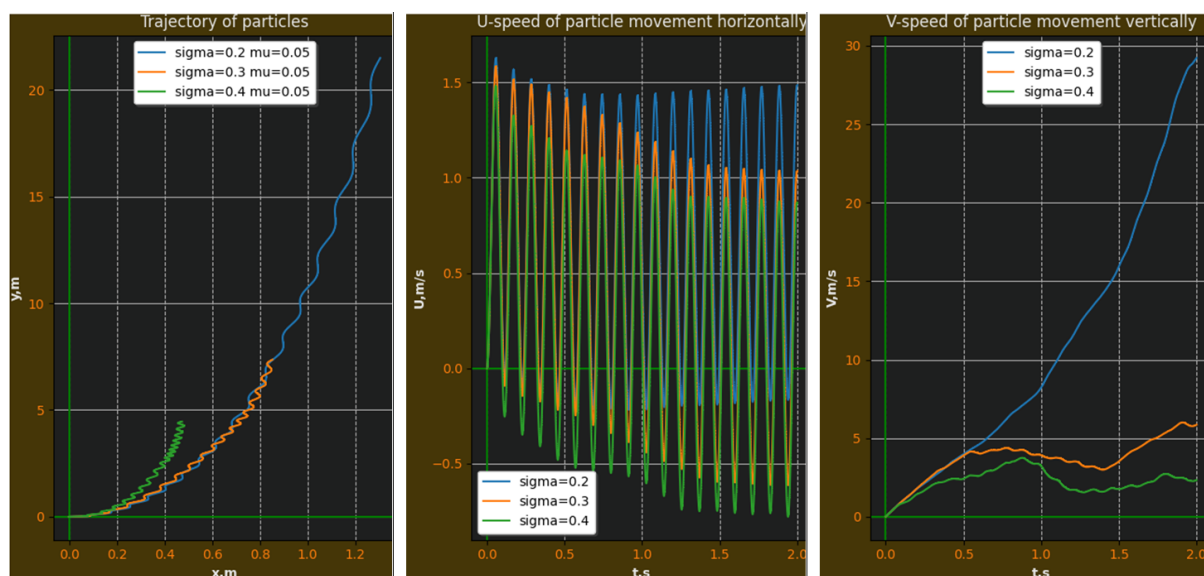


а)

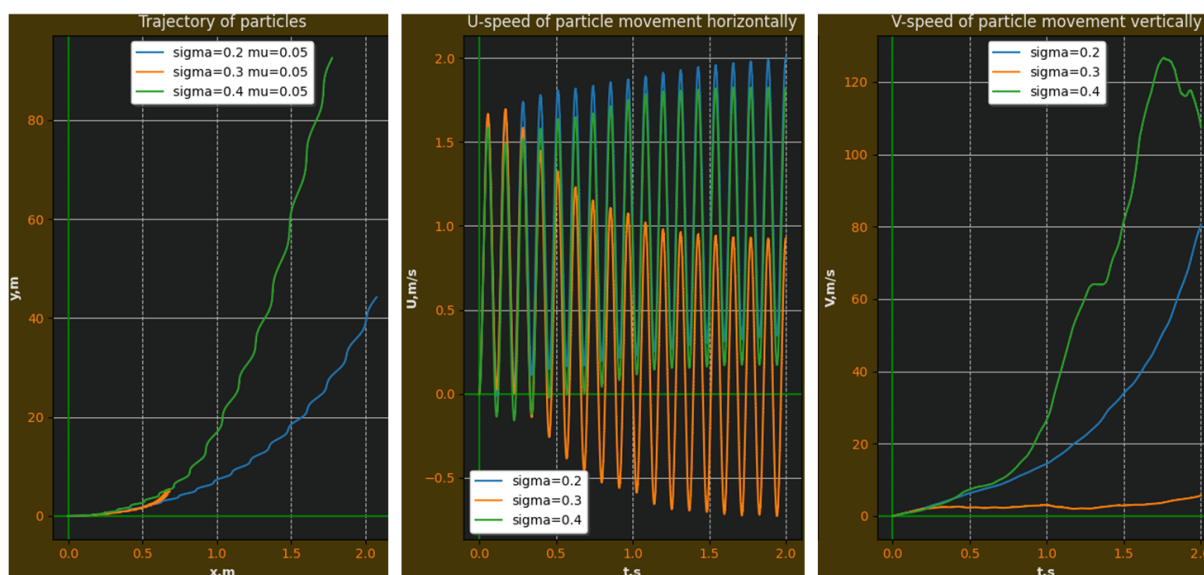


б)

**Рис. 8** а) Траектория, горизонтальная и вертикальная скорость движения частиц различных значение коэффициента вязкости, б) Траектория, горизонтальная и вертикальная скорость движения частиц при различных значении коэффициента вязкости



а)



б)

**Рис. 9** а) Траектория, горизонтальная и вертикальная скорость движения частиц при различных значение коэффициента Винера, б) Траектория, горизонтальная и вертикальная скорость движения частиц при различных значение коэффициента Винера

## 4 Заключение

Разработана математический инструмент - модель, алгоритм и программное средства который заменяет объекта исследования то ест процесс сепарирования сыпучих смесей в центробежном сепараторе с пульсирующим изменением скорости можно провести комплексное исследование для эффективного процесса сепарирования смеси в зависимости от траектории движения частицы.

Разработана модель для хаотичного изменение коэффициента формы частиц при пульсирующим изменением скорости вращения центробежного сепаратора.



Анализ численных расчетов показали, что с ростом скорости вращения цилиндра горизонтальная составляющая скорости перемещения частиц в цилиндре увеличивается, а при значения  $\Omega = 12$  1/с. частицы поступающий в бункер агрегата под действием сила тяжести вертикально опускаются в низ.

Вычислительными экспериментами установлены, что основными физико-механические свойства непосредственно действующие на относительной скорости перемещения частиц это - плотность, масса, линейный размер, а также и парустость частиц в сыпучих смеси.

В результате проведенного вычислительного эксперимента установлено, что при фиксированных значения параметров работы агрегата плавно перемещения частиц по горизонтали достигается при радиусе  $R = 0.20 - 0.25$  метрах.

Проведенными численными экспериментами на ЭВМ установлены, что при увеличение значения частота вращения цилиндра составляющая горизонтальная скорость перемещения частиц пропорционально растет, а при больших значениях частоты вращения цилиндра происходит хаотическое перемещения частиц. Равномерное перемещения частиц в цилиндре происходит когда  $\omega$  интервале  $48 < \omega < 55$ .

Вычислительным экспериментом установлена, что максимальная скорость перемещения частиц по вертикали соответствуют при минимальных значениях частоты вращения цилиндра. С ростом частоты вращения бункера растет горизонтальная составляющая скорость перемещения частиц.

Проведенными численным расчетами показано, что увеличение  $\Omega$  приводит к снижению скорости частицы, вследствие увеличения кориолисовой сил, силы трения и центробежной.

Подробный анализа полученных численных расчетов на ЭВМ показало, что на повышении технико-экономических показателей центробежных сепараторов с большой степенью влияют скорость вращения, частота и амплитуда колебаний барабана.

## Литература

- [1] *Obi O.F.* Evaluation and Modeling of the Aerodynamic Characteristics of Watermelon Seed of Different Varieties. International Journal of Food Properties, – 19(10), – P. 2165–2174. <https://doi.org/10.1080/10942912.2015.1113181>
- [2] *Stepanenko S., Kotov B., Kuzmych A., Kalinichenko R., Hryshchenko V.* Research of the process of air separation of grain material in a vertical zigzag channel // Journal of Central European Agriculture Year. – 2023. – Volume: 24. – Issue: 1. <https://doi.org/10.5513/JCEA01/24.1.3732>.
- [3] *Bulgakov V., Nikolaenko S., Holovach I., Adamchuk V., Kiurchev S., Ivanovs S., Olt J.* Theory of grain mixture particle motion during aspiration separation //
- [4] *Bulgakov V., Nikolaenko S., Holovach I., Boris A., Kiurchev S., Ihnatiev Y., Olt J.* Theory of motion of grain mixture particle in the process of aspiration separation // 2020 Agronomy Research, 18 (Special Issue 2), – P. 1177–1188. Cited 11 times. DOI: 10.15159/AR.20.069.
- [5] *Stepanenko S.P., Kotov B.I., Spirin A.V., Kucheruk V.Yu.* Scientific foundations of the movement of components of grain material with an artificially formed distribution of air velocity // Bulletin of the Karaganda University Physics Series. 105. – P. 43–57. 10.31489/2022PH1/43-57.
- [6] *Jafari M., Chegini G.R., Khazaei J.* Determination of Physical Properties, Moisture Absorption Process and Aerodynamic Properties of Grain and Cluster Straw of Two Wheat Cultivars // Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis. – 68(5). – P. 831–840. doi: 10.11118/actaun202068050831



- [7] *Shahbazi F., Valizadeh S., Dowlatshah A., Hassanzadeh E.* Aerodynamic properties of lentil seeds // *Int. Agrophys.* – 2015. – 29(3). – P. 391–396. DOI: <https://doi.org/10.1515/intag-2015-0045>
- [8] *Zhao H., Huang Y., Liu, Z., Liu W., Zheng Z.* Applications of Discrete Element Method in the Research of Agricultural Machinery // *A Review. Agriculture.* – 2021. <https://doi.org/10.3390/agriculture11050425>
- [9] *Reguła T., Frączyk J., Fitas J.* A Model of Transport of Particulate Biomass in a Stream of Fluid. *Processes* – 2021. <https://doi.org/10.3390/pr9010005>
- [10] *Vaiciukevičius E., Jasinskas A., Jotautienė E., Domeika R., Gerdauskas K., Zinkevičienė R., Lekavičienė K.* Determination of Optimal Technological Parameters for Sorting Wheat Grains in Chambers of Different Constructions. // *Processes* – 2023. 3441. <https://doi.org/10.3390/pr11123441>
- [11] *Aliiev E., Lupko K.* // Prerequisites for the Creation of a Mechatronic System of Indented Cylinders for the Separation of Fine Seeds. *Scientific Horizons* // – 2021. – P. 75–86. [https://doi.org/10.48077/scihor.24\(3\)](https://doi.org/10.48077/scihor.24(3)).
- [12] *Мачихин С.А., Рындин А.А., Васильев А.М., Стрелюхина А.Н.* Движение верхнего слоя зерновой смеси на вибрирующей рифленной поверхности // *Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий.* – 80(4). – 2018. – P. 55–62. <https://doi.org/10.20914/2310-1202-2018-4-55-62>.
- [13] *Рындин А.А., Стрелюхина А.Н., Мачихин С.А., Сорокина Ю.А.* Оценка адекватности кинематических зависимостей зернового слоя в вибропитателе // *Хранение и переработка сельхозсырья.* – 2021. <https://doi.org/10.36107/spfp.2021.198>
- [14] *Тищенко Л.Н., Харченко С.А., Борщ Ю.П.* Моделирование динамики зерновых смесей по скатным воздухопроницаемым поверхностям пневмосепарирующих устройств зерновых сепараторов // *Engineering of nature management* – 2014. – P. 61–69/.
- [15] *Aliiev E., Yaropud V.M., Dudin V.Y., Pryshliak V.M., Pryshliak N.I.* Research on sunflower seeds separation by airflow // *INMATEH - Agricultural Engineering.* – 56. – P. 119–128.
- [16] *Ravshanov N., Palvanov B., Muxamadiyev A.* Computer modelling of process of filtering of the liquid of the ionized solutions for protection of the ecosystem from of pollution sources // *TUIT bulletin.* – 2015. – №.2(34). – P. 100–105
- [17] *Palvanov B. et al* *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 862 062010. – 2020.
- [18] *Palvanov B. et al* *J. Phys.: Conf. Ser.* 1889 022107. – 2021.
- [19] *Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Zarnigor Y.* Modeling and Numerical Solving of the Process of Separating Grain Mixtures by a Centrifugal Separator. 2023 IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE), Novosibirsk, Russian Federation, – 2023. – P. 1590–1593. doi: 10.1109/APEIE59731.2023.10347700.

Поступила в редакцию 16.12.2024

UDC 512.312

## MODELING THE SEPARATION PROCESS OF BULK MIXTURES BY A CENTRIFUGAL SEPARATOR TAKING INTO ACCOUNT THE CHANGE IN THE PARTICLE RESISTANCE COEFFICIENT

<sup>1\*</sup>Palvanov B.Y., <sup>2</sup>Jafarov S.K., <sup>3</sup>Islamov Y.N.

\*Bozorboy@yandex.ru

<sup>1</sup>Urgench Branch of TUIT,

110, st. Al-Khwarizmi, Urgench, 220100 Uzbekistan;

<sup>2</sup>Urgench State University,

14, Kh. Alimdjan str, Urgench, 220100 Uzbekistan;

<sup>3</sup>Tashkent Pediatric Medical Institute,

223, Bogishamol str., Tashkent, 100140 Uzbekistan.

The mathematical model of the cleaning process of a cylindrical device operating on centrifugal force, describing the movement of particles and their resistance coefficients, is presented in the form of a system of nonlinear ordinary differential equations, along with numerical computation algorithms. The following forces acting on the particles in the dispersed mixture were considered in constructing the mathematical model: centrifugal force energy, the normal reaction force of the particle during cylinder rotation, gravitational force, the drag force on the particle's motion, the displacement force, Coriolis force energy, and the time-dependent change of the particle's shape coefficient. A numerical solution algorithm for the given problem was developed, and computational experiments were conducted using Python with various values of the input parameters. The results of the experiments conducted are presented in the form of graphs, and their analysis is provided in the conclusion section of the work.

**Keywords:** mathematical model, numerical algorithm, process, free flowing mixture, software, computing experiment.

**Citation:** Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Islamov Y.N. 2024. Modeling the separation process of bulk mixtures by a centrifugal separator taking into account the change in the particle resistance coefficient. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(62): 73-90.

# ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

**№ 6(62) 2024**

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

**Учредитель:**

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта.

**Главный редактор:**

Равшанов Н.

**Заместители главного редактора:**

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

**Ответственный секретарь:**

Ахмедов Д.Д.

**Редакционный совет:**

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,  
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А.,  
Ильин В.П. (Россия), Исмаилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),  
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,  
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,  
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,  
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,  
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),  
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),  
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),  
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при  
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

**Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

**Дизайн и вёрстка:**

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 27.12.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №8. Тираж 100 экз.

# PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

**No. 6(62) 2024**

The journal was established in 2015.  
6 issues are published per year.

**Founder:**

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

**Editor-in-Chief:**

Ravshanov N.

**Deputy Editors:**

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

**Executive Secretary:**

Akhmedov D.D.

**Editorial Council:**

Azamova N.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Burnashev V.F.,  
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),  
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov  
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mirzaeva G.R., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova  
E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,  
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,  
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),  
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),  
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),  
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the  
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.  
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

**Address:**

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

**Layout design:**

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 27.12.2024

Format 60x84 1/8. Order No. 8. Printed copies 100.

# Содержание

*Равшанов Н., Насруллаев П.*

Математическое моделирование процесса переноса и диффузии загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы с учетом рельефа местности . . . 5

*Каримов М.М., Каршиев Д.А.*

Моделирование процесса нелинейной фильтрации подземных вод в пористой среде . . . . . 23

*Равшанов Н., Махмудов Р.З.*

Регрессионный анализ состава пыли в атмосферном воздухе города . . . . . 34

*Холмуродов А.Э., Матанов М.Ч.*

Модель сейсмического возбуждения полупространственного распространения волн Рэлея . . . . . 45

*Равшанов Н., Шадманов И.У., Адизова З.М.*

Разработка математической модели для контроля и прогнозирования процессов теплопередачи и потери влаги при хранении пористых тел . . . . . 57

*Палванов Б.Ю., Жафаров С., Исламов Ю.Н.*

Моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей центробежным сепаратором с учетом изменения коэффициента сопротивления частиц . . . . . 73

*Убайдуллаев М.Ш.*

Моделирование процесса влажного осаждения радиоактивных примесей в атмосфере с использованием модели DERMA . . . . . 91

*Мурадов Ф.А.*

Усовершенствованная математическая модель процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в атмосфере и численный алгоритм решения задачи методом физического расщепления . . . . . 105

*Сулуюкова Л.Ф., Ахмеджанова З.И.*

Модели и алгоритмы обработки данных в транспортной логистике сельскохозяйственных регионов с использованием многокритериальных эволюционных алгоритмов . . . . . 125

*Мухамедиева Д.Т., Раупова М.Х.*

Решение сложных задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации . . 137

# Contents

*Ravshanov N., Nasrullaev P.*

Mathematical modeling of pollutant transport and diffusion in the near-surface atmospheric layer with consideration of terrain characteristics . . . . . 5

*Karimov M.M., Karshiev D.A.*

Modeling of the nonlinear groundwater filtration process in a porous medium . . 23

*Ravshanov N., Mahmudov R.Z.*

Analysis of dust composition in the atmospheric air of the city . . . . . 34

*Kholmurodov A.E., Matanov M.Ch.*

Seismic excitation model of half-space propagation of Rayleigh waves . . . . . 45

*Ravshanov N., Shadmanov I.U., Adizova Z.M.*

Development of a mathematical model for monitoring and forecasting heat transfer processes and moisture loss during storage of porous bodies . . . . . 57

*Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Islamov Y.N.*

Modeling the separation process of bulk mixtures by a centrifugal separator taking into account the change in the particle resistance coefficient . . . . . 73

*Ubaydullaev M.Sh.*

Modeling the process of wet deposition of radioactive impurities in the atmosphere using the model DERMA . . . . . 91

*Muradov F.A.*

Advanced mathematical model of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the atmosphere and numerical solution algorithm based on physical splitting method . . . . . 105

*Sulyukova L.F., Akhmedjanova Z.I.*

Models and algorithms for data processing in transport logistics of agricultural regions using multi-criteria evolutionary algorithms . . . . . 125

*Mukhamediyeva D.T., Raupova M.H.*

Solving complex mixed-binary constrained optimization problems . . . . . 137