

УДК 519.633

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

^{1*}Каримов М.М., ²Каршиев Д.А.

*karimovmarat704@gmail.com

¹Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-он, м-в Буз-2, д. 17А;

²Ташкентский педиатрический медицинский институт,

100140, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Богишамол, 223.

В статье рассматривается задача численного моделирования процесса фильтрации подземных вод с учетом влияния скважин на уровень подземных вод. Рассматриваемая нелинейная задача приведена к безразмерному виду, и для получения численного решения использовалась квазилинейная преобразования. Изложено получение численного решения методом конечных разностей. Разработаны алгоритм и программное обеспечение для численного решения поставленной задачи и приведены результаты численных расчетов на основе разработанного программного обеспечения. Полученные результаты позволяют оценить влияние водозаборных скважин на уровень подземных вод для различных типов грунтов. Результаты исследования имеют практическое значение для оптимизации рационального использования водных ресурсов, показывая, что расположение и дебит водозаборных скважин оказывают значительное влияние на уровень подземных вод.

Ключевые слова: математическая модель, конечно-разностный метод, безразмерные переменные, подземные воды, уравнения Буссинеска, фильтрация.

Цитирование: Каримов М.М., Каршиев Д.А. Моделирование процесса нелинейной фильтрации подземных вод в пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 6(62). – С. 23-33.

1 Введение

Проблемы, связанные с подземными водами, становятся всё более актуальными в связи с растущими потребностями в водных ресурсах и изменениями климата. Водозаборные скважины играют ключевую роль в управлении водными ресурсами, особенно в условиях дефицита воды. С увеличением численности населения и развитием промышленности возрастает потребность в использовании подземных вод для различных нужд, таких как питьевое водоснабжение, ирригация и промышленное производство. В результате возрастают нагрузки на водоносные горизонты, что приводит к необходимости более точного моделирования и управления этими ресурсами.

Климатические изменения, такие как изменение режима осадков и повышение температуры, также оказывают значительное влияние на уровень подземных вод. В некоторых регионах наблюдается снижение уровня грунтовых вод, что приводит к проблемам с водоснабжением и ухудшению состояния экосистем. Моделирование и прогнозирование изменений уровня грунтовых вод под воздействием различных факторов является важным шагом в обеспечении устойчивого управления водными ресурсами и минимизации негативных экологических последствий [1].

Одним из основных уравнений, используемых для описания движения грунтовых вод, является уравнение Буссинеска. Это нелинейное уравнение параболического типа, которое учитывает изменения уровня грунтовых вод во времени и пространстве. Решение этого уравнения позволяет получать полезную информацию о реакции грунтовых вод на изменение условий, а также количественно оценивать обменные потоки между водоносным горизонтом и внешними источниками или стоками, и многие ученые в своих исследованиях рассматривали данные проблемы используя разные методы и решения, например, в статье [1] учеными рассматриваются проблемы нестационарной фильтрации подземных вод в пористой среде, где авторы предлагают математический аппарат для изучения и прогнозирования изменений уровня подземных вод в процессе фильтрации. Работа фокусируется на численных методах решения уравнений, описывающих данные процессы, и демонстрирует их эффективность на примере реальных данных. Методология включает использование конечно-разностных схем для дискретизации уравнений и последующее численное решение.

Исследование [2] посвящено математическому моделированию управления подземными водами в многослойных водоносных горизонтах бассейна Эрбиля. Авторами рассмотрены актуальные вопросы истощения подземных вод и проблемы засухи в исследуемом регионе, где применяются современные методы численного моделирования, такие как метод конечных элементов и конечно-разностный метод, для прогнозирования изменений уровня подземных вод при различных сценариях использования водных ресурсов.

Со стороны авторов [3] разработана математическая модель фильтрации жидкости на основе дифференциальных уравнений параболического типа с граничными условиями. Проводились вычислительные эксперименты по определению изменения давления по длине фильтрационных слоев без учета упругого режима. Разработанный математический инструмент позволил составлению схемы расположения и производительности вертикальных дренажных скважин для защиты орошаемых и неорошаемых территорий от затопления и защиты подземных вод от источников загрязнения, а также изолированию уже загрязненных территории, а в [4] рассмотрена методика решения одномерных задач в однослойной среде, связанная с прогнозом подпора или спада уровня грунтовых вод.

В статье [5] представлены некоторые свойства уравнения Буссинеска, а [6] посвящена рассмотрению численных подходов к решению уравнений типа Буссинеска и их применение для моделирования реки Кампар в Индонезии. Авторы использовали методы конечных разностей и конечных элементов для дискретизации и решения нелинейных уравнений, где учеными продемонстрированы практическая применимость разработанных методов для прогнозирования поведения подземных вод в реальных условиях.

Х. Мухаммедов представил точные приближенные полуаналитические решения уравнения Буссинеска для горизонтальных неконфинированных водоносных горизонтов при пополнении и осушении [7], где автор использует метод последовательных приближений для получения решений, которые хорошо согласуются с численными результатами, откуда можно понять динамику подземных вод и разработки эффективных методов их управления. В [8] этим же автором представлено простое и точное аналитическое решение уравнения Буссинеска для горизонтального потока, в котором использует преобразование Больцмана и вводит новые переменные, что позволило получить решение в замкнутой форме. Это решение было полезно

для анализа и прогнозирования поведения подземных вод в различных условиях, включая пополнение и осушение водоносных горизонтов.

Учеными представлен общий приближенный метод для решения проблемы реакции подземных вод на изменение уровня воды в [9], в котором они используют численные и аналитические методы для получения решений, которые хорошо согласуются с полевыми данными, которая важна для прогнозирования поведения подземных вод при изменении уровня водоносного горизонта.

В статье [10] рассматриваются решения уравнения Буссинеска с использованием метода возмущений для горизонтального потока в конечных и полу-бесконечных водоносных горизонтах. Представлены явные алгебраические выражения для скоростей обменного потока и связанных объемов воды, продемонстрированы точность и применимость метода возмущений для моделирования подземных вод.

Анализ представленных источников показывает, что численные методы, такие как метод конечных разностей и метод конечных элементов, являются основными инструментами для решения уравнений фильтрации подземных вод. Эти методы позволяют учитывать сложные нелинейные зависимости и взаимодействия между водоносными горизонтами и внешними источниками или стоками. Применение численных методов, поддержанное реальными данными и приближенными аналитическими решениями, позволяет точно прогнозировать поведение подземных вод и оптимизировать их использование.

Основной задачей данного исследования является разработка математической модели для описания фильтрации подземных вод с учетом воздействия водозаборных скважин, для чего в данной работе рассматривается численное решение уравнения Буссинеска с учетом воздействия водозаборных скважин на уровне грунтовых вод. Водозаборные скважины играют ключевую роль в управлении водными ресурсами, особенно в условиях дефицита воды. Правильное моделирование их воздействия позволяет оптимизировать использование подземных вод и минимизировать негативные экологические последствия, также рассматривается влияние взаимодействия нескольких скважин на уровень грунтовых вод. Учёт межскважинного взаимодействия важен для правильного прогнозирования изменения водного баланса в водоносных горизонтах, особенно в регионах с интенсивным использованием подземных вод.

2 Постановка задачи

Математическая модель рассматриваемой задачи описывает процесс фильтрации подземных вод с учетом воздействия водозаборных скважин. Модель представлена нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа соответствующими нелинейным краевыми условиями третьего рода с целью мониторинга, прогнозирования уровня грунтовых вод во времени и принятия управленческого решения:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{Q}{S}. \quad (1)$$

Уравнение (1) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$H|_{t=0} = H^0. \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{k}{\mu} \frac{\partial H^2}{\partial x} |_{x=0} = -\xi(H^2 - H_\eta^2), \\ \frac{k}{\mu} \frac{\partial H^2}{\partial x} |_{x=L_x} = \xi(H^2 - H_\eta^2). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь H – уровень грунтовых вод, k – коэффициент фильтрации, μ – коэффициент свободной водоотдачи, t – время, S – площадь поперечного сечения скважины, ξ – коэффициент массообмена через границы расчета, H_η – характерный уровень подземных вод,

$$Q = \sum_{i=1}^{N_q} q_i(t, x_i) \delta(x - x_i), i = \overline{1, N_q}, q_i(t, x_i) - \text{дебиты скважин},$$

$$\delta = \begin{cases} 1, & x = x_i; \\ 0, & x \neq x_i \end{cases} - \text{дельта функция Дирака.}$$

3 Метод решения

Так как поставленная задача нелинейная, получить решение в аналитической форме затруднительно. Для решения задачи (1)-(3) введем безразмерные величины. Для использования безразмерных переменных необходимо ввести безразмерные формы переменных и параметров. Это помогает упростить уравнение и уменьшить сложность численного решения. Внизу приведён подробный обзор преобразования данной задачи в безразмерную форму и ее последующему численному решению. Для этого введем безразмерные переменные следующим образом:

$$H^* = \frac{H}{H_\eta}, x^* = \frac{x}{L_x}, \tau = \frac{k H_\eta t}{\mu L_x^2}, Q^* = \frac{\mu L_x^2}{k H_\eta^2 S} Q$$

и получим

$$\frac{\partial(H^*)}{\partial\tau} = \frac{\partial^2(H^*)^2}{\partial(x^*)^2} + Q^*, \quad (4)$$

где L_x – характерная длина.

Начальное условие в безразмерном имеет следующий вид:

$$H^*|_{\tau=0} = (H^*)^0 \quad (5)$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned} \frac{k H_\eta^2}{\mu L_x} \frac{\partial(H^*)^2}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} &= -\xi(H_\eta^2(H^*)^2 - H_\eta^2), \\ \frac{k H_\eta^2}{\mu L_x} \frac{\partial(H^*)^2}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} &= \xi(H_\eta^2(H^*)^2 - H_\eta^2). \end{aligned} \quad (6)$$

В дальнейшем для простоты знак «*» в уравнениях будем опускать, а задача (4) – (6) в безразмерных переменных записывается в виде:

$$\frac{1}{\widetilde{H}} \frac{\partial H^2}{\partial \tau} = 2 \frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + 2Q, \quad (7)$$

с начальным:

$$H|_{\tau=0} = H^0. \quad (8)$$

и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{k H_\eta^2}{\mu L_x} \frac{\partial H^2}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -\xi(H_\eta^2 H^2 - H_\eta^2), \\ \frac{k H_\eta^2}{\mu L_x} \frac{\partial H^2}{\partial x} \Big|_{x=1} &= \xi(H_\eta^2 H^2 - H_\eta^2). \end{aligned} \quad (9)$$

Для решения выше указанной задачи используем метод конечных разностей. Для этого введем сетку в области $D = \{0 \leq x \leq L_x, 0 \leq \tau \leq T\}$, где процесс, который мы ищем, происходит на интервале времени с максимальным значением N , а область D на отрезке $[0, L_x]$ разбивается с шагом, и интервал $[0, T]$ с шагом $\Delta\tau$ и получим следующую сетку:

$$\omega_{\Delta x, \Delta\tau} = \{x_i = i\Delta x; i = 0, 1, 2, \dots, I; \tau_n = n\Delta\tau; n = 0, 1, 2, \dots, T\}.$$

Дискретизируем основное уравнение (7):

$$\frac{1}{\tilde{H}_i} \frac{(H_i^{n+1})^2 - (H_i^n)^2}{\Delta\tau} = 2 \frac{(H_{i+1}^{n+1})^2 - 2(H_i^{n+1})^2 + (H_{i-1}^{n+1})^2}{(\Delta x)^2} + 2\delta_i q_i^n.$$

Применим квазилинейное преобразование [14]:

$$H^2 \approx 2\tilde{H}H - \tilde{H}^2$$

вместе уравнение (7) получим:

$$\begin{aligned} \frac{H_i^{n+1} - H_i^n}{\Delta\tau} &= \frac{2\tilde{H}_{i+1}}{(\Delta x)^2} H_{i+1}^{n+1} - \frac{4\tilde{H}_i}{(\Delta x)^2} H_i^{n+1} + \frac{2\tilde{H}_{i-1}}{(\Delta x)^2} H_{i-1}^{n+1} + \\ &- \frac{1}{(\Delta x)^2} (\tilde{H}_{i+1}^2 - 2\tilde{H}_i^2 + \tilde{H}_{i-1}^2) + \delta_i q_i^n. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь соответственно аппроксимируем граничные условия (9):

$$\begin{aligned} \frac{kH_\eta^2 (H_0^{n+1})^2 - 4(H_1^{n+1})^2 + 3(H_2^{n+1})^2}{\mu L_x 2\Delta x} &= -\xi(H_\eta^2 (H_1^{n+1})^2 - H_\eta^2), \\ \frac{kH_\eta^2 - 3(H_{I-2}^{n+1})^2 + 4(H_{I-1}^{n+1})^2 - (H_I^{n+1})^2}{\mu L_x 2\Delta x} &= \xi(H_\eta^2 (H_I^{n+1})^2 - H_\eta^2). \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогично, применяем квазилинейное преобразование для граничного условия (12) и в конечном итоге получим систему трёх диагональных алгебраическое уравнение:

$$\begin{cases} 2\tilde{H}_0 H_0^{n+1} + 2(\gamma - 4)\tilde{H}_1 H_1^{n+1} + 6\tilde{H}_2 H_2^{n+1} = \gamma + \tilde{H}_0^2 + (\gamma - 4)\tilde{H}_1^2 + 3\tilde{H}_2^2, \\ a_i H_{i-1}^{n+1} + b_i H_i^{n+1} + c_i H_{i+1}^{n+1} = -d_i, \\ -6\tilde{H}_{I-2} H_{I-2}^{n+1} + 2(4 - \gamma)\tilde{H}_{I-1} H_{I-1}^{n+1} - 2\tilde{H}_I H_I^{n+1} = \\ = -\gamma + 3\tilde{H}_{I-2}^2 + (4 - \gamma)\tilde{H}_{I-1}^2 + \tilde{H}_I^2. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2\Delta x \xi \mu L_x}{k}, a_i = \frac{2\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \tilde{H}_{i-1}, b_i = -1 - \frac{4\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \tilde{H}_i, c_i = \frac{2\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \tilde{H}_{i+1}, \\ d_i &= -\frac{2\Delta\tau}{(\Delta x)^2} (\tilde{H}_{i-1}^2 - 2\tilde{H}_i^2 + \tilde{H}_{i+1}^2) + H_i^n + \Delta\tau \delta_i q_i^n. \end{aligned}$$

Метод численного решения задачи подробно приведены в работах [11–16].

Реализация численного решения на языке Python. Для численного решения задачи была разработана программа на языке Python. Эта программа устанавливает задачу в безразмерной форме, применяет метод конечных разностей для

дискретизации дифференциального уравнения, а затем итерационно решает для безразмерного уровня воды H в каждой точке сетки. Результаты отображаются на графике для различных безразмерных моментов времени.

Машинный алгоритм решения задачи следующий:

1-й шаг. Ввод входных данных (ввод констант).

2-й шаг. Рассчитать безразмерный параметр.

3-й шаг. Дискретизация:

- Вычислить пространственный шаг.
- Вычислить временной шаг.
- Создать массив дискретных пространственных точек.
- Создать массив дискретных временных точек.

4-й шаг. Задать начальное условие для уровня воды.

5-й шаг. Дискретизация дельта-функции:

- Создать массив дельта-функции
- Для каждой скважины:
 - Определить индекс скважины в дискретном пространстве
 - Рассчитать значение дельта-функции в этой точке $\delta_x[i]$

6-й шаг. Решение уравнения с помощью метода прогонки:

- Представить систему уравнений в виде трех диагональной матрицы.
- Составить коэффициенты трех диагональной матрицы:
 - Реализовать прямой ход метода прогонки.
 - Реализовать обратный ход метода прогонки.

7-й шаг. Построение графиков изменения уровня воды во времени.

4 Результаты численных расчётов

В расчетах использованы следующие значения исходных параметров: $L_x = 1000$ м; $\Delta\tau = 1$ сут.; $H_\eta = 10$ м.

По оси x отображается пространственное расположение скважин и расчетных точек вдоль профиля. Диапазон оси x составляет от 0 до 1000 метров, что соответствует длине расчетного профиля. По оси H отображается безразмерный уровень грунтовых вод. Эта безразмерная величина. На графике показано изменение уровня воды, выраженное в зависимости от характерных коэффициентов и времени. На графике изображено изменение уровня подземных вод в моменты времени 6, 12 и 18 сутки.

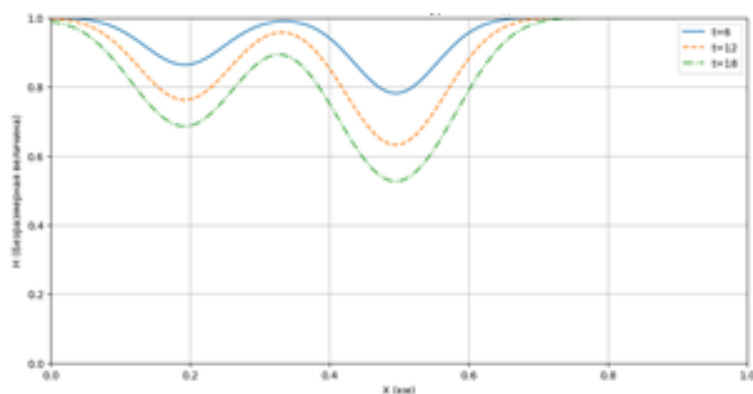


Рис. 1 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 2$ м/сутки, $\mu = 3,9 \cdot 10^{-4}$ и дебите скважин 3 и 5 м³/сутки

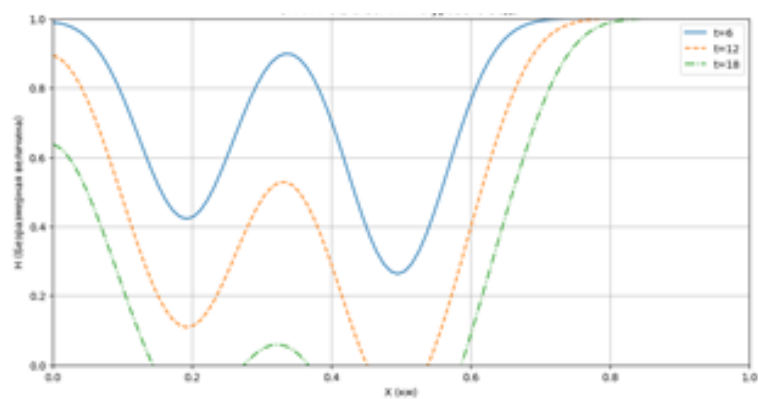


Рис. 2 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 2$ м/сутки, $\mu = 3,9 \cdot 10^{-4}$ и дебите скважин 15 и 25 м³/сутки

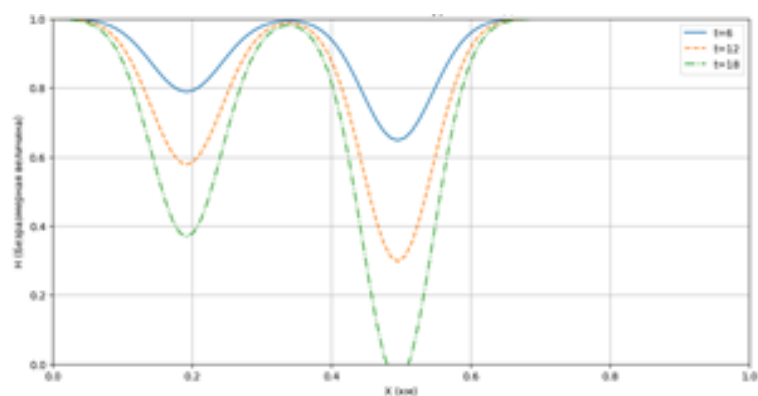


Рис. 3 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 0,001$ м/сутки, $\mu = 2,8 \cdot 10^{-3}$

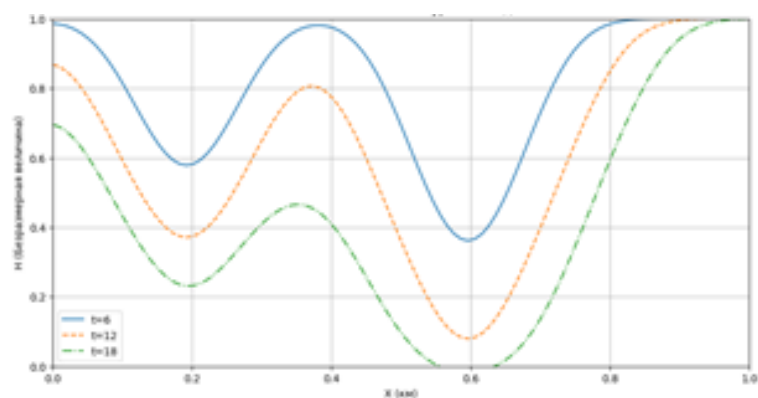


Рис. 4 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 100$ м/сутки, $\mu = 0,1$

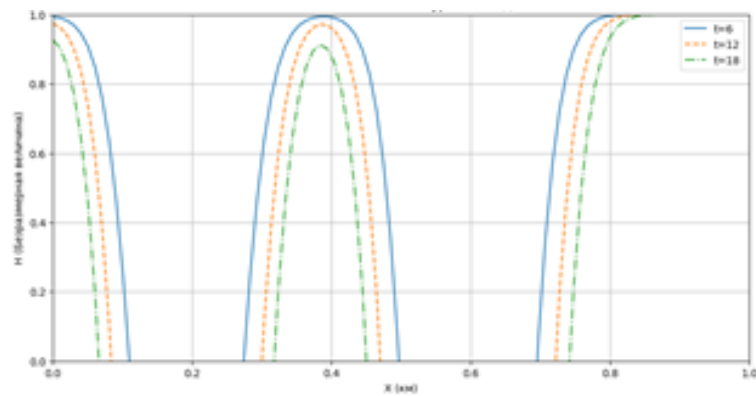


Рис. 5 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 0,1$ м/сутки, $\mu = 1,7 \cdot 10^{-4}$

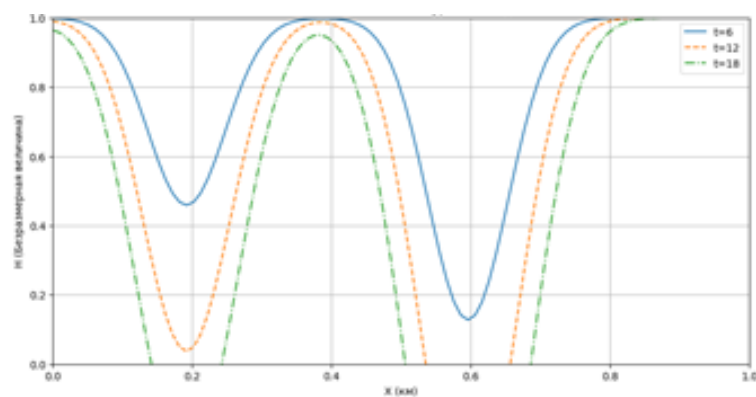


Рис. 6 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 10$ м/сутки, $\mu = 0,1$ и дебите скважин 100 и 200 м³/сутки

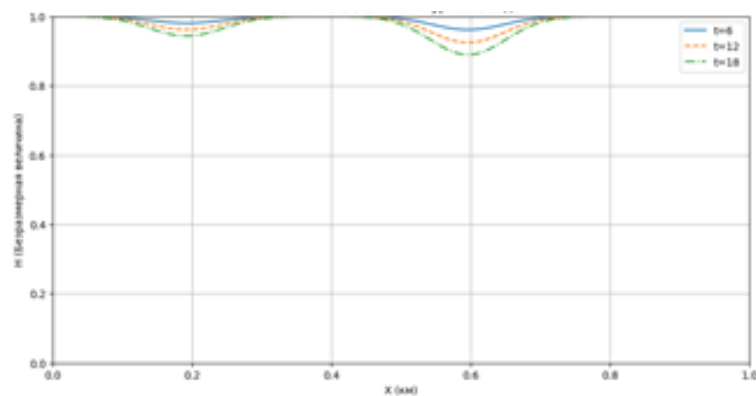


Рис. 7 Изменение уровня грунтовых вод по времени при $k = 10$ м/сутки, $\mu = 0,1$ и дебите скважин 10 и 20 м³/сутки

На рис. 1 показано изменение уровня грунтовых вод для мелкого песка [17, 18] при дебите скважин 3 и 5 м³/сутки, где временной интервал моделирования составляет 1 сутки. На графике видно, что уровень воды снижается со временем из-за откачки

воды из скважин, кроме того график демонстрирует, как дебит каждой скважины и их расположение относительно друг друга влияют на понижение уровня грунтовых вод в различных точках пространства. На втором рисунке можно увидеть, что скорость уменьшения воды увеличивается, когда дебит скважин больше, чем в первом случае.

На третьем рисунке приведены результаты расчётов для глины. Коэффициент фильтрации глины составляет 0,001 м/сутки, а свободная водоотдача - 0,0028 [17, 18]. Здесь также наблюдается снижение уровня воды, но характер и скорость этого снижения отличаются от первого случая из-за характерных коэффициентов.

На четвертом и пятом рисунках соответственно изображены результаты расчетов для гравийных и песчаных грунтов [19].

Из шестого и седьмого рисунков видно, что с уменьшением скорости забора воды из скважины замедляется изменение уровня воды.

5 Заключение

В результате исследования можно сделать следующие выводы:

- разработанная численная модель фильтрации подземных вод с учетом воздействия водозаборных скважин позволяет оценивать изменения уровня грунтовых вод в пространстве и во времени;
- метод конечных разностей, примененный в данной работе, продемонстрировал свою эффективность для решения нелинейного уравнения, описывающего процесс фильтрации;
- влияние водозаборных скважин на уровень подземных вод зависит от их расположения и дебита. Чем больше дебит скважины, тем значительнее снижение уровня воды;
- полученные численные результаты позволяют оценить влияние фильтрации на уровень подземных вод для различных типов грунтов, что имеет практическое значение для оптимизации использования водных ресурсов.

Литература

- [1] *Ravshanov N., Zagrebina S.A., Daliev Sh.K.* Numerical simulation of unsteady underground water filtration in a porous medium. Uzbek journal "Problems of computational and Applied Mathematics" Tashkent, – 2019. – No 4. – P. 12–30.
- [2] *Mustafa J.S., Mawlood D.K.* Mathematical modelling for groundwater management for multilayers aquifers (Erbil basin). Ain Shams Engineering Journal, – Volume 15. – Issue 7. – 2024. – P. 14–29.
- [3] *Ravshanov N. Abdullaev Z. Khafizov O.* Modeling the Filtration of Groundwater in Multilayer Porous Media // Construction of Unique Buildings and Structures, – 2020. – Volume 92. – P. 24–039.
- [4] *Абуталиев Ф.Б., Абуталиев Э.Б.* Методы решения задач подземной гидромеханики на ЭВМ. // Издательство «Фан» Ташкент, – 1968. – С. 9–11.
- [5] *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М. Физматлит, – 2001. – С. 64–66.
- [6] *Magdalena I., Haloho D.N., Adityawan M.B.* Numerical approaches for Boussinesq type equations with its application in Kampar River, Indonesia. Journal of Mathematics and Computers in Simulation, – Volume 221. – 2023. – P. 76–92.

- [7] *Mohamed H.* Accurate approximate semi-analytical solutions to the Boussinesq groundwater flow equation for recharging and discharging of horizontal unconfined aquifers. // Journal of Hydrology, – Volume 570. – 2019. – P. 411–422.
- [8] *Mohamed H.* A simple and accurate closed-form analytical solution to the Boussinesq equation for horizontal flow. Advances in Water Resources, – Volume 185. – 2024.
- [9] *Qinghui J., Yuehao T.* A general approximate method for the groundwater response problem caused by water level variation. Journal of Hydrology – Volume 529. – Part 1. – 2015. – P. 398–409.
- [10] *Basha H.A.* Perturbation solutions of the Boussinesq equation for horizontal flow in finite and semi-infinite aquifers. Advances in Water Resources – Volume 155. – 2021.
- [11] *Ravshanov N., Daliev Sh.* Non-linear mathematical model to predict the changes in underground water level and salt concentration.// – 2020. J. Phys.: Conf. Ser. 1441 012163. doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012163
- [12] *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения задач конвекции-диффузии/ М.: К.Д.Либроком, – 2015. – 248 с.
- [13] *Равшанов Н., Далиев Ш.* Математическая модель для мониторинга и прогнозирования изменений уровня грунтовых вод и концентрации солей в них. // Информатика: проблемы, методы, технологии Материалы XX Международной научно-методической конференции Воронеж, – 2020. – С. 216–232.
- [14] *Равшанов Н., Далиев Ш.* Математическая модель для прогнозирования уровня подземных вод в двухслойных средах // Информационные технологии моделирования и управления. Воронеж: Научная книга, – 2019. – № 2(116). – С. 116–124.
- [15] *Anderson E.I.* An analytical solution representing groundwater–surface water interaction // Water Resource. Res.: – 2003. – Vol. 39. – Issue 3. – P. 1071–1075.
- [16] *Daliev Sh., Abdullaeva B., Kubyasev K.* Numerical study of filtration process of ground and pressure waters in multilayer porous media. // 2020 J. Materials Science and Engineering 896 – 2020. 012069 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/896/1/012069.
- [17] *Walton W.C.* Aquifer Test Modeling. // – 2007. – 31 p.
- [18] *Климентов П.П. Богданов Г.Я.* Общая гидрогеология. – 1977. – 128 с.
- [19] *Лебедев А.В.* Методы изучения баланса грунтовых вод. – 1976. – 36 с.

Поступила в редакцию 15.11.2024

UDC 519.633

MODELING OF THE NONLINEAR GROUNDWATER FILTRATION PROCESS IN A POROUS MEDIUM

^{1*}*Karimov M.M.*, ²*Karshiev D.A.*

*karimovmarat704@gmail.com

¹Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan;

²Tashkent Pediatric Medical Institute,
223, Bogishamol str., Tashkent, 100140 Uzbekistan.

The article addresses the problem of numerical modeling of groundwater filtration processes, taking into account the influence of wells on the groundwater level. The considered nonlinear problem is transformed into a dimensionless form, and quasilinear

transformations were used to obtain the numerical solution. The finite difference method was employed to obtain the numerical solution. An algorithm and software were developed to solve the problem numerically, and the results of numerical calculations based on the developed software are presented. The obtained results allow evaluating the impact of water intake wells on the groundwater level for various soil types. The research results have practical significance for optimizing the rational use of water resources, demonstrating that the location and discharge rate of water intake wells have a significant effect on groundwater levels.

Keywords: mathematical model, finite difference method, dimensionless variables, groundwater, Boussinesq equation, filtration.

Citation: Karimov M.M., Karshiev D.A. 2024. Modeling of the nonlinear groundwater filtration process in a porous medium. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(62):23-33.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 6(62) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмаилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 27.12.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №8. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 6(62) 2024

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

Azamova N.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Burnashev V.F.,
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mirzaeva G.R., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova
E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 27.12.2024

Format 60x84 1/8. Order No. 8. Printed copies 100.

Содержание

Равшанов Н., Насруллаев П.

Математическое моделирование процесса переноса и диффузии загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы с учетом рельефа местности . . . 5

Каримов М.М., Каршиев Д.А.

Моделирование процесса нелинейной фильтрации подземных вод в пористой среде 23

Равшанов Н., Махмудов Р.З.

Регрессионный анализ состава пыли в атмосферном воздухе города 34

Холмуродов А.Э., Матанов М.Ч.

Модель сейсмического возбуждения полупространственного распространения волн Рэлея 45

Равшанов Н., Шадманов И.У., Адизова З.М.

Разработка математической модели для контроля и прогнозирования процессов теплопередачи и потери влаги при хранении пористых тел 57

Палванов Б.Ю., Жафаров С., Исламов Ю.Н.

Моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей центробежным сепаратором с учетом изменения коэффициента сопротивления частиц 73

Убайдуллаев М.Ш.

Моделирование процесса влажного осаждения радиоактивных примесей в атмосфере с использованием модели DERMA 91

Мурадов Ф.А.

Усовершенствованная математическая модель процесса распространения газовых смесей и аэрозольных частиц в атмосфере и численный алгоритм решения задачи методом физического расщепления 105

Сулуюкова Л.Ф., Ахмеджанова З.И.

Модели и алгоритмы обработки данных в транспортной логистике сельскохозяйственных регионов с использованием многокритериальных эволюционных алгоритмов 125

Мухамедиева Д.Т., Раупова М.Х.

Решение сложных задач смешанно-бинарной ограниченной оптимизации . . 137

Contents

Ravshanov N., Nasrullaev P.

Mathematical modeling of pollutant transport and diffusion in the near-surface atmospheric layer with consideration of terrain characteristics 5

Karimov M.M., Karshiev D.A.

Modeling of the nonlinear groundwater filtration process in a porous medium . . 23

Ravshanov N., Mahmudov R.Z.

Analysis of dust composition in the atmospheric air of the city 34

Kholmurodov A.E., Matanov M.Ch.

Seismic excitation model of half-space propagation of Rayleigh waves 45

Ravshanov N., Shadmanov I.U., Adizova Z.M.

Development of a mathematical model for monitoring and forecasting heat transfer processes and moisture loss during storage of porous bodies 57

Palvanov B.Y., Jafarov S.K., Islamov Y.N.

Modeling the separation process of bulk mixtures by a centrifugal separator taking into account the change in the particle resistance coefficient 73

Ubaydullaev M.Sh.

Modeling the process of wet deposition of radioactive impurities in the atmosphere using the model DERMA 91

Muradov F.A.

Advanced mathematical model of propagation of gas mixtures and aerosol particles in the atmosphere and numerical solution algorithm based on physical splitting method 105

Sulyukova L.F., Akhmedjanova Z.I.

Models and algorithms for data processing in transport logistics of agricultural regions using multi-criteria evolutionary algorithms 125

Mukhamediyeva D.T., Raupova M.H.

Solving complex mixed-binary constrained optimization problems 137