УДК 519.632.4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА ДИСКРЕТНЫМ ВАРИАНТОМ МЕТОДА ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Нормуродов Ч.Б., Зиякулова Ш.А.

shziyaqulova@gmail.com

Термезский государственный университет,

190111 Узбекистан, Термиз, ул. Баркамол авлод, дом 43.

Для решения уравнений эллиптического типа в основном применяются итерационные методы, числа итераций в которых зачастую оказывается очень большим. По этой причине представляют интерес разработки высокоточных прямых методов ориентированных для решения подобных уравнений. В данной работе предлагается дискретный вариант метода предварительного интегрирования по полиномам Чебышева первого рода для численного решения уравнения Пуассона. Проведенные численные расчёты при разных значениях характерных параметров с различными пробными функциями показывают высокую точность предлагаемого метода.

Ключевые слова: полиномы Чебышева, дискретный вариант метода предварительного интегрирования, пробная функция, высокая точность.

Цитирование: *Нормуродов Ч.Б., Зиякулова Ш.А.* Численное моделирование уравнений эллиптического типа дискретным вариантом метода предварительного интегрирования // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 5(61). – С. 59-68.

1 Введение

К эллиптическим уравнениям приводит следующие физические задачи: определение прогиба нагруженной мембраны, давления газа в неоднородном силовом поле, не зависящего от времени распределения тепла в однородной и анизотропной среде, распределение электростатического поля и т.д. Общее свойства этих процессов таково: предполагается, что внешние воздействия не зависят от времени, а начальные условия были заданы достаточно давно, так что рассматриваемая система вышла не зависящее от времени стационарное состояние.

Анализ прямых и итерационных методов предназначенных для численного решения эллиптических уравнений проведен в [1], согласно которому, существуют два экономичных прямых метода для решения разностных краевых задач в случае уравнения Пуассона в декартовой, полярной, цилиндрической и сферической системах координат. Один из них-метод декомпозиции или метод нечетно-четного исключения с факторизацией является модификацией метода исключения Гаусса, а другое-метод разделения переменных основан на использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Наряду с прямыми методами для решения эллиптических уравнений применяются итерационные методы: явная схема с оптимальным чебышевским набором параметров, метод простой итерации, метод Зейделя, метод верхней релаксации, попеременно-треугольный метод, метод переменных направлений с оптимальными итерационными параметрами, факторизованные итерационные схемы и т.д.

Несмотря на то, что для численного решения эллиптических уравнений разработаны многочисленные методы, как прямых, так и итерационных вопрос о точности и эффективности этих методов до сих пор остаются актуальной. С этой целью в данной статье для численного решения уравнений эллиптического типа предлагается применить дискретный вариант метода предварительного интегрирования, где в качестве базисных функций используются полиномы Чебышева первого рода. Главным достоинством предлагаемого метода следует считать высокую скорость сходимости результатов расчёта. Полиномы Чебышева широко применяются для численного моделирования различных прикладных задач.

В работе [2] предлагается прямой численный метод решения специального класса задач оптимального управления, получивший название квадратичной задачи оптимального управления основанная не модифицированные ортогональные многочлены. Уязвимости в области конфиденциальности и безопасности в автомобильных сетях пятого поколения часто требуются для работы со схемами, основанными либо на билинейной парной криптографии, либо на криптографии с эллиптической кривой [3]. В этой статье предлагается схема, основанная на полиноме Чебышева, для защиты от атак по сторонним каналам с поддержкой в автомобильных сетях пятого поколения.

В статье [4] в качестве базисных функций используются полиномы Чебышева первого рода для представления приближений к краевым задачам восьмого порядка. Авторы статье утверждают, что предложенный метод прост и превосходит аналогичные методы, описанные в литературе. Получение приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода с применением полиномов Чебышева первого рода является объектом исследования статье [5]. В статье показано, что предложенный алгоритм эффективен и имеет высокую точность.

В [6] рассматривается новая расширенная система типа Линара с “поправками” основанная на многочленов Чебышева первого рода. В статье с помощью предложенного метода исследуются точечные множество в области теории сигналов и приводятся результаты иллюстрирующие эффективность метода.

В статье [7] исследуются последовательность кратных ортогональных многочленов Чебышева первого рода, найдена явная формула для ее компонентов в терминах алгебраического уравнения и сильные асимптотические свойства, изучена поведение распределений их корней.

В исследование [8] используются приближенный спектральный метод для нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных с дробным временем и слабо сингулярным ядром. В этой статье предлагается новый подход к спектральной коллокации для получения точной численной аппроксимации с использованием новых базисных функции, основанных на сдвинутых полиномах Чебышева первого рода, показано, что новый подход является очень точным и эффективным.

В исследование [9] находится несколько связей между балансирующими многочленами и многочленами Чебышева первого и второго рода. В этой статье многочлены Чебышева первого и второго рода выражаются как сумма двух членов уравновешивающих многочленов с гипергеометрическими коэффициентами. В статье [10] авторы предлагают исследовать численные решения нескольких моделей дробного порядка для многомерного связанного уравнения Кортевега-Де Фриза, включающего множество различных ядер. Показано, что применяемый спектральный метод обеспечивает превосходную точность и экспоненциальную сходимость.

Авторы статье [11] следуя знаменитому квантовому алгоритму для решения линейных задач предлагают подход к решению линейной системы уравнений с экспоненциально увеличенной зависимостью от точности, основанного на полиномиальном подхода Чебышева. Предложенный в этой статье улучшенный алгоритм применения матрицы непосредственно применен для решения задач в рамках квантовой процедуры. В статье [12] введены некоторые новые определения и более общие пространства результатов в порядке, соответствующем функциям и особенностям конечных точек. Обсуждаются распространение полученных основных результатов на оптимальные оценки соответствующей интерполяции Чебышева, полученные численные результаты демонстрируют отличное совпадение с ошибочными оценками. Из приведенного обзора видно, что полиномы Чебышева в последние годы широко применяются при разработке новых методов, при усовершенствование существующих методов и для решения различных прикладных задач.

В данной статье дискретный вариант метода предварительного интегрирования применяется для численного моделирования эллиптических уравнений. Имеются два варианта метода предварительного интегрирования: непрерывный и дискретный. В статьях [13, 14] непрерывный вариант метода применен к численному моделированию краевой задачи и задачи на собственные значения для обыкновенного дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной. Показано высокая точность и эффективность предлагаемого метода.

Применение дискретного варианта метода предварительного интегрирования в конструктивном виде для решения уравнения Пуассона изложено в [15]. В отличие от этой работе, в рассматриваемой статье приводится систематическое изложение метода, разработка алгоритма решения для решения эллиптических уравнений, проведение широкомасштабного вычислительного эксперимента при различных значениях характерных параметров, представление табличных результатов иллюстрирующие высокую точность и эффективность метода, а также графическая интерпретация полученных результатов. Предлагаемый метод относится к классу прямых методов решения эллиптических уравнений.

Как отмечено выше, главным достоинством дискретного варианта метода предварительного интегрирования является высокую скорость сходимости. Другое важное преимущество предлагаемого метода заключается в том, что она позволяет лучше понять физические процессы, происходящие в тепловом режиме, вследствие двойственного представления решения. Решение, полученное этим методом, можно представить как через его изменение в реальном пространстве, так и через относительные вклады в его распространение различных базисных функций (в спектральном пространстве).

2 Постановка задачи

Рассмотрим уравнение Пуассона в прямоугольной области $\overline{D} = \{-1 \leqslant x, y \leqslant 1\}$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -f(x, y), \tag{1}$$

со следующими однородными краевыми условиями:

$$\begin{aligned} &u(-1, y) = 0, u(1, y) = 0,\\ &u(x, -1) = 0, u(x, 1) = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Для численного моделирования дифференциальной задачи (1) –(2) применяем дискретный вариант метода предварительного интегрирования. Для проверки сходимости и порядка точности рассматриваемого метода воспользуемся методом пробных функций. Выбирается некоторая произвольная функция $u_e(x,y)$ удовлетворяющая краевым условиям (2). Подставляя ее в уравнение (1), найдем правую часть

$$f(x,y) = -(\frac{\partial^2 u_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial y^2}). \tag{3}$$

Полученная задача решается дискретным вариантом метода предварительного интегрирования и приближенное решение сравнивается с известной функцией $u_e(x,y)$ на различных коллокационных узлах полиномов Чебышева первого рода. В качестве точного решения дифференциальной задачи (1) – (2) рассмотрим две функции следующего вида:

$$\begin{aligned} u_e^{(1)} &= (1-x^2)(1-y^2)e^{A\sin x\sin y}, \\ u_e^{(2)} &= (1-x^2)(1-y^2)e^{A(x+y)}. \end{aligned} \tag{4}$$

Для выбранных функций $u_e^{(1)}$ и $u_e^{(2)}$ правая часть (3) соответственно, имеют вид:

$$\begin{gathered} f^{(1)}(x,y) = -(e^{A\sin x\sin y}(1-y^2)(A^2\cos^2 x\sin^2 y(1-x^2)- \\ -4Ax\cos x\sin y - A\sin x\sin y(1-x^2)-2)+ \\ +e^{A\sin x\sin y}(1-x^2)(A^2\sin^2 x\cos^2 y(1-y^2)- \\ -4Ay\sin x\cos y - A\sin x\sin y(1-y^2)-2)), \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} f^{(2)}(x,y) = e^{A(x+y)}(1-y^2)(A^2 - A^2x^2 - 4Ax - 2)+ \\ +e^{A(x+y)}(1-x^2)(A^2 - A^2y^2 - 4Ay - 2). \end{gathered}$$

Точные решения (4) необходимо для сравнения с приближенными решениями $u_a^{(1)}$, $u_a^{(2)}$ полученными дискретным вариантом метода предварительного интегрирования.

3 Метод решения

Для численного моделирования дифференциальной задачи (1) – (2) применяем дискретный вариант метода предварительного интегрирования. Суть данного подхода заключается в следующе: частные производные и правая часть уравнения (1) представляются в виде двойного конечного ряда по полиномам Чебышева первого рода. С помощью имеющихся стандартных формул для полиномов получающиеся дискретное уравнение дважды "интегрируется" по переменной x и по переменной y. Краевые условия (2) также записываются в виде рядов. В результате получается система линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов приближенного решения задачи (1) – (2). Затем в коллокационных узлах полиномов Чебышева сравниваются пробная функция (точное решение) и приближенные решения полученное дискретным вариантом метода предварительного интегрирования.

Таким образом, частные производные и правую часть представим в виде следующих рядов:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = {\sum_{i=0}^{N}}' {\sum_{j=0}^{M}}' a_{ij}^{(2x)} T_i(x) T_j(y),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = {\sum_{i=0}^{N}}' {\sum_{j=0}^{M}}' a_{ij}^{(2y)} T_i(x) T_j(y),$$

$$f(x,y)=\sum_{i=0}^{N}{}'\sum_{j=0}^{M}{}'g_{ij}T_i(x)T_j(y), \tag{5}$$

где $T_i(x)$, $T_j(y)$ – полиномы Чебышева первого рода, штрих над суммой означает, что коэффициенты рядов a_{ij}, g_{ij} берется со множителем $\frac{1}{4}$ когда $i=j=0$, эти коэффициенты берется со множителем $\frac{1}{2}$ когда $i=0$ или $j=0$.

Теперь подставляя ряды (5) к уравнению (1) имеем

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{N}{}'\sum_{j=0}^{M}{}'a_{ij}^{(2x)}T_i(x)T_j(y)+\\+\sum_{i=0}^{N}{}'\sum_{j=0}^{M}{}'a_{ij}^{(2y)}T_i(x)T_j(y)=\\=-\sum_{i=0}^{N}{}'\sum_{j=0}^{M}{}'g_{ij}T_i(x)T_j(y).\end{aligned}$$

Затем, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях полиномов, получаем следующую алгебраическую систему

$$a_{ij}^{(2x)}+a_{ij}^{(2y)}=-g_{ij}. \tag{6}$$

Для предварительного дискретного “интегрирования” уравнения (6) по переменным “x” и “y” имеются следующие рекуррентные формулы понижающие порядки производной:

$$\begin{aligned}a_{ij}^{((k-1)x)}&=\frac{a_{i-1,j}^{(kx)}-a_{i+1,j}^{(kx)}}{2i},\\a_{ij}^{((k-1)y)}&=\frac{a_{i,j-1}^{(ky)}-a_{i,j+1}^{(ky)}}{2j}.\end{aligned} \tag{7}$$

Кроме того, для определения правой части g_{ij} уравнения (7) по известной функции $f(x,y)$ в коллокационных узлах полиномов Чебышева $x_l=\cos\frac{\pi l}{N},(l=0,1,...,N)$ и $y_k=\cos\frac{\pi l}{M},(k=0,1,...,M)$ имеется дискретное обратное преобразование

$$\begin{gathered}g_{ij}=\frac{4}{MNc_ic_j}\sum_{l=0}^{N}\sum_{k=0}^{M}(\frac{1}{c_lc_k}f(x_l,y_k)T_i(x_l)T_j(y_k)),\\i=0,1,...,N,j=0,1,...,M,\end{gathered} \tag{8}$$

где $c_0=c_N=c_M=2,c_m=1$ при $m=1,2,...,N-1,c_t=1$ при $t=1,2,...,M-1$.

После двухкратного интегрирования рядов (5) для частных производных получается конечный двойной ряд по полиномам Чебышева для определения приближенного (аппроксимационного) решения дифференциальной задачи следующего вида

$$u_a(x,y)=\sum_{i=0}^{N}{}'\sum_{j=0}^{M}{}'a_{ij}T_i(x)T_j(y), \tag{9}$$

с неопределенными коэффициентами $a_{ij}(i=0,1,...,N;j=0,1,...,M)$, общее число которых равны $(N+1)(M+1)$. Для их определения уравнение (6) дважды “интегрируется” по переменной “x” и “y” с использованием рекуррентных формул (7). Здесь приведем лишь первый шаг интегрирования по переменной "x":

$$a_{ij}^{(x)} + \frac{a_{i-1,j}^{(2y)} - a_{i+1,j}^{(2y)}}{2i} = -\left(\frac{g_{i-1,j} - g_{i+1,j}}{2i}\right).$$

После выполнения всех операций интегрирования и требования удовлетворения краевых условий для приближенного решения (9) приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов разложения a_{ij}:

$$\begin{cases} 4i(i^2-1)((j+1)a_{i,j-2} - 2ja_{i,j} + (j-1)a_{i,j+2}) + \\ +4j(j^2-1)((i+1)a_{i-2,j} - 2ia_{i,j} + (i-1)a_{i+2,j}) = \\ = -((i+1)((j+1)g_{i-2,j-2} - 2jg_{i-2,j} + (j-1)g_{i-2,j+2}) - \\ -2i((j+1)g_{i,j-2} - 2jg_{i,j} + (j-1)g_{i,j+2}) + \\ +(i-1)((j+1)g_{i+2,j-2} - 2jg_{i+2,j} + \\ +(j-1)g_{i+2,j+2})), (i = \overline{2,N}, j = \overline{2,M}), \\ a_{1j} + a_{3j} + ... + a_{2M-1,j} = 0, (j = \overline{2,M}), \\ \frac{1}{2}a_{0j} + a_{2j} + a_{4j} + ... + a_{2M,j} = 0, (j = \overline{2,M}), \\ a_{i1} + a_{i3} + a_{i5} + ... + a_{i,2M-1} = 0, (i = \overline{0,N}), \\ \frac{1}{2}a_{i0} + a_{i2} + a_{i4} + ... + a_{i,2M} = 0, (i = \overline{0,N}). \end{cases} \tag{10}$$

Систему (10) удобно записать в матричном виде

$$Ax = b, \tag{11}$$

где A – квадратная матрица порядка $K \times K$, здесь $K = (N+1)\cdot(M+1)$ состоящая из коэффициентов системе (10), $x^T = (a_{00}, a_{10}, ..., a_{N0}, a_{01}, a_{11}, ..., a_{N1}, ..., a_{0M}, a_{1M}, ..., a_{NM})$ искомый вектор для неизвестных, b – правая часть системе (10). Решая систему (10) определяются коэффициенты $a_{ij}(i = 0, 1, ..., N; j = 0, 1, ..., M)$, затем по формулам (4) вычисляются значения точного решения, а по формуле (9) значения приближенного решения в коллокационных узлах полиномов Чебышева.

4 Обсуждение результатов

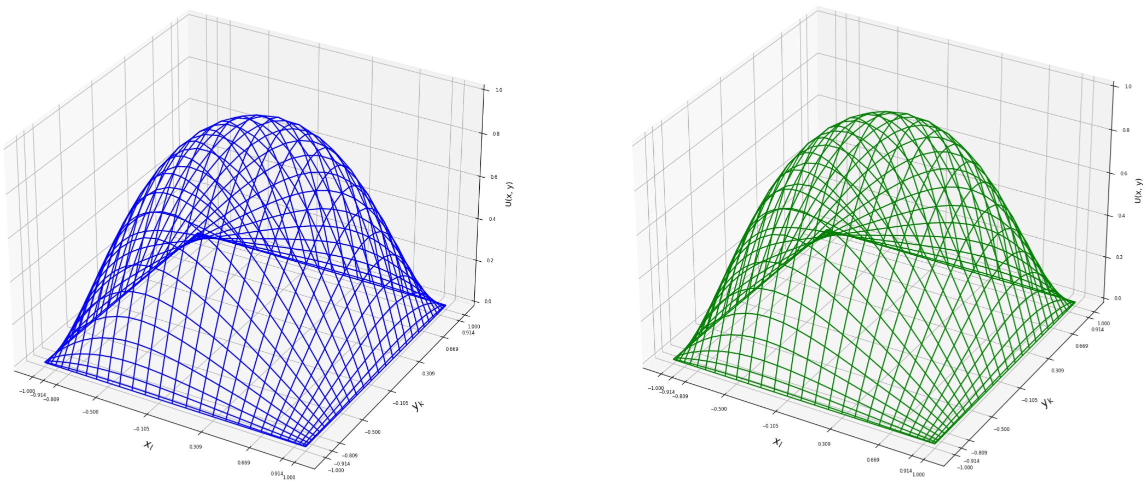
Приведем результаты численных расчётов по решению дифференциальной задачи (1) – (2) вышеизложенным дискретным вариантом метода предварительного интегрирования относительно выбранных пробных функций (точных решений) (4).

В табл.1 приведены результаты сравнения точного и приближенного решения для функций $u_e^{(1)}(x,y), u_e^{(2)}(x,y)$ в случае когда показатель экспоненциальной функции $A = 1; 3$, а число аппроксимирующих полиномов как по переменной "x", так и по переменной "y" равны, т.е. $N = M = 30$. Видно, что при выбранных значениях характерных параметров точное решение найдено с очень высокой точностью, при этом абсолютная погрешность является величиной порядка $\sim 10^{-14}$.

Результаты табл.1 наиболее наглядно иллюстрируются на рис.1-4. На рис.1 приведены графики точного и приближенного решения для выбранной пробной функции $u_e^{(1)}(x,y)$, когда значения параметра $A = 1$ и число полиномов равным $N = M = 30$.

Таблица 1. Сравнение точного и приближенного решения

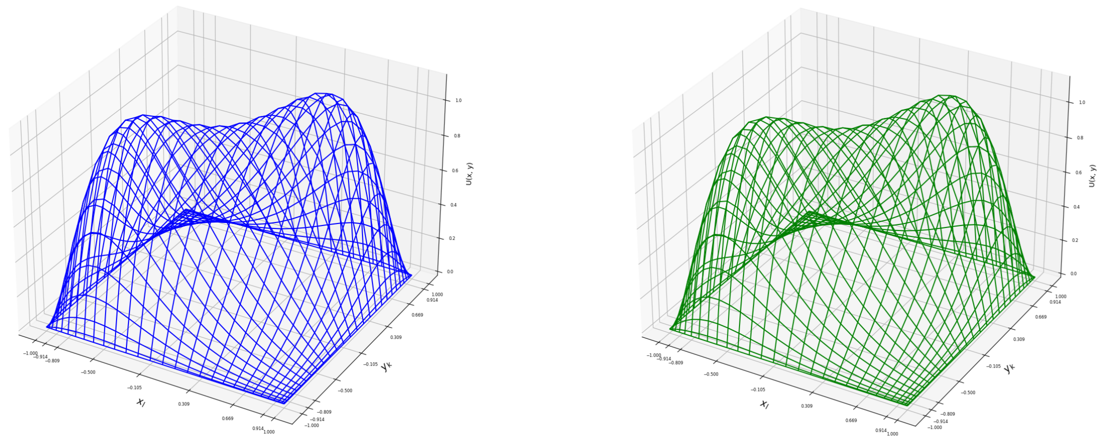
A	N	M	x_l, $l=\overline{0,N}$	y_k, $k=\overline{0,M}$	Значения точного решения	Значения приближенного решения	Абсолютная погрешность
Результаты расчётов для точного решение $u_e^{(1)}(x,y)$							
1	30	30	10	10	0.7566467723688299	0.756646772368829	$8.88\cdot 10^{-16}$
			20	20	0.6403745418591267	0.6403745418591256	$1.11\cdot 10^{-15}$
3	30	30	10	10	1.1056976195084218	1.1056976195084236	$1.77\cdot 10^{-15}$
			20	20	1.089	1.089	0.0
Результаты расчётов для точного решение $u_e^{(2)}(x,y)$							
1	30	30	10	10	1.5499308018105964	1.549930801810595	$1.33\cdot 10^{-15}$
			20	20	0.16540834640169516	0.16540834640169133	$3.83\cdot 10^{-15}$
3	30	30	10	10	9.50372257727791	9.503722577277886	$2.48\cdot 10^{-14}$
			20	20	0.01878101912194975	0.0187810191219596 1	$9.86\cdot 10^{-15}$



а) точное решение $u_e^{(1)}$ б) приближенное решение $u_a^{(1)}$

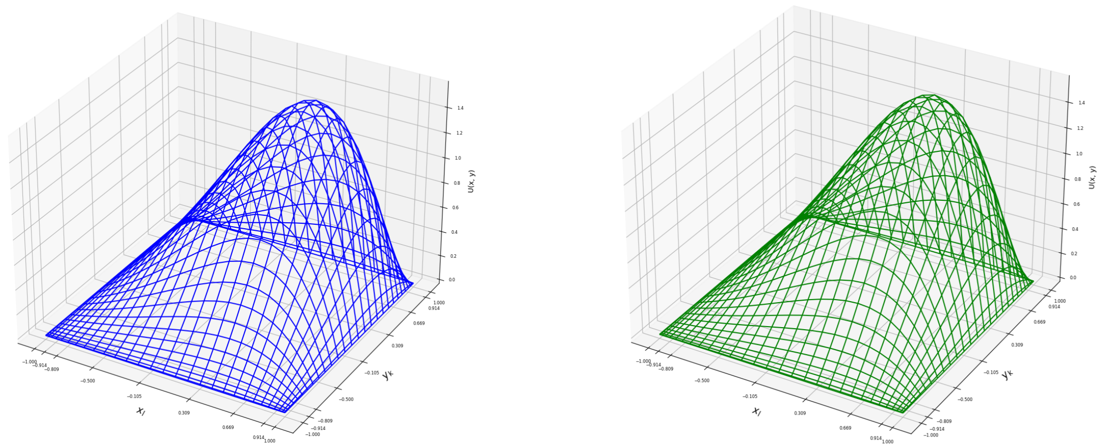
Рис. 1 Графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(1)}(x,y)$ при $A=1$

Графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(1)}(x,y)$ при $A = 3, N = M = 30$ изображены на рис.2. На рис.3 приведены графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(2)}(x,y)$ при следующих значениях характерных параметров: $A = 1, N = M = 30$. Динамика точного к приближенного решения для функции $u_e^{(2)}(x,y)$ при $A = 3, N = M = 30$ изображены на рис.4.



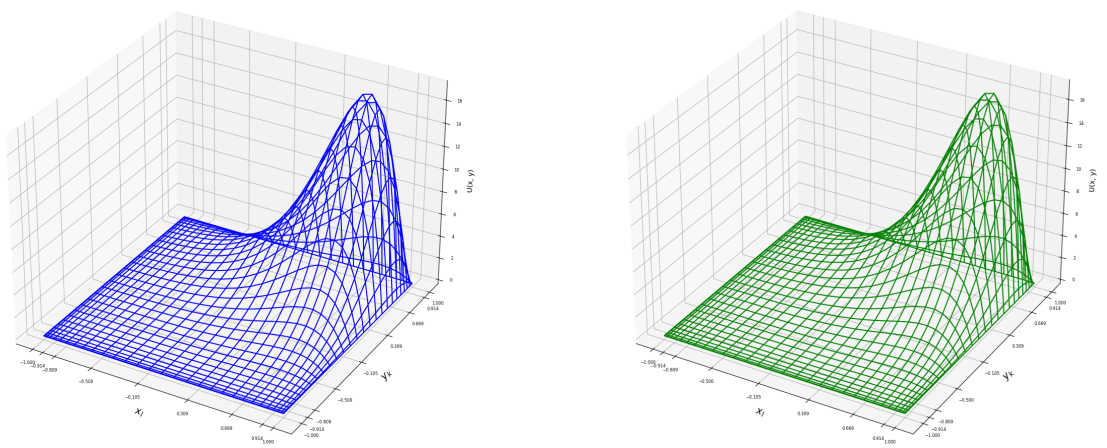
а) точное решение $u_e^{(1)}$ б) приближенное решение $u_a^{(1)}$

Рис. 2 Графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(1)}(x, y)$ при $A = 3$



а) точное решение $u_e^{(2)}$ б) приближенное решение $u_a^{(2)}$

Рис. 3 Графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(2)}(x, y)$ при $A = 1$.



а) точное решение $u_e^{(2)}$ б) приближенное решение $u_a^{(2)}$

Рис. 4 Графики точного и приближенного решения для функции $u_e^{(2)}(x, y)$ при $A = 3$.

5 Заключение

В заключении можно отметить следующие основные моменты. Для численного моделирования уравнений эллиптического типа предложен эффективный и высокоточный прямой метод-дискретный вариант метода предварительного интегрирования. Проведенный широкомасштабный вычислительный эксперимент при различных значениях характерных параметров и для разных пробных функций показывает высокую скорость сходимости приближенных решений полученных предлагаемым методом к точному решению дифференциальной задачи.

Литература

[1] *Самарский А.А.* Теория разностных схем.. М. : Наука, – 1977. – 656 с.

[2] *Anam Alwan Salih, Suha SHIHAB.* New operational matrices approach for optimal control based on modified Chebyshev polynomials. // Samarra Journal of Pure and Applied Science. – 2020. – P. 68–78.

[3] *Mahmood A. Al-Shareeda, Selvakumar Manickam, Badiea Abdulkarem Mohammed, Zeyad Ghaleb Al-Mekhlafi, Amjad Qtaish, Abdullah J. Alzahrani, Gharbi Alshammari, Amer A. Sallam and Khalil Almekhlafi.* Chebyshev polynomial-Based Scheme for Resisting Side Channel in 5G-Enabled Vehicular Networks. // Applied sciences. – 2022. MDPI, – P. 1–17.

[4] *Musiliu Tayo Raji., Christie Yemisi Ishola., Olutola Olayemi Babalola., Tawakalt Abosede Ayoola., Nasiru Muhammed Momoh., Olumuyiwa James Peter.* Numerical solution of eight order boundary value problems using Chebyshev polynomials // Mathematics and computational sciences. – 2023. – V. 4(1). – P. 18–28.

[5] *Azzam S.Y. Aladool., Mohammed Abdulrazaq Kahya.* Solving Fredholm integral equations using bees algorithm based on Chebyshev polynomials // International Journal of Applied Mathematics. – 2022. – V. 35. – No. 6 – P. 855–865.

[6] *Vesselin Kyurkchiev, Anton Iliev., Asen Rahnev., Nikolay Kyurkchiev* Lienard system with first kind Chebyshev's polynomial–correction in the light of Melnikov's approach. Simulations and possible applications // International Scientific Conference IMEA. 23–25 November – 2022. Pamporovo, Bulgaria

[7] *U. Fidalgo.* Type I Chebyshev Polynomials // Mathematics Subject Classification. Primary 54C40, 14E20; Secondary 46E25, 20C20. Department of Mathematics and Statistics, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio 43403. – 2022.

[8] *A.G. Atta., Y.H. Youssri* Advanced shifted first-kind Chebyshev collocation approach for solving the nonlinear time-fractional partial integro-differential equation with a weakly singular kernel // Computational and Applied Mathematics. – 2022. – 41:381. – P. 1–19.

[9] *A. Behera., P.K. Ray.* Hypergeometric connections between balancing polynomials and Chebyshev polynomials of first and second kinds. // Armenian Journal of Mathematics. – Volume 14. – 2022. – P. 1–20.

[10] *Khaled Mohammed Saad., Hari Mohan Srivastava.* Numerical Solutions of the Multi-Space Fractional-Order Coupled Korteweg–De Vries Equation with Several Different Kernels // MDPI-fractal and fractional international scientific journal. – 2023. – 716 p.

[11] *Nhat A. Nghiem., Tzu-Chieh Wei.* An improved method for quantum matrix multiplication // Quantum Information Processing August – 22(8). – 2023.

[12] *Ruiyi Xie., Boying Wu., Wenjie Liu.* Optimal Error Estimates for Chebyshev Approximations of Functions with Endpoint Singularities in Fractional Spaces // Journal of Scientific Computing. – 2023. – 96(3).

[13] *Нормуродов Ч.Б., Джураева Н.Т.* Обзор по методам решения проблемы гидродинамической устойчивости. – Проблемы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, – №:1(38). – С. 77–90.

[14] *Абдурахимов Б.Ф., Джураева Н.Т.* Численное моделирование сингулярно возмущенного уравнения четвертого порядка методом предварительного интегрирования // Проблемы вычислительной и прикладной математики Ташкент. – №:4(28). – 2024. – С. 8–17.

[15] *Нармурадов Ч.Б., Соловьев А.С., Турдиев Р.Т.* Решение уравнения Пуассона с помощью спектрального метода // Узбекский журнал Проблемы информатики и энергетики Ташкент. – №:2. – 2003. – С. 97–101.

Поступила в редакцию 23.10.2024

UDC 519.632.4

NUMERICAL MODELING OF ELLIPTIC TYPE EQUATIONS BY A DISCRETE VARIANT OF THE PRE-INTEGRATION METHOD

Normurodov Ch.B., Ziyakulova Sh.A.
shziyaqulova@gmail.com
Termiz state university,
43, Barkamol Avlod Str., Termez, 190111 Uzbekistan.

To solve elliptic equations, iterative methods are mainly used, the number of iterations in which is often very large. For this reason, it is of interest to develop high-precision direct oriented methods for solving such equations. In this paper, a discrete version of the Chebyshev polynomial pre-integration method of the first kind is proposed for the numerical solution of the Poisson equation. The numerical calculations performed for different values of characteristic parameters with different test functions show the high accuracy of the proposed method.

Keywords: Chebyshev polynomials, discrete version of the preliminary integration method, trial function, high accuracy.

Citation: Normurodov Ch.B., Ziyakulova Sh.A. 2024. Numerical modeling of elliptic type equations by a discrete variant of the pre-integration method. *Problems of Computational and Applied Mathematics.* 5(61): 59-68.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 5(61) 2024

Журнал основан в 2015 году.
Издается 6 раз в год.

Учредитель:
Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при Администрации Президента Республики Узбекистан.
Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

Адрес редакции:
100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.
Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.
Э-почта: journals@airi.uz.
Веб-сайт: https://journals.airi.uz.

Дизайн и вёрстка:
Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.
Подписано в печать 30.10.2024 г.
Формат 60x84 1/8. Заказ №7. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 5(61) 2024

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:
Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.
The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

Address:
100125, Tashkent, Buz-2, 17A.
Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.
E-mail: journals@airi.uz.
Web-site: https://journals.airi.uz.

Layout design:
Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.
Signed for print 30.10.2024
Format 60x84 1/8. Order No. 7. Printed copies 100.

Содержание

Contents