

УДК 519.644.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОЛОГО-МЕДИЦИНСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕТОДАМИ БИФУРКАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ В КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ

Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.

asoleev@yandex.ru

Самаркандский государственный университет,
703004, Узбекистан, г. Самарканд, бул. Университетский, 15.

Режимы стохастики и хаоса допускаются в нелинейных системах «реакция-диффузия», описывающих химико-реактивные, астрофизические, тепловые, термоядерные, плазменные, эпидемиологические и демографические процессы. В работе рассматриваются эколого-медицинские системы, являющиеся непрерывными, но исследованными в виде дискретных систем на ЭВМ с использованием конечно-разностных методов. Даются условия существования режимов стохастики в некоторых эколого-медицинских моделях.

Ключевые слова: стохастика, медицинские системы, дискретные системы конечно-разностные методы, синергетика, бифуркация, экватор Пуанкаре.

Цитирование: *Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.* Исследование эколого-медицинских моделей методами бифуркационных параметров в конечно-разностных дискретных системах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 4/1(59). – С. 9-14.

Эколого - медицинские системы характеризуются выявлением их основных видов, причем не обязательно – одного, т.к. могут быть отнесены сразу к нескольким. Такими видами, в первую очередь, относятся автономность и неавтономность систем, их непрерывность и дискретность. Системы могут изменять свои свойства при изменении временного аргумента начиная с микро-молекулярного уровня [5] и до [6, 7, 15] биолого-экологического и физико-химического, а также демографического и политико-экономического уровней. В случаях, когда исследования основаны на эмпирических данных с обработкой которых используется современные компьютерные системы, область пространственных аргументов разбивается дискретным множеством точек и это всё приводит к разбиению системы на два класса: непрерывных и дискретных. Синергетической тематике систем посвящены работы [1–4, 16].

Из цикла работ Марчука, основанных на результатах вычислительных экспериментов с применением ЭВМ и анализе графиков решений изучаемых динамических систем, составленных по результатам таких экспериментов (модели §2.2 и §2.8 из [6]) следует, что в них имеют место периодические по времени t автоколебания. Сам факт продолжительности наблюдений изучаемых моделей с точки зрения качественной теории динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями, говорит о наличии в решениях систем таких топологических структур, как устойчивые предельные циклы γ и устойчивые сепаратрисные циклы ℓ . Следует отметить, что в данной работе рассматриваются эколого-медицинские системы, являющиеся непрерывными по t , но исследованными в виде дискретных систем на ЭВМ с использованием конечно-разностных методов.

Рассмотрим две базовые модели хронических заболеваний [6][часть I], исходно построенных с запаздыванием временного аргумента t , но при сделанных нами предположениях что либо запаздывание аргумента t достаточно мало, чтобы считать его отсутствующим, так что в уравнения систем, описывающих модели, введены и малые периодические возмущения за счёт бифуцирующих параметров. Покажем, что если имеет место только одно из этих предположений, то обнаруженные нами грубые гомоклинические структуры $\{\Gamma_\mu\}$ [13–15] приводят в их малой окрестности к образованию режимов стохастики [19, 20]. В работах групп Марчука [6] и Базыкина [12] режимы стохастики не упоминались и не были исследованы.

Рассмотрим базовую модель заболеваний [6] [§2.2]

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= (\beta - \gamma F) V, \\ \frac{dC}{dt} &= \xi(m) \alpha V(t - \tau) F(t - \tau) - \mu_C (C - C^*), \\ \frac{dF}{dt} &= \rho C - (\mu_f + \eta \gamma V) F, \\ \frac{dm}{dt} &= \sigma - \mu_m m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $V = V(t)$ – концентрация патогенных размножающихся антигенов, $F = F(t)$ – концентрация антител, $C = C(t)$ – концентрация плазматических клеток, C^* – постоянный уровень плазматических клеток в здоровом организме, $m = m(t)$ – относительная характеристика пораженного тела, $0 \leq m \leq 1$ и $\alpha, \beta, \gamma, \rho, \sigma, \mu_C, \mu_f, \mu_m$ – неотрицательные коэффициенты, $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \gamma \leq 1$.

Система (1) с начальными данными $V(t^0) = V^0, C(t^0) = C^0, F(t^0) = F^0, m(t^0) = m^0$ называется базовой моделью заболевания и описывает динамику развития патогенной инфекции на фоне иммунного ответа. В системе (1) в силу независимости величин V и F от времени положено

$$V(t - \tau) = V = const., \quad F(t - \tau) = F = const.$$

и в этом случае система имеет тривиальное решение описывающее состояние здорового организма, то есть состояние равновесия:

$$\left\{ V = 0, C = C^*, F = F^* = \frac{\rho C^*}{\mu_f}, m = 0 \right\},$$

и можно качественно анализировать систему (1) рассматривая малые возмущения неизвестных функций от состояния равновесия полагая

$$V = \bar{V}, C = C^* + \bar{C}, F = F^* + \bar{F}, m = \bar{m}.$$

Из численных экспериментов, которые иллюстрирует рис. 21 из [6][§2.2] следует, что имеют место периодическое по времени автоколебания в виде устойчивого предельного цикла. Так что можно считать отдельной системой взятые в модели из (1) второе и третье уравнения для количества плазматических клеток C и антител F , в

специальном случае приводящуюся к виду (1), в предположении отсутствия запаздывания аргумента (т.е. при $\tau = 0$ - при малом C). Тогда они в фазовом пространстве $\{C, F\}$ представляют подсистему

$$\frac{dC}{dt} = -\mu_C \cdot C + \alpha F v^0, \frac{dF}{dt} = -\mu_f \cdot F + \rho C - \eta F v^0 \Big\},$$

где v^0 — постоянная и имеет в начале координат изолированную особую точку типа седло.

Если взять в качестве подсистем в системе (1) первое и третье уравнения для количества патогенных размножающихся антигенов V и антител F , в предположении отсутствия запаздывания аргумента (т.е. при $\tau = 0$) и считать концентрацию плазматических клеток малым, тогда они в фазовом пространстве $\{V, F\}$ представляют систему

$$\frac{dV}{dt} = (\beta - \gamma F) V, \frac{dF}{dt} = -(\mu_f + \eta \gamma V) F \Big\},$$

которая в конечной части фазового пространства $\{V, F\}$ имеет особые точки $(0, 0)$ — типа седло и $\left(\frac{\beta}{\gamma}, -\frac{\mu_f}{\eta \gamma}\right)$ — типа центр или фокус. Система на бесконечности имеет особые точки $(0, 0)$ — типа седло-узел, $\left(0, \frac{1}{\eta}\right)$ — типа вырожденный узел и $\left(\frac{\gamma}{\beta}, -\frac{\mu_f}{\eta \beta}\right)$ — типа центр или фокус.

Для образования на дуге экватора P_∞ , по его концам сёдел или обращённых друг другу гиперболических областей седло-узлов, нужно иметь ряд условий из [18], в том числе и условия на коэффициенты.

Другая базовая модель заболеваний — модель (2.8.1)-(2.8.2), описывающая модель гематомы [6][§2.8] в переменных $\{W, T\}$ в предположении отсутствия запаздывания аргумента (т.е. также при $\tau = 0$) имеет вид:

$$\frac{dT}{dt} = W - bWT - \alpha(T - T^*), \frac{dW}{dt} = -cWT \Big\}, \quad (2)$$

где a, b, α, T^* — коэффициенты и бифуркация происходит при условиях: $b = 0$, когда внутри единственная особая точка — седло-узел.

В системе W — количество перерождённой крови, T — количество чужой крови.

Система в конечной части фазового пространства $\{T, W\}$ имеет особые точки $(0, -\frac{\alpha T^*}{a})$ — типа узел и $(T^*, 0)$ — типа седло. В случае, когда $T^* \rightarrow 0$ эти точки сольются в начале координат и образуют сложную особую точку типа седло-узел. Система на бесконечности имеет особые точки $(0, 0)$ — типа седло-узел, $(0, \frac{c}{b})$ — типа вырожденный узел и $(T^*, 0)$ — узел.

Таким образом, в модели гематомы (2) при $b = c$ выполняется условие особого типа экватора Пуанкаре P_∞ [7, 8], обеспечивающих режимы быстрых и медленных движений, т.е. уход в бесконечность за конечное время [17] в силу упрощения условий системы, когда нет необходимости требовать малые неавтономные возмущения.

Поскольку для обоих уравнений системы выполняются условия особого типа экватора Пуанкаре, и если малые неавтономные возмущения, которые могут быть сезонными или почасовыми, то при переходе к неавтономным системам происходят образование пересекающихся гомоклинических структур на стохастическом слое. Таким образом модель гематомы ведёт себя во многом аналогично модели хронического заболевания в плане образования стохастики

Большое количество исследований основывается на полученных компьютерным способом системах, описывающих модели экологии, хищник – жертва, популяции [12–14]. Процесс «хищник-жертва» моделирует системы, близкие к системам [12][гл.5].

Рассмотрим также дискретную систему

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x_i}{\partial t} &= f^1(x_i, y_i, r_i) + dx(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}), \\ \frac{\partial y_i}{\partial t} &= f^2(x_i, y_i, r_i) + dy(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

$$i = \begin{cases} \overline{1, n-1}; \\ 1, 2, \dots; \end{cases}$$

где

$$x_i = x(r_i, t), \quad y_i = y(r_i, t), \quad r_i = ih, \quad dx = \frac{D_x}{h^2}, \quad dy = \frac{D_y}{h^2}, \quad h = \frac{l}{n},$$

в $l < \infty$ и $f^{1,2}$ непрерывные по своим переменным функции.

В случае диффузионных экологических систем каждые подсистемы системы (3) при конкретном i можно принять [4, 9] модели динамики в отдельных элементарных объемах, взаимодействие которых зависит от $f^{1,2}$ с полным внутренним перемешиванием внутри каждого объема, когда существует диффузия в случае миграции между соседними объемами. $\varphi_{1,2}, \psi_{1,2}$ характеризуют миграционный поток на внешней границе при всех i для системы (3). Возможна миграционная интерпретация, используемая также для социальных систем. Предположим, есть область G в которой имеют место периодические движения для системы (3) и имеет сепаратрисный цикл $\ell \in G\{x_i, y_i\}$, проходящую через одно или несколько седел в $G\{x_i, y_i\}$.

Тогда в системе

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f^1(x_0, y_0, 0) + [x_0 + h\varphi_1(x_0, y_0)] \\ \frac{dy_1}{dt} &= f^2(x_0, y_0, 0) + [y_0 + h\varphi_2(x_0, y_0)] \end{aligned} \right\},$$

на первом слое сетки $\{x_1, y_1, r_1\}$ стохастический режим по t .

Аналогичные результаты имеют место и для последующих слоев вплоть до последнего, где

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_{n-1}}{dt} &= f^1(x_n, y_n, 0) - [x_n + h\psi_1(x_n, y_n)] \\ \frac{dy_{n-1}}{dt} &= f^2(x_n, y_n, 0) - [y_n + h\psi_2(x_n, y_n)] \end{aligned} \right\}.$$

Следует отметить, что конечно-разностные дискретные модели и системы рассматривались также в циклах работ [9–11].

Литература

- [1] Пригожин И., Стингерс И. Порядок из хаоса / — М: Прогресс, — 1986.
- [2] Glindorff R., Prigojine I. Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations / — New York: Wiley, — 1971.
- [3] Хакен Г. Синергетика / — М: Мир, — 1980.
- [4] Хакен Г. Синергетика. Иерархии в самоорганизующихся системах и устройствах / — М: Мир, — 1985.

- [5] *Зельдович Я.Б., Франк-Каменецкий Д.А.* К теории горения. Диффузия и теплопередача в химической кинетике / — М: Изд. АН СССР, — 1947.
- [6] *Марчук Г.И.* Избранные труды. Том 4. Математическое моделирование в иммунологии и медицине / — Москва: РАН, Институт Вычислительной Математики, — 2018.
- [7] *Poincaré A.* On the curves determined by the differential equations // Journ. de Mathematiques, v.7, 1881; 8, 1882; 1, 1885; 2, 1886.
- [8] *Куклес И.С., Латипов Х. Р.* Особый тип для бесконечно удаленных особых точек // Труды СамГУ, Новая серия; вып. 119, — 1962.
- [9] *Rozet I.G., Filinykh V.V.* Space-Time structures in discrete models of Biological Systems // SAMS, vol.12, — 1985.
- [10] *Buriyev T.I., Rozet I.G., Filinykh V.V.* Stochasticity in a predator-prey system under periodic environmental fluctuations // Chinese Journal of Biomathematics, vol.5, 1, — 1990.
- [11] *Rozet I.G.* The Medium Boundary Permeability of Space-Time Structures in Discrete Models of Diffusion Ecological Systems, // Universiti Brunei Darussalam, May-June, — 1995.
- [12] *Базыкин А.Д.* Математическая биофизика взаимодействующих популяций / — М: Наука, — 1985.
- [13] *Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фурфеев Ю.И.* Введение в теорию нелинейных колебаний / — М: Наука, — 1981.
- [14] *Белых В.Н.* Качественные методы теории нелинейных колебаний сосредоточенных систем / — Горький: изд. ГГУ, — 1980.
- [15] *Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Х.* Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч.1,2 / — М.Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, — 2009.
- [16] *Dzhumadil'daev A., Omirov B.A., Rozikov U.A.* Constrained evolution algebras and dynamical systems of a bisexual population // Linear Algebra Appl., — 2016. v.496, — P. 351–380.
- [17] *Еругин Н.П.* Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений / — Минск: Наука и техника, — 1979.
- [18] *Баутин Н.Н., Леонтович Е.А.* Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости / — М: Наука, — 1990.
- [19] *Soleev A., Rozet I., Mukhtarov Y.* Stochastic Regimes in Some Autowave and Oscillator Systems with Periodic Perturbations // AIP Conference Proceedings, — 2024. 3147, 010011.
- [20] *Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.* Режимы стохастики в некоторых моделях теплопроводности и самоорганизации при периодических возмущениях // Научный вестник Самаркандского унив. Серия точные и естественные науки, №1/1(143) — 2024.

Поступила в редакцию 20.08.2024

UDC 519.644.2

RESEARCH OF ECOLOGICAL AND MEDICAL MODELS USING BIFURCATION PARAMETERS METHODS IN FINITE DIFFERENCE DISCRETE SYSTEMS

Soleev A.S., Rozet I.G., Muxtarov Y.

asoleev@yandex.ru
Samarkand state university,

15, University blv., Samarkand, 703004 Uzbekistan.

Regimes of stochasticity and chaos are allowed in nonlinear reaction-diffusion systems that describe chemical-reactive, astrophysical, thermal, thermonuclear, plasma, epidemiological and demographic processes. The work examines environmental-medical systems that are continuous, but studied in the form of discrete systems on a computer using finite-difference methods. The conditions for the existence of stochastic regimes in some ecological and medical models are given.

Keywords: stochastics, medical systems, discrete systems, finite difference methods, synergetics, bifurcation, Poincare equator.

Citation: Soleyev A.S., Rozet I.G., Muxtarov Y. 2024. Research of ecological and medical models using bifurcation parameters methods in finite difference discrete systems. *Problems of Computational and Applied Mathematics*.4/1(59):9-14.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 4/1(59) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 05.09.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №5. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 4/1(59) 2024

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

Azamova N.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Burnashev V.F.,
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mirzaeva G.R., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova
E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 05.09.2024

Format 60x84 1/8. Order No. 5. Printed copies 100.



**Профессор
ИСРАИЛОВ МАРУФ ИСРАИЛОВИЧ**
(к 90-летию со дня рождения)

Маруф Исраилович Исраилов – известный ученый-математик, доктор физико-математических наук, профессор, крупный специалист в области теории чисел и вычислительной математики.

М.И. Исраилов родился 27 апреля 1934 года в городе Самарканде в семье ремесленника. В 1951 году с отличием окончив среднюю школу №16 г. Самарканда, поступил на физико-математический факультет Самаркандского государственного университета, который успешно окончил в 1956 г. С 1958 по 1961 годы проходил обучение в аспирантуре Института математики им. В.И. Романовского под руководством профессора Н.П. Романова. В 1966 году защитил кандидатскую диссертацию на тему «Проблема Тарри для быстрорастущих слагаемых и ее приложение к изучению эргодических сумм». В 1974 году М.И. Исраилову присвоено звание старшего научного сотрудника. В 1986 году М.И. Исраилов защитил докторскую диссертацию на тему «Асимптотические и точные формулы для аддитивных задач с растущим числом слагаемых», а в 1989 году получил звание профессора по специальности «Вычислительная математика».

После окончания аспирантуры М.И. Исраилов работал младшим научным сотрудником в Вычислительном центре Института математики АН РУз, затем с 1966 г. – старшим научным сотрудником. С 1976 года работал на должности заведующего лабораторией «Теория приближенного интегрирования» Института кибернетики с вычислительным центром. С 1984 г. и до 1995 г. – являлся заведующим отделом «Вычислительные методы» Института математики АН РУз. В том же 1995 году М.И. Исраилов приступил к работе в Самаркандском государственном университете в качестве заведующего кафедрой вычислительной математики.

Профессор М.И. Исраилов имел широкий диапазон научных интересов. Его глубокие исследования в областях аддитивных задач, построения общих арифметиче-

ских ортогональных и биортогональных систем в гильбертовых пространствах; нахождения числа решений различных классов диофантовых уравнений, оценке тригонометрических сумм; построения оптимальных квадратурных и кубатурных формул в различных функциональных пространствах, а также приближенного решения регулярных и сингулярных интегральных уравнений внесли существенный вклад в развитие теории чисел и вычислительной математики. Результаты его работ успешно применяются в многочисленных прикладных задачах.

М.И. Исраилов впервые исследовал проблему Тарри для общих числовых последовательностей и применил к изучению эргодических сумм. Здесь он также решил известную проблему венгерского математика П. Эрдеша (об оценке снизу максимума модуля многочленов на единичной окружности) в обобщенной и уточненной постановке. М.И. Исраилову принадлежит всестороннее исследование аддитивных задач с растущим числом слагаемых. Он получил асимптотические разложения в проблеме Варинга с полиномиальными слагаемыми и в диофантовой системе Гильберта-Камке.

Им также найдена точная формула для числа решений линейных диофантовых уравнений общего вида. Эта формула нашла применение в теории инвариантных кубатурных формул академика С.Л.Ёсоболева и позволила сильно упростить исследование и построение таких формул на поверхности многомерных сфер и шаров.

Маруф Исраилович также внес существенный вклад в применение теоретико-числовых методов и методов сплайн-функций в вычислительной математике. Им построены оптимальные квадратурные и кубатурные формулы сингулярных интегралов с ядрами Гильберта и Коши, найдены приближенно-аналитические решения систем одномерных и многомерных интегральных уравнений с ядрами Фредгольма, Гильберта и Коши. Найдены оценки погрешности в различных часто встречающихся пространствах функций. Эти результаты имеют многочисленные применения в прикладных задачах, в частности в аэродинамике и гидродинамике. Характерной особенностью этого цикла исследований является новизна постановок задач и разработка новых методов их решения.

Отдельные результаты исследований М.И. Исраилова по теории дзета-функции Римана и проблеме делителей Дирихле вызвали большой резонанс среди специалистов за пределами нашей страны.

В Маруфе Исраиловиче гармонично сочетались способности крупного ученого, талантливого педагога и умелого руководителя крупных научных исследований. Он успешно сочетал плодотворную научную и научно-организаторскую деятельность с большой педагогической и общественной деятельностью. С 1967 г. М.И. Исраилов читал общие и специальные курсы на факультете прикладной математики Ташкентского государственного университета, а с 1995 по 2003 годы – в Самаркандском государственном университете, где до конца жизни продолжал активную научно-педагогическую деятельность в качестве почетного профессора-консультанта.

М.И. Исраилов с 1972 г. являлся членом двух специализированных советов по защите кандидатских и докторских диссертаций. С 1967 по 1995 годы руководил работой организованного им городского научного семинара «Применение теории чисел в вычислительной математике» при Институте кибернетики АН РУз и Институте математики АН РУз, а с 1995 года руководил научным семинаром «Приближенные методы высшего анализа» в СамГУ.

Работая в крупнейших ВУЗах и НИИ республики, Маруф Исраилович подготовил десятки учеников, успешно работающих в различных сферах экономики республи-

ки, в странах ближнего и дальнего зарубежья. М.И. Исраилов руководил работами магистрантов, аспирантов и докторантов. Под его руководством защищены более 10 кандидатских диссертаций, он способствовал защите трех докторских диссертаций. С 1993 г. М.И. Исраилов со своими докторантами, аспирантами и студентами вёл научные исследования в рамках проектов, имеющих фундаментальное значение и широкое прикладное применение.

Обычно будущих ученых Маруф Исраилович привлекал к науке со студенческой скамьи. Более того, он с аспирантских лет активно участвовал в поиске и формировании юных математических дарований в системе школьного образования. Будучи аспирантом и молодым ученым М.И. Исраилов преподавал в специализированной физико-математической школе №82 города Ташкента, организованной академиком В.К. Кабуловым. Многие ученики М.И. Исраилова из этой школы стали в последующем докторами наук и известными специалистами в своих отраслях. Подготовку математиков со школьной скамьи профессор М.И. Исраилов продолжил в физико-математическом лицее г. Самарканда, учащиеся которого регулярно занимали призовые места на различных международных математических олимпиадах. На протяжении всей педагогической деятельности своими научно-популярными статьями в энциклопедиях, в различных общественных и молодежных изданиях, ряде телепередач М.И. Исраилов умело и выверено формировал математическую культуру мышления у молодежи.

М.И. Исраилов – автор более 160 научных, 40 научно-популярных работ. Около 50 его научных статей опубликованы в авторитетных изданиях ближнего и дальнего зарубежья. Профессор М.И. Исраилов является автором широко известного двухтомного учебника по вычислительной математике «Хисоблаш методлари». Данная книга является единственным учебником подобного типа на узбекском языке и принята в качестве основного в ведущих университетах Узбекистана. Этот учебник написан на основе оригинальных лекций М.И. Исраилова, которые он читал на протяжении 40 лет в Национальном университете Узбекистана, Самаркандском государственном университете, на семинарах в Институте математики АН РУз. Также результатом многолетнего чтения лекций стал учебник по теории чисел «Сонлар назарияси» в соавторстве с профессором А. Солеевым.

М.И. Исраилов и его ученики участвовали с докладами во многих международных научных форумах. Он принимал участие в Международном конгрессе математиков, Всемирном конгрессе общества Бернулли и других. Был одним из активных организаторов всех международных конференций по теории кубатурных формул, проводимых в Узбекистане. Профессор М.И. Исраилов до последних дней оставался активным участником ежегодной Международной научно-практической конференции «Инновация». Являясь одним из бессменных руководителей секции «Математика. Математическое моделирование», М.И. Исраилов поддерживал высокий уровень научных изысканий и докладов конференции. М.И. Исраилов был членом редколлегии сборника «Вопросы вычислительной и прикладной математики», а также ответственным редактором сборников по вычислительной математике, выпускаемых в Институте математики АН РУз. А с 2001 года являлся членом редколлегии сборника научных статей Международной конференции «Инновация». Являлся членом Американского математического общества и экспертом международного журнала «Mathematical Reviews».

Маруфе Исраилович неоднократно награждался почетными грамотами Академии наук Республики Узбекистан.

В знак признания весомого многолетнего вклада профессора М.И. Исраилов в развитие математической науки и подготовку высококвалифицированных кадров в 2009 году Национальным университетом Узбекистана была проведена республиканская научная конференция «Вычислительные технологии и математическое моделирование», посвященная его 75-летию. В 2013 году проведен научный семинар «Профессор М.И. Исраилов и развитие прикладной математики в Узбекистане», в 2014 году состоялась научно-техническая конференция «Прикладная математика и информационная безопасность», посвященная 80-летию учёного. В текущем 2024 году в связи с 90-летием профессора М.И. Исраилова в НУУз организован международный научный семинар «Вычислительные модели и технологии (СМТ2024)».

Созданная профессором М.И. Исраиловым научная школа по численным методам и в настоящее время продолжает продуктивно функционировать. Ученики и последователи Маруфа Исраиловича сегодня успешно работают в различных сферах и отраслях экономики нашей республики и за рубежом, продолжая дело своего Устога-учителя.

Редакционная коллегия журнала «Проблемы вычислительной и прикладной математики» посвящает данный специальный выпуск светлой памяти профессора Маруфа Исраиловича Исраилова – выдающегося учёного, талантливого педагога, заботливого наставника и замечательного человека, который навсегда останется в памяти друзей, коллег и учеников.

Содержание

Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.

Исследование эколого-медицинских моделей методами бифуркационных параметров в конечно-разностных дискретных системах 9

Худойбергганов М.У., Туляганова Н.Б., Каримов Д.К.

Исследование устойчивости модифицированных разностных схем Куранта, Айзексона и Риза для квазилинейных гиперболических систем 15

Эшкuvatов З.К., Салимова Н.М., Худойбергганов М.О.

Решение системы интегральных уравнений Вольтерра первого рода модифицированным методом разложения Адомиана 23

Олимов Н.Н., Бекмуродова Д.Б.

Оптимальная интерполяционная формула с производными в пространстве Соболева 37

Курбонназаров А.И.

Оптимальная квадратурная формула для вычисления коэффициентов Фурье в гильбертовом пространстве 46

Шадиметов Х.М., Атамуродова Б.М.

Дискретная система типа Винера-Хопфа для коэффициентов интерполяционных формул 64

Шадиметов Х.М., Каримов Р.С.

Система типа Винера-Хопфа для нахождения оптимальных коэффициентов разностных формул в гильбертовом пространстве 74

Расулов А.С., Раимова Г.М.

Применение методов ускорения сходимости к асинхронным итерациям 85

Шадиметов Х.М., Шоназаров С.К.

Об одной явной оптимальной разностной формуле 96

Хаётов А.Р., Нуралиев Ф.А., Абдуллаева Г.Ш.

Построение алгебро-гиперболического интерполяционного натурального сплайна шестого порядка 107

Аллаков И., Эрдонов Б.Х.

Об одновременном представлении трех чисел суммой шести простых чисел . 122

К. Джа, К.Б. Манандхар

Общий результат с фиксированной точкой для совместимых отображений типа (K) в интуиционистском нечетком метрическом пространстве 134

Хаётов А.Р., Хаитов Т.О., Буваширов Д.С.

Оптимальная формула численного интегрирования дробного интеграла Римана-Лиувилля 142

Шадиметов Х.М., Азамов С.С., Элмуратов Г.Ч.

Минимизация погрешность квадратурной формулы в пространстве Гильберта 151

Contents

<i>Soleyev A.S., Rozet I.G., Muxtarov Y.</i>	
Research of ecological and medical models using bifurcation parameters methods in finite difference discrete systems	9
<i>Khudoyberganov M.U., Tulyaganova N.B., Karimov D.K.</i>	
Investigation of the stability of the modified difference Courant, Isaakson and Rees schemes for quasi-linear hyperbolic systems	15
<i>Eshkuvatov Z.K., Salimova N.M., Khudoyberganov M.O.</i>	
Solving system of Volterra integral equations of the first kind by modified Adomian decomposition method	23
<i>Olimov N.N., Bekmurodova D.B.</i>	
An optimal interpolation formula with derivatives in Sobolev space	37
<i>Kurbonnazarov A.I.</i>	
Optimal quadrature formula for calculating Fourier coefficients in Hilbert space .	46
<i>Shadimetov Kh.M., Atamuradova B.M.</i>	
Discrete system of Wiener–Hopf type for coefficients of interpolation formulas . .	64
<i>Shadimetov Kh.M., Karimov R.S.</i>	
Wiener–Hopf type system for finding optimal coefficients of difference formulas in the Hilbert space	74
<i>Rasulov A.S., Raimova G.M.</i>	
Applications of convergence acceleration methods to asynchronous iterations . .	85
<i>Shadimetov Kh.M., Shonazarov S.K.</i>	
On an explicit optimal difference formula	96
<i>Hayotov A.R., Nuraliyev F.A., Abdullayeva G.Sh.</i>	
Construction of the sixth order algebraic-hyperbolic interpolation natural spline	107
<i>Allakov I., Erdonov B.Kh.</i>	
On the simultaneous representation of three numbers by the sum of six numbers of primes	122
<i>Jha K., Manandhar K.B.</i>	
A common fixed point result for compatible mappings of type (K) in intuitionistic fuzzy metric space	134
<i>Hayotov A.R., Khaitov T.O., Buvasharov D.S.</i>	
An optimal formula for numerical integration of fractional Riemann-Liouville integral	142
<i>Shadimetov Kh.M., Azamov S.S., Elmuratov G.Ch.</i>	
Minimizing the error of a quadrature formula in Hilbert space	151