

УДК 519.6:665+004.94

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАСТА

^{1*}Равшанов Н., ²Неъматов А., ²Исмаилов Ш.

*ravshanzade-09@mail.ru

¹Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,
100125, Узбекистан, Ташкент, м-в. Буз-2, 17А;

²Ташкентский университет информационных технологий,
100200, Узбекистан, Ташкент, ул. А. Тимура, 108.

В данной статье представлены численная модель и алгоритм расчета решения задачи двумерной фильтрации нефти в пористой среде, в которой изменение значения проницаемости при изменении пластового давления в процессе двумерной фильтрации нефти в пористой среде анализируется с помощью численной, 2D и 3D графики. В рассматриваемом процессе зависимость проводимости от давления определялась по двум различным расчетным формулам при малых и больших изменениях давления в слое, а уравнение решалось методом прогонки на основе схемы изменения направлений. При этом разработан алгоритм параллельного расчета для случая, когда расчет ведется в двух одинаковых направлениях X, противоположных друг другу, представлен сравнительный анализ времени, затраченного на последовательный и параллельный расчеты, а также приводится общее описание процесса.

Ключевые слова: давление, математическая модель, пористая среда, численная модель, метод прогонки, метод конечных разностей.

Цитирование: Равшанов Н., Неъматов А., Исмаилов Ш. Параллельный алгоритм решения задачи фильтрации нефти с учетом изменения проницаемости пласта // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 4(58). – С. 18-32.

1 Введение

Исследования процесса фильтрации нефти в пористых средах показали, что в результате интенсивной эксплуатации галлерей скважин в глубоких зонах уровень нефтеотдачи пластовых систем снижается. В то же время это должно быть реализовано в методах расчета, используемых при математическом моделировании этих процессов на основе таких уравнений. Для решения подобных задач необходимо создавать адекватные математические модели разработки нефтяных месторождений, эффективные алгоритмы расчета основных показателей и использовать при их применении высокопроизводительные вычислительные системы. Несомненно, такие эффективные алгоритмы расчета играют важную роль при исследовании процесса фильтрации нефти в пористых средах и его основных параметров. Традиционный метод моделирования фильтрации жидкости в вертикальных и горизонтальных скважинах предполагает учет проницаемости постоянного пласта в процессе их фильтрации. Однако по мере уменьшения объемов добычи порода-коллектор расширяется, что приводит к изменению проницаемости пласта. Результаты показывают, что при оптимальных значениях проводимости резкое снижение давления не приводит к увеличению производительности. Кроме того, анализируется несколько математических

моделей проницаемости, зависящих от давления, чтобы оценить, как пластовое давление влияет на соответствие проницаемости, и доступны корреляции для поиска оптимальных значений падения пластового давления во время добычи. [1]

Турецкий ученый Йылмаз одним из первых в своих научных исследованиях упомянул о связи между проницаемостью и пластовым давлением. В частности, в своем исследовании он ввел термин «совместимость по проницаемости», который рассматривает изменение проницаемости как функцию перепада давления в пласте, как показано в уравнении (1).

$$\gamma = \frac{1}{k} \left(\frac{\delta k}{\delta p_p} \right), \quad (1)$$

здесь, γ – совместимость проводимости; k – проницаемость породы, ψ^{-1} [2].

Известно, что при фильтрации однофазных жидкостей можно определить проницаемость пласта по текущим значениям давления в скважинах. Класс сплайн-функций используется для построения и решения обратной задачи по определению поля проницаемости в уравнениях фильтрации жидкости. В этом случае задача идентификации сводится к задаче минимизации функции невязки, которая имеет вид суммы квадратов разности значений давления, известных по измерениям в скважинах и полученных с помощью численного расчета. В модели функция невязки минимизируется с использованием метода Левенберга-Марквардта. [3]

Созданы расчетные алгоритмы для объяснения результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин на основе методов регулирования, которые позволяют оценивать анизотропию пласта, пластовое давление, учитывать зависимость проницаемости пласта от давления. В отличие от графических аналитических методов, этот подход не требует определения режимов течения. [4]

Во всех вышеперечисленных процессах строилось аналитическое решение решаемой задачи и проводились вычислительные эксперименты простым последовательным методом расчета. Следует отметить, что одним из основных аспектов этих подходов является более быстрое достижение результата за счет экономии времени, необходимого для расчета. С этой точки зрения хороший эффект даст применение к данному типу задач современных достижений информационных технологий, то есть методов и алгоритмов параллельных вычислений.

Процессы фильтрации в пористых средах нефтяных месторождений весьма сложны и в целом характеризуются следующими особенностями: процесс выражается дифференциальными уравнениями в частных производных и не может быть решен аналитически; коэффициенты дифференциального уравнения зависят от переменных времени и пространственных координат; неоднородность проводимости и емкости слоя; значение коэффициента пористости в слое имеет в отдельных зонах разные значения и т.д. Это, в свою очередь, приводит к сложности решения конкретной краевой задачи [8–10].

2 Математическая модель

Математическая модель процесса нестационарной фильтрации нефти в пористой среде с учетом этих особенностей базируется на следующих предположениях:

- ширина, длина и пористость рассматриваемого пласта нефти в L_x, L_y, m ;
- начальное пластовое давление P_H ;
- сумма дебета от нефтяных скважин Q ;
- движение нефти в пористой среде линейно и подчиняется линейному закону Дарси;

- свойства нефти не меняется со временем.

Процесс решения задач фильтрации жидкостей и газов в неоднородных пористых средах с переменным коэффициентом тесно связан с исследованиями средствами компьютерного моделирования и разработкой методов математического моделирования реальных объектов.

Неоднородность нефтяного пласта по коэффициенту проницаемости или его изменение в зависимости от давления пласта несколько усложняет процесс расчета и анализ результатов. Это, в свою очередь, требует замены существующей математической модели на адекватную и соответственно усовершенствованную.

Рассмотрим следующую квазилинейную математическую модель, в которой коэффициент проницаемости фильтрации нефти в пористой среде неоднороден и зависит от пластового давления. [11, 14, 17]

$$\beta\mu h \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial P}{\partial y} \right) - Q, \quad 0 < x < L_x; \quad 0 < y < L_y. \quad (2)$$

Здесь мы предполагаем, что коэффициент проницаемости зависит от переменных x, y и функции давления.

Многочисленные вычислительные эксперименты показывают, что коэффициенты пористости и проницаемости зависят от изменения пластового давления, а изменение давления приводит к значительным изменениям их значений. При этом коэффициент проницаемости сильно меняется по отношению к коэффициенту пористости [19].

Для коэффициента проницаемости при малых изменениях давления в пласте можно получить следующую линейную зависимость:

$$k = k_0 [1 - a_K (P_H - P)]. \quad (3)$$

При большом изменении давления можно получить следующую экспонентальную зависимость

$$k = k_0 e^{-a_K (P_H - P)}. \quad (4)$$

Здесь

a_k – коэффициент по механическим свойствам слоя можно получить между [0,001; 0,0025];

k_0 – начальный коэффициент проницаемости;

P – величина давления, подлежащая определению.

(2) математическая модель решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$P(x, y, t) = P_H(x, y), \quad t = 0, \quad (5)$$

$$\begin{cases} -\frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = \xi (P_A - P), & x = 0; & \frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = \xi (P_A - P), & x = L_x; \\ -\frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} = \xi (P_A - P), & y = 0; & \frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} = \xi (P_A - P), & y = L_y. \end{cases} \quad (6)$$

$$\int_{s_{i_q}} \frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial n} ds = -q_{i_q}, \quad (x, y) \in s_{i_q}, \quad i_q = \overline{1, N_q}, \quad (7)$$

$$Q = \sum_{i,j=1}^{N_q} \delta_{i,j} q_{i,j}.$$

Здесь P_A – давление на границе; μ – динамическая вязкость нефти; k – коэффициент проницаемости слоя; h – мощность слоя; β – коэффициент эластичности слоя, $\beta = m \cdot \beta_N + \beta_M$; β_N – коэффициент сжатия нефти; β_M – коэффициент сжимаемости среды; $q_{i_q} - i_q$ – й дебет скважины; ξ – параметр, который переводит задачу в размерное состояние; $s_{i_q} - i_q$ – контур скважины; N_q – количество скважин; m – коэффициент пористости; δ – Функция Дирака.

Для решения краевой задачи (2)-(7) методом конечных разностей введем следующие безразмерные переменные:

$$P^* = P/P_H; \quad x^* = x/L_x; \quad y^* = y/L_y;$$

$$k^* = k/k_0; \quad \tau = \frac{k_0 t}{\beta \mu L_x L_y}; \quad q^* = \frac{q \mu}{\pi k_0 P_0 h_0}; \quad \xi^* = \xi \frac{L}{k_x h_x}.$$

Здесь P_H – характеристическое значение давления;

k_0 – характеристическое значение, наибольшее значение проницаемости пласта;

L – характерная длина.

Для удобства мы оставляем символ «*» в уравнении. Тогда в безразмерных переменных задача (2)-(7) записывается следующим образом:

$$\begin{cases} h \frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial P}{\partial y} \right) - \sum_{i=1}^{n_q} q_i \delta(x - x_i, y - y_i) \\ k = k_0 [1 - a_K (P_H - P)], \quad k = k_0 e^{-a_K (P_H - P)}. \end{cases} \quad (8)$$

$$P(x, y, t) = P_H(x, y), \quad t = 0, \quad (9)$$

$$\begin{cases} -\frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = \xi (P_A - P), \quad x = 0; & \frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = \xi (P_A - P), \quad x = 1; \\ -\frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} = \xi (P_A - P), \quad y = 0; & \frac{kh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} = \xi (P_A - P), \quad y = 1. \end{cases} \quad (10)$$

Эта безразмерная краевая задача (8)-(10) решается методом конечных разностей с использованием поперечной непрозрачной схемы.

3 Построение дискретной модели

Для численного решения краевой задачи (8)-(10) построим следующую квадратную дискретную сеточную область:

$$\Omega_{xy\tau} = \left\{ (x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, \tau_l = l\Delta\tau); i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}, l = \overline{0, N_\tau}, \Delta\tau = \frac{1}{N_\tau} \right\}.$$

Здесь $\Omega_{xy\tau}$ – сетка дискретного поля; Δx – Шаг по Ox оси; Δy – Шаг по Oy оси; $\Delta\tau$ – шаг времени; l – временной слой; N – количество точек (нечетное число).

В этой области для построения конечно-разностной задачи используется алгоритмическая идея схемы неявных переменных направлений (схема продольно-поперечной) [10, 12]. В этом случае переход от l – го временного слоя к $l + 1$ – слою в процессе расчета осуществляется в два этапа по $0.5\Delta\tau$ шагов. В результате приведенное выше уравнение (8) приходит к последовательному решению двух систем конечно-разностных уравнений. Тогда эти уравнения можно записать в следующем

виде для внутренних узлов временного слоя $l + 0,5$ и $l + 1$ [5, 7, 12]

$$\begin{aligned}
& h_{i,j} \frac{P_{i,j}^{(l+1/2)} - P_{i,j}^{(l)}}{\Delta\tau/2} = \\
& = \frac{h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - (h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j}) P_{i,j}^{(l+1/2)} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j} P_{i+1,j}^{(l+1/2)}}{\Delta x^2} + \\
& + \frac{h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} P_{i,j-1}^{(l)} - (h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5}) P_{i,j}^{(l)} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5} P_{i,j+1}^{(l)}}{\Delta y^2} - \delta_{i,j} q_{i,j}, \\
& k_{i,j} = k_{0i,j} \left[1 - a_K \left(P_{i,j} - P_{i,j}^{(l)} \right) \right], \text{ или } k_{i,j} = k_{0i,j} e^{-a_K \left(P_{i,j} - P_{i,j}^{(l)} \right)}, \\
& h_{i,j} \frac{P_{i,j}^{(l+1)} - P_{i,j}^{(l+1/2)}}{\Delta\tau/2} = \\
& = \frac{h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - (h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j}) P_{i,j}^{(l+1/2)} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j} P_{i+1,j}^{(l+1/2)}}{\Delta x^2} + \\
& + \frac{h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} P_{i,j-1}^{(l+1)} - (h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5}) P_{i,j}^{(l+1)} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5} P_{i,j+1}^{(l+1)}}{\Delta y^2} - \delta_{i,j} q_{i,j}, \\
& k_{i,j} = k_{0i,j} \left[1 - a_K \left(P_{i,j} - P_{i,j}^{(l+0.5)} \right) \right], \text{ или } k_{i,j} = k_{0i,j} e^{-a_K \left(P_{i,j} - P_{i,j}^{(l+0.5)} \right)}.
\end{aligned}$$

Чтобы вычислить значение давления $P_{i,j}^{l+1/2}$ в каждой точке с достаточной точностью в слое $l + 1/2$ – времени, решим следующую систему трехточечных уравнений, используя приведенное выше граничное условие (9) [12–14, 23]:

$$\begin{cases} -g_{0j} (3 - 2\Delta x L\xi) P_{0,j}^{(l+1/2)} - 4P_{1,j}^{(l+1/2)} + P_{2,j}^{(l+1/2)} = -2\Delta x L\xi P_A, \\ a_i P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - b_i P_{i,j}^{(l+1/2)} + c_i P_{i+1,j}^{(l+1/2)} = -d_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, N-1, \\ g_{N,j} (3 - 2\Delta x L\xi) P_{N,j}^{(l+1/2)} - 4P_{N-1,j}^{(l+1/2)} + P_{N-2,j}^{(l+1/2)} = 2\Delta x L\xi P_A. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
a_i &= h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j}, \\
b_i &= h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j} + \frac{\Delta x^2}{\Delta\tau/2}, \quad c_i = h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j}, \\
d_i &= \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2} \left[h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} P_{i,j-1}^{(l)} - \right. \\
& \left. - (h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5}) P_{i,j}^{(l)} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5} P_{i,j+1}^{(l)} \right] + \\
& + \frac{\Delta x^2}{\Delta\tau/2} P_{i,j}^{(l)} - \Delta x^2 \delta_{i,j} q_{i,j}, \\
k_{i,j} &= k_{0i,j} \left[1 - a_K \left(P_{i,j}^{(0)} - P_{i,j}^{(l)} \right) \right], \\
k_{i,j} &= k_{0i,j} e^{-a_K \left(P_{i,j}^{(0)} - P_{i,j}^{(l)} \right)}, \\
k_{i-0.5,j} &= \frac{k_{i-1,j} + k_{i,j}}{2}, \quad k_{i+0.5,j} = \frac{k_{i,j} + k_{i+1,j}}{2}, \\
h_{i-0.5,j} &= \frac{h_{i-1,j} + h_{i,j}}{2}, \quad h_{i+0.5,j} = \frac{h_{i,j} + h_{i+1,j}}{2}, \quad g_{i,j} = \frac{k_{i,j} h_{i,j}}{\mu}.
\end{aligned}$$

Для организации параллельного вычисления в процессе расчета запишем систему уравнений (11) в два уравнения [15, 17–22].

$$\begin{cases} -g_{0j} (3 - 2\Delta x L\xi) P_{0,j}^{(l+1/2)} - 4P_{1,j}^{(l+1/2)} + P_{2,j}^{(l+1/2)} = -2\Delta x L\xi P_A, \\ a_i P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - b_i P_{i,j}^{(l+1/2)} + c_i P_{i+1,j}^{(l+1/2)} = -d_i \\ i = 1, 2, 3, \dots, N-1; \quad j = 1, 2, 3, \dots, \bar{N}. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} a_i P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - b_i P_{i,j}^{(l+1/2)} + c_i P_{i+1,j}^{(l+1/2)} = -d_i \\ g_{N,j} (3 - 2\Delta x L\xi) P_{N,j}^{(l+1/2)} - 4P_{N-1,j}^{(l+1/2)} + P_{N-2,j}^{(l+1/2)} = 2\Delta x L\xi P_A \\ i = 1, 2, \dots, N-1; \quad j = N-1, N-2, \dots, \bar{N}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь $\bar{N} = \frac{N+1}{2}$, то есть средняя точка.

Уравнение (12) решается снизу вверх до средней точки, а уравнение (13) сверху вниз до средней точки решается простым методом прогонки.

Аналогично, мы запишем второе уравнение системы как конечно-разностное уравнение (11) выше для временного слоя $l+1$.

$$\begin{cases} -g_{i,0} (3 - 2\Delta y L\xi) P_{i,0}^{(l+1)} - 4P_{i,1}^{(l+1)} + P_{i,2}^{(l+1)} = -2\Delta y L\xi P_A, \\ a_j P_{i,j-1}^{(l+1)} - b_j P_{i,j}^{(l+1)} + c_j P_{i,j+1}^{(l+1)} = -d_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N-1, \\ g_{i,N} (3 - 2\Delta y L\xi) P_{i,N}^{(l+1)} - 4P_{i,N-1}^{(l+1)} + P_{i,N-2}^{(l+1)} = 2\Delta y L\xi P_A. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь

$$a_j = h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5},$$

$$b_j = h_{i,j-0.5} k_{i,j-0.5} + h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5} + h_{i,j} \frac{\Delta y^2}{\Delta \tau / 2}, \quad c_j = h_{i,j+0.5} k_{i,j+0.5},$$

$$d_j = \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2} \left[h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} P_{i-1,j}^{(l+1/2)} - (h_{i-0.5,j} k_{i-0.5,j} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j}) P_{i,j}^{(l+1/2)} + h_{i+0.5,j} k_{i+0.5,j} P_{i+1,j}^{(l+1/2)} \right] + \frac{\Delta y^2}{\Delta \tau / 2} P_{i,j}^{(l+1/2)} - \Delta y^2 \delta_{i,j} q_{i,j},$$

$$k_{i,j} = k_{0,i,j} \left[1 - a_K \left(P_{i,j} - P_{i,j}^{(l+1)} \right) \right],$$

$$k_{i,j} = k_{0,i,j} e^{-a_K (P_{i,j} - P_{i,j}^{(l+1)})},$$

$$k_{i,j-0.5} = \frac{k_{i,j-1} + k_{i,j}}{2}, \quad k_{i,j+0.5} = \frac{k_{i,j} + k_{i,j+1}}{2},$$

$$h_{i,j-0.5} = \frac{h_{i,j-1} + h_{i,j}}{2},$$

$$k_{i,j+0.5} = \frac{h_{i,j} + h_{i,j+1}}{2}, \quad g_{i,j} = \frac{k_{i,j} h_{i,j}}{\mu}.$$

$P_{i,j}^l$ – значение давления в l -м временном слое; $P_{i,j}^{l+0.5}$ – значение давления во временном слое.

Для организации параллельного расчета в слое $(l+1)$ в процессе расчета, как указано выше, разделим систему уравнений (14) на два уравнения

$$\begin{cases} -g_{i,0} (3 - 2\Delta y L\xi) P_{i,0}^{(l+1)} - 4P_{i,1}^{(l+1)} + P_{i,2}^{(l+1)} = -2\Delta y L\xi P_A, \\ a_j P_{i,j-1}^{l+1} - b_j P_{i,j}^{l+1} + c_j P_{i,j+1}^{l+1} = -d_j, \\ j = 1, 2, 3, \dots, N-1; \quad i = 1, 2, 3, \dots, \bar{N}. \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} a_j P_{i,j-1}^{l+1} - b_j P_{i,j}^{l+1} + c_j P_{i,j+1}^{l+1} = -d_j \\ g_{i,N} (3 - 2\Delta y L \xi) P_{i,N}^{(l+1)} - 4P_{i,N-1}^{(l+1)} + P_{i,N-2}^{(l+1)} = 2\Delta y L \xi P_A \\ j = 1, 2, \dots, N-1; \quad i = N-1, N-2, \dots, \bar{N}. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $\bar{N} = \frac{N}{2}$.

Уравнение (15) решается по способу движения слева направо к средней точке, уравнения (16) справа налево к средней точке по методу прогонки.

Характерной особенностью системы уравнений (11) и (12) является то, что они имеют трехдиагональную матрицу. Такая ситуация позволяет использовать метод вождения на промежуточных $l+0,5$ и $l+1$ – шагах при поиске решения.

Таким образом, формируются и решаются системы конечно-разностных уравнений по схеме переменного направления и методу прогонки. В этом случае в первую очередь метод движения осуществляется на каждой линии участка сетки вдоль оси, а промежуточное решение задачи находится в слое $l+0,5$ – времени.

После этого система уравнений (10) решается аналогичным образом. Решение, полученное на этом временном слое $l+0,5$ служит отправной точкой для следующего $l+1$ – го временного слоя. Степень точности решения этой системы двух конечно-разностных уравнений составляет примерно $O(\Delta\tau + \Delta x^2 + \Delta y^2)$.

На рис. 1 представлена алгоритмическая схема параллельного вычисления продольно-поперечного метода прогонки для временных слоёв $l+0,5$ и $l+1$.

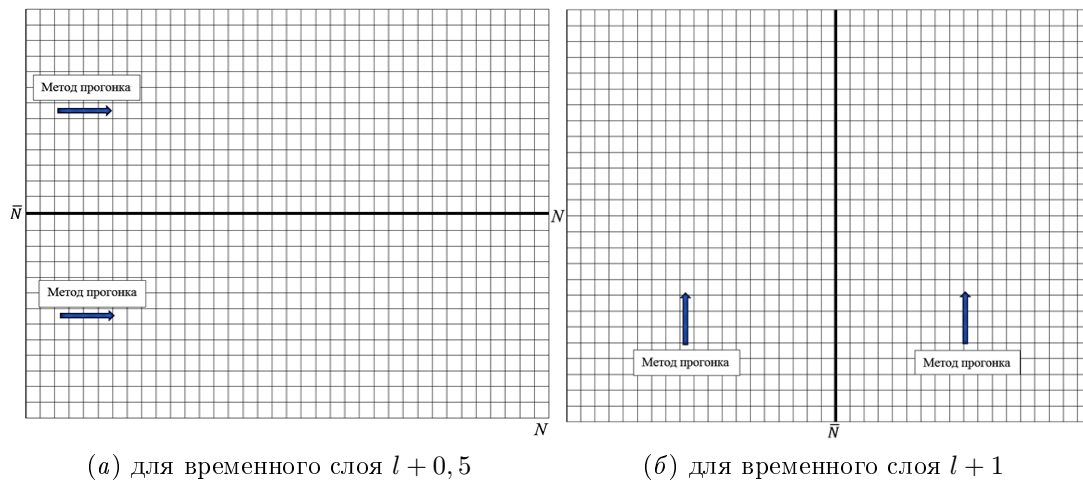


Рис. 1 Алгоритмическая схема параллельного параллельные вычисления

В этой схеме параллельных вычислений в каждом направлении переменная x_i движется назад вдоль переменной y_j ($j = 1, 2, \dots, \bar{N}$) и параллельна y_j ($j = N, N-1, \dots, \bar{N}$).

Символы, использованные в алгоритмической схеме, обозначают следующее:

N – количество точек в направлении переменных x и y ;

\bar{N} – является центральной точкой в направлении осей y и x $\bar{N} = \frac{N}{2}$.

Здесь также схема расчета (для временного слоя $1+1$) ведется по схеме продольно-поперечной. В этой схеме параллельных вычислений в каждом направлении переменная y_i перемещается назад вдоль переменной x_i ($i = 1, 2, \dots, \bar{N}$) и параллельна x_i ($i = N, N-1, \dots, \bar{N}$). Схема структурной схемы алгоритма параллельных вычислений на основе поперечной схемы представлена на рис. 2.

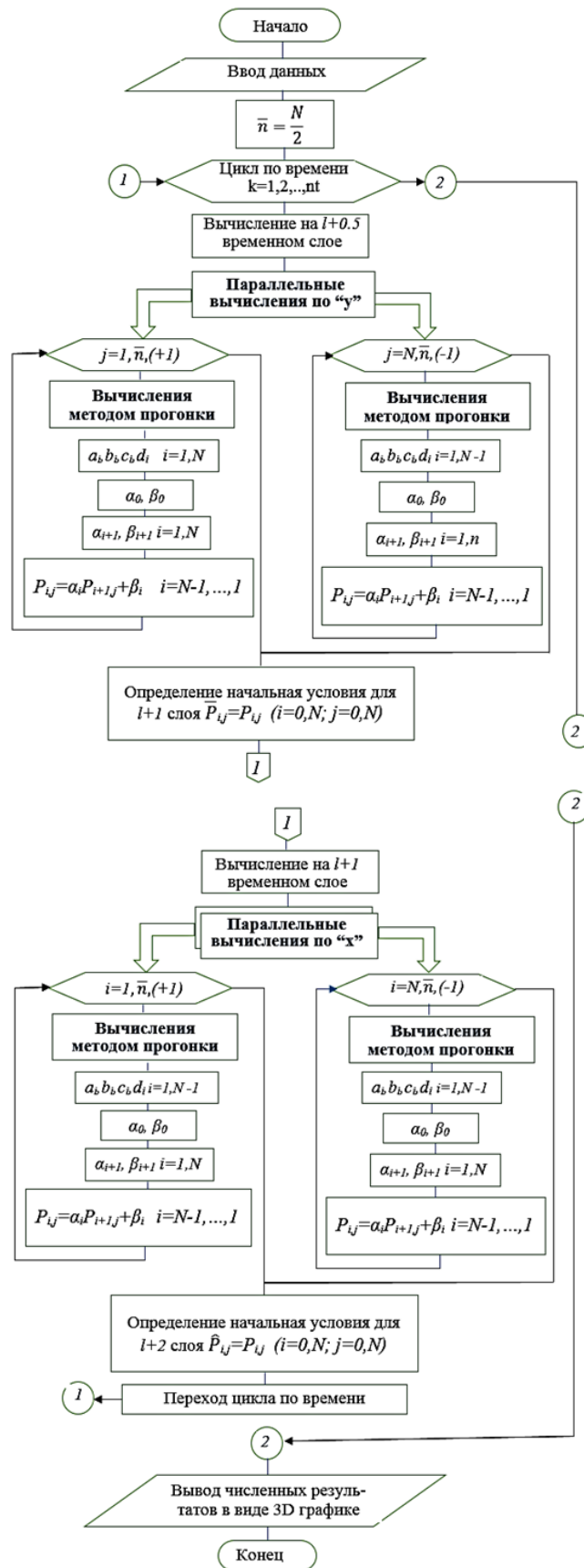


Рис. 2 Блок-схема эффективного алгоритма параллельных вычислений на основе схемы продольно-поперечной.

4 Вычислительные эксперименты

Время расчета основных показателей процесса фильтрации при эксплуатации нефтяных месторождений зависит от размера дискретной области фильтрации, то есть количества точек осей x и y в ней, и расчета времени. Если в каждом направлении на дискретном месторождении большее количество точек и время расчета, то есть необходимо рассчитать работу месторождения за несколько лет, то программа слишком объемна для полноценной работы. В этом случае сокращение процесса вычислений осуществляется главным образом за счет создания алгоритмов параллельных вычислений и соответствующих программных модулей и их эффективного использования. В алгоритме используются три основных цикла. Первый k – цикл означает изменение времени, второй i – i и третий j – циклы означают повторение в направлении точечных переменных x и y .

Поэтому были проведены вычислительные эксперименты по количеству точек координатных линий и общему времени расчета. В первом и втором расчетных экспериментах количество точек на координатных осях составляло (50,50), (100,100), (150,150) и (200,200), при количестве точек на координатных осях было проведено 1080, 1440. составил (100100).

Как видно из рисунков 3 и 4, алгоритм параллельных вычислений становится более эффективным, чем алгоритм последовательных вычислений, по мере увеличения размера области дискретной фильтрации. Аналогичное увеличение времени вычислений наблюдается и в эффективности. Как видно из таблиц и графиков на рисунках, при работе программы по параллельному алгоритму вычислений эффективность вычислений составляет более 45-50% в обоих вычислительных экспериментах и обеспечивает работу программы в полтора раза быстрее.

Таблица 1 Оценка эффективности расчета путем увеличения количества баллов в предположении фиксированного периода расчета (время 1080 дней)

Количество точек(N)	Время последовательного расчета (tkk миллисекунды)	Время параллельных вычислений (tpp миллисекунды)	Эффективность расчета (tkk/tpp)
50	173	123	1,41
100	655,12	431	1,52
150	1524,67	947	1,61
200	2763,75	1675	1,65

Таблица 2 Оценка эффективности расчета путем увеличения периода расчета при неизменном количестве точек ($N = 100$)

Время (день)	Время последовательного счета миллисекунды	Время параллельных вычислений миллисекунды	Разница во времени расчета (Δt миллисекунды)	Вычислительная эффективность
360	226	160	66	1,41
720	441	307	134	1,44
1080	657	440	217	1,49
1440	873	573	300	1,52

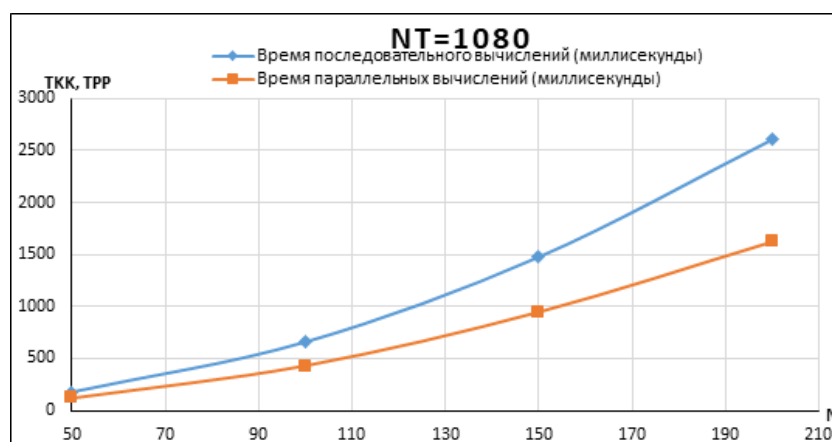


Рис. 3 Результаты производительности за 1080 дней по количеству точек координат

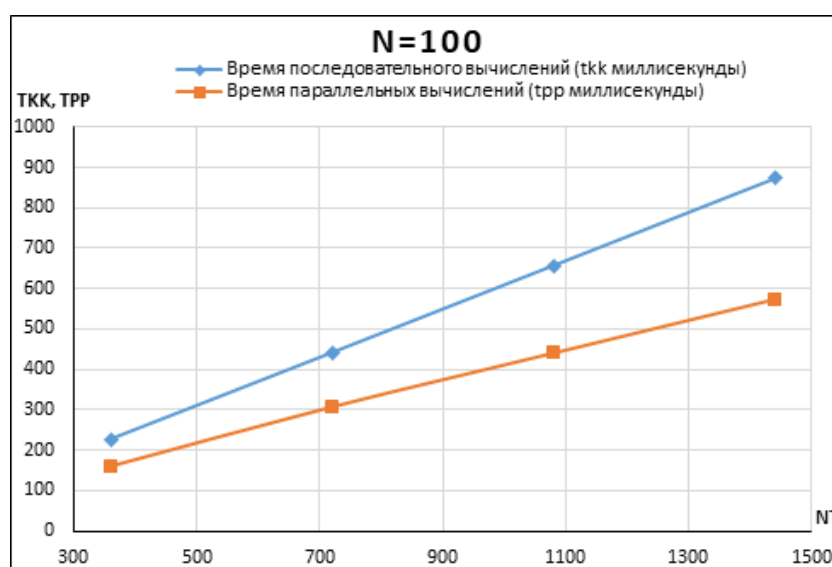


Рис. 4 Результаты расчета времени, когда количество точек равно $N = 100$.

Итак, из вычислительных экспериментов можно сказать, что эффективность программы возрастает до определенного предела с увеличением времени разработки нефтяного месторождения и количества точек на координатных линиях дискретного месторождения. Замечено, что эффективность процесса расчета одинакова и увеличивается при больших значениях времени и точек. Этот процесс можно наблюдать на рисунках 3 и 4.

Проведены вычислительные эксперименты по определению коэффициента проницаемости для различных неоднородных участков области фильтрации и для случаев, когда коэффициент проницаемости изменяется в зависимости от давления.

Проведены вычислительные эксперименты по определению коэффициента проницаемости для различных участков пятнистой неоднородности в области фильтрации и для случаев, когда коэффициент проницаемости изменяется в зависимости от давления. Процесс изменения коэффициента проницаемости в зависимости от давления основан на многих экспериментах и его изменение представлено формулами (3) и (4). На основе этих формул были проведены расчетные эксперименты по распределению давления в фильтрационных слоях.

Расчетные эксперименты проводились для случаев, когда одна и три скважины расположены симметрично в центре площади фильтрации, с начальным коэффициентом проницаемости $k_0 = 0,2$, $k_0 = 0,3$, $k_0 = 0,4$ и $k_0 = 0,5$. Эти вычислительные эксперименты представлены на рисунках 6-11. 1-й график, представленный на рисунках, — это графики, полученные по формуле (4), при неизменном коэффициенте проницаемости, а 2-й график.

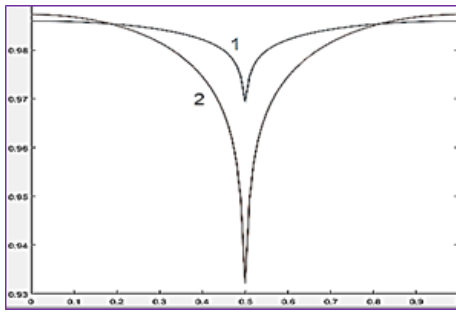


Рис. 5 График поперечного сечения ($k_0 = 0,2$)

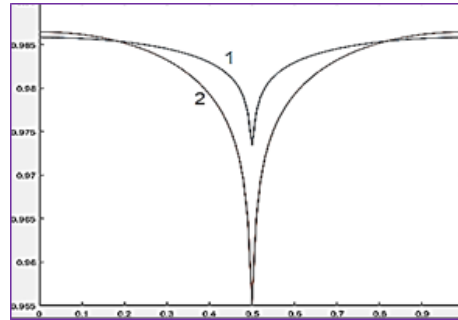


Рис. 6 График поперечного сечения ($k_0 = 0,3$)

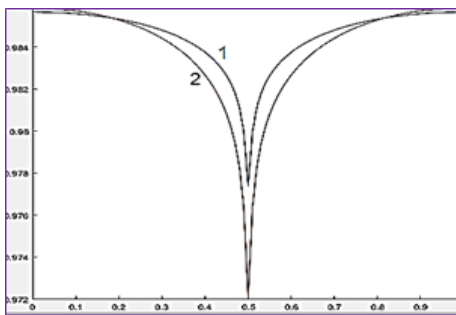


Рис. 7 График поперечного сечения ($k_0 = 0,4$)

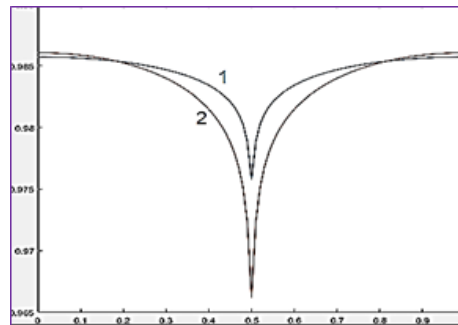


Рис. 8 График поперечного сечения ($k_0 = 0,5$)

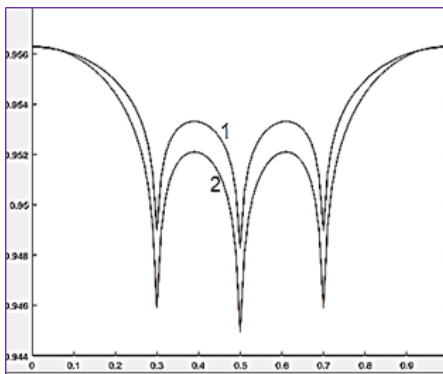


Рис. 9 График поперечного сечения ($k_0 = 0,4$)

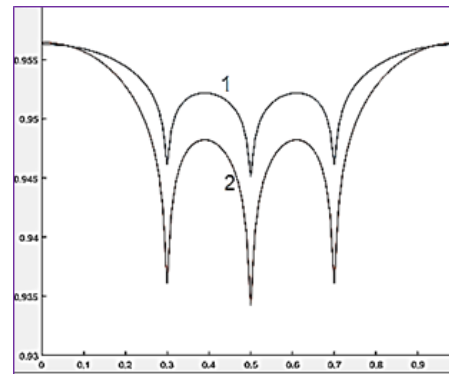


Рис. 10 График поперечного сечения ($k_0 = 0,5$)

Как видно из этих графиков, видно, что по мере увеличения начального давления они сходятся. Это показывает, что рассчитывать коэффициент проницаемости по формуле (4) целесообразно для участков фильтрации с большим коэффициентом проницаемости.

На всех приведенных рисунках результаты расчетов эксплуатации нефтяного месторождения за 1080 дней. Начальные значения параметров, участвующих в расчетных экспериментах, представлены в таблице 3.

Таблица 3 Исходные данные при расчете и их значения

Вводной данные	Переменные	Числовые значения и размеры	Идентификатор знак
Начальное давление фильтрационного слоя	P	300 атм.	PH
Вязкость нефти	μ	2-4 СПуаз	Mu
Проницаемость слоев	k	0.05- 0.7 Дарци	K
Коэффициент эластичности	β	$10 * 10^{-5}$ см ² /кгс	Mb
дебит скважин	Q	50000 м ³ / день т	Qd
Характерная длина площади фильтрации	L	10000 метр	L
Общее время расчета	T	1080 день	Tu
Время шага расчета	DT	24 день	Dt

Также были проведены вычислительные эксперименты для различных значений совместного изменения коэффициентов проницаемости и вязкости. Результаты этих вычислительных экспериментов представлены на рисунках 11 и 12.

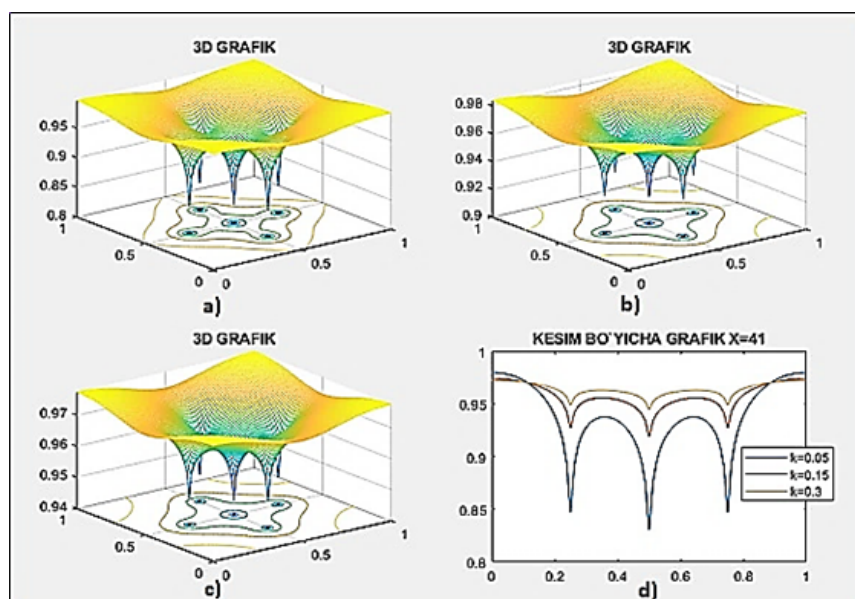


Рис. 11 3D график распределения давления в пласте при разработке нефтяного месторождения и графики изменения давления в разрезе ($mu = 3$ СПз; $q = 50000$ м³/сут) а) $k = 0,05$ Дарси. б) $k = 0,15$ Дарси. в) $k = 0,3$ Дарси. г) график на участке $x = 0,5$

На рисунке 11 результаты для трех значений коэффициентов проницаемости $k = 0,05$ Дарси, $k = 0,15$ Дарси и $k = 0,3$ Дарси представлены в виде графиков. Эти результаты также подтверждают высказанное мнение, то есть показывают, что при малых значениях коэффициентов проницаемости распределение давления в пласте происходит медленно, а при больших значениях - быстро. В скважинах падение давления происходит медленно при небольших значениях. Благодаря этому распределение давления в пласте происходит медленно. Аналогичный расчетный эксперимент был проведен для различных значений коэффициентов вязкости ($Mu = 2$, $Mu = 3Mu = 4$) и изучено его влияние на изменение давления в пласте.

Эти расчетные эксперименты приведены на рисунке 12, и по изменениям на нем можно сделать вывод, что при малых значениях коэффициентов вязкости распределение давления в слое происходит быстрее, а при больших значениях - медленно. В скважинах скорость падения давления высокая при небольших значениях.

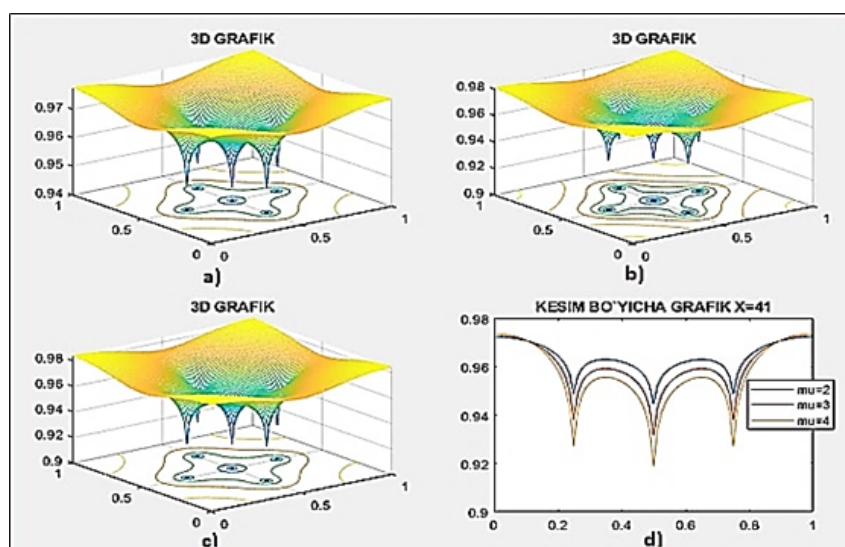


Рис. 12 3D график распределения давления в пласте при разработке нефтяного месторождения и графики изменения давления в разрезе ($mu = 3$ СПз; $q = 50000 \text{ м}^3/\text{сут}$) а) $mu = 2$ СПз б) $mu = 3$ СПз в) $mu = 4$ СПз г) график сечения $x = 0,5$

5 Заключение

Компьютерное моделирование и расчетные эксперименты позволили определить основные показатели разработки нефтяных месторождений. При этом изучалось влияние вязкости нефти и проницаемости пласта на распределение давления в пласте. Исследования показывают, что при большом значении проницаемости пласта распределение давления происходит быстрее, а при высоком значении вязкости нефти видно, что распределение происходит медленно.

Литература

- [1] *Nguyen T.C. et al.* Pressure dependent permeability: Unconventional approach on well performance // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2020. – Vol 193. – doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107358>. (дата обращения: 19.04.2024).
- [2] *Yilmaz O. et al.* Pore pressure profiles in fractured and compliant rocks. // Geophysical Prospecting. – 1994. – Vol 42, – Issue 6. – P. 693–714. – doi: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1994.tb00236.x> (дата обращения: 19.04.2024).

- [3] *А.В. Елесин, А.Ш. Кадырова, А.И. Никифоров* Определение поля проницаемости пласта по замерам давления на скважинах с использованием сплайн-функции // Георесурсы. – 2018. – Vol. 20, – №2. – Р. 99–104.
- [4] *Морозов П.Е. и др.* Оценка фильтрационных параметров пласта по данным нестационарных исследований горизонтальных скважин. // Прикл. мех. техн. физ., – 2005. Том 46. Выпуск 2, – С. 109–114.
- [5] *Абуталиев Ф.Б. и др.* Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. // Ташкент: Фан, – 1976. – 160 с.
- [6] *Бельман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. // М.: Мир, – 1968. – 184 с.
- [7] *Закиров С.Н., Лапук Б.Б.* Проектирование и разработка газовых месторождений. // М.: Наука, – 1974. – 376 с.
- [8] *Неъматов А. Назирова Э.Ш.* Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде // Международный академический вестник. – 2016. – № 1(13). – С. 52–56.
- [9] *Неъматов А., Назирова Э.Ш.* Разработка вычислительного алгоритма и программного обеспечения исследований основных показателей нефтяных месторождений на компьютере // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, – 2015. – № 2. – С. 12–18.
- [10] *Nazirova E.Sh., Ne'matov A., Mahmudova M.M.* "Algorithm for numerical solution of a boundary value problem in a three-dimensional parabolic equation" XII International Scientific and Practical Conference Science and Practice: Implementation to modern society // Great Britain. – 2022. – Р. 488–495.
- [11] *Равшанов Н., Назирова Э.Ш.* Численное решение двумерных задач фильтрации нефти в двухпластовых пористых средах // Современные технологии в нефтегазовом деле – 2018: Материалы Международной научно-технической конференции. – Уфа: Изд-во УГНТУ, – 2018. – Том 1. – С. 152–155.
- [12] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. // М.: Наука, – 1977. – 656 с.
- [13] *Nazirova E.Sh. et al.* Visualization of the Results of Computing Experiments for Monitoring and Analysis of Filtration Processes in A Non-General Layer of Oil Fields // ICISCT – 2021. – doi: 10.1109/ICISCT52966.2021.9670239.
- [14] *Nematov A. et al.* Parallel Computational Algorithms for Solving Boundary Value Problems for Two-Dimensional Equations of Parabolic Type // ICISCT. – 2021. – doi: 10.1109/ICISCT52966.2021.9670272.
- [15] *Nematov A.A., Nazirova E.Sh., Sadikov R.T., Nabiyeu I. Nazirova E., Nematov A., Sadikov R., Nabiyeu I.* One-Dimensional Mathematical Model and a Numerical Solution Accounting Sedimentation of Clay Particles in Process of Oil Filtering in Porous Medium // IHCI – 2020. – Vol. 12615. doi: 10.1007/978-3-030-68449-5_35.
- [16] *Равшанов Н., Неъматов А., Исмаилов Ш.* Эффективный численный алгоритм решения задач фильтрации нефти в пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики – № 5(43) – 2022. – С. 16–29.
- [17] *Назарова И.А.* Параллельные полностью неявные методы численного решения жестких задач для СОДУ // Искусственный интеллект Донецк, – 2005. – С. 185–193.
- [18] *Логанова Л.В.* Параллельный алгоритм метода циклических встречных прогонок для двумерной области. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва. – 2008. – №2. – Р. 167–174.
- [19] *Каратаев Ю.П., Геров Л.Г., Закиров С.Н., Шербаков Г.Р.* Фильтрация газов в трещиноватых коллекторах. // Изд. Недра. М. – 1979. – 656 с.

- [20] *Ravshanov N, Mamatov N, Kurbonov N., Akhmedov D.* Parallel computing algorithm for solving the problem of mass transfer in porous medium // Journal «European Applied Sciences» - Stuttgart, Deutschland, – 2013. – № 3. – С. 40–42.
- [21] *Kurbonov N.M., Ibragimova K.A.* Parallel computational algorithm for solving gas filtration problems in porous media // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. – 2019. – Vol. 6, – Issue 12. – P. 12129–12134.
- [22] *Курбонов Н.М., Ибрагимова К.А.* Трехмерная модель и эффективный алгоритм параллельного вычисления задачи фильтрации газа в пористых средах // Информационные технологии моделирования и управления. – Воронеж, – 2021. – № 2(124). – С. 96–106.
- [23] *Равшанов Н., Курбонов Н.* Моделирование процесса фильтрации трехфазной смеси «нефть-газ-вода» в пористых средах // Технология материалов. Москва : Изд-во ИН-ГН, – 2013. – №.3(4) – С. 3–13.

Поступила в редакцию 26.07.2024

UDC 519.6:665+004.94

PARALLEL ALGORITHM FOR SOLVING THE OIL FILTRATION PROBLEM CONSIDERING CHANGES IN RESERVOIR PERMEABILITY

^{1*}*Ravshanov N.*, ²*Nematov A.*, ²*Ismailov Sh.*

*ravshanzade-09@mail.ru

¹Research Institute for the Development of Digital Technologies and artificial intelligence, 100124, 17A, Buz-2, Mirzo-Ulugbek district, Tashkent, Uzbekistan;

²Tashkent University of Information Technologies, 100200, 108, Amir Temur str., Tashkent, Uzbekistan.

This article presents a numerical model and calculation algorithm for solving the problem of two-dimensional oil filtration in a porous medium, in which the change in permeability value when changing reservoir pressure in the process of two-dimensional oil filtration represents oil in a porous medium, analyzed using numerical, 2D and 3D graphics. In the process under consideration, the dependence of conductivity on pressure was determined using two different calculation formulas for small and large changes in pressure in the layer, and the equation was solved by the Drive method based on a scheme for changing directions. At the same time, a parallel calculation algorithm has been developed for the case when the calculation is carried out towards each other in two identical directions x , a comparative analysis of the time spent on sequential and parallel calculations is presented, and a general conclusion about the process is made.

Keywords: pressure, mathematical model, porous medium, numerical model, sweep method, finite difference method.

Citation: Ravshanov N., Nematov A., Ismailov Sh. 2024. Parallel algorithm for solving the oil filtration problem considering changes in reservoir permeability. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 4(58): 18-32.

HISOBLASH VA AMALIY
МАТЕМАТИКА
MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 4(58) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 30.08.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №4. Тираж 100 экз.

Содержание

<i>Абдурахимов Б.Ф., Джусураева Н.Т.</i> Численное моделирование сингулярно возмущенного уравнения четвертого порядка методом предварительного интегрирования	8
<i>Равшанов Н., Неъматов А., Исмаилов Ш.</i> Параллельный алгоритм решения задачи фильтрации нефти с учетом изменения проницаемости пласта	18
<i>Эшмаматова Д.Б., Юсупов Ф.А.</i> Дискретная модель SWMB исследования передачи компьютерных вирусов	33
<i>Равшанов Н., Набиева И.</i> Вычислительные эксперименты по оценке и прогнозированию распространения промышленных выбросов в атмосферном бассейне Ташкентской области	48
<i>Узаков З.У., Бегулов О.У.</i> Применение объектно-ориентированного подхода в задаче трехфазной фильтрации	69
<i>Равшанов Н., Туракулов Ж.</i> Численное исследование процесса фильтрования малоцентрированных растворов через пористую среду	84
<i>Фазылов Ш.Х., Мирзаев Н.М., Раджабов С.С., Раббимов И.М.</i> Интенциональный метод распознавания объектов, описанных в признаковом пространстве большой размерности	98
<i>Игнатъев Н.А., Турсунмуротов Д.Х.</i> Об эффективности метрических алгоритмов распознавания на базе k ближайших соседей	117
<i>Хакимов М.Х., Бекова В.Г.</i> Морфологический анализ существительных в машинном переводе с английского на узбекский язык	126
<i>Шарипов Д.К., Саидов А.Д.</i> Использование различных алгоритмов машинного обучения для прогнозирования смертности после острого инфаркта миокарда с использованием медицинских данных GUSTO-1	135
<i>Ёркуллов Б.А., Сулюкочова Л.Ф.</i> Модели оценки качества образовательной информационной системы на основе нечетких когнитивных карт	148