УДК 004.94:519.637+536.24

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ПОДЪЁМА ВОДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОЛНЕЧНЫХ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ

Эшкулов М.У., Хамдамов Р.Х.

*m.eshkulov@alumni.nsu.ru

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, г. Ташкент, м-в Буз-2, 17А

Во многих растущих городах рост стоимости электроэнергии сделал перекачку воды дорогостоящей задачей, особенно для жителей многоэтажных домов. В этом исследовании рассматривается возможность использования солнечной фотоэлектрической насосной системы (СФНС) в качестве альтернативы многочисленным небольшим насосам, подключённым к сети, которые в настоящее время используются в квартирах. Мы построили нелинейную математическую модель, которая учитывает реальные условия в Джизаке (Узбекистан), такие как количество солнечной радиации, среднесуточная потребность в воде на домохозяйство и местные тарифы на электроэнергию. Чтобы учесть тот факт, что проектирование системы включает в себя несколько противоречивых целей — снижение энергопотребления, снижение затрат на установку и ограничение площади на крыше, — мы применили генетический алгоритм недоминирующей сортировки NSGA-II. Модель была реализована и протестирована на языке Python с использованием библиотеки DEAP, а затем проверена на реальных данных. Результаты показывают, что предлагаемая СФНС может значительно снизить как потребление энергии, так и ежегодные расходы по сравнению с традиционным методом, управляемым сетью. Полученные данные свидетельствуют о том, что этот подход может служить практическим инструментом для инженеров, планировщиков и управленцев, стремящихся продвигать возобновляемые источники энергии в системах водоснабжения жилых домов, особенно в регионах с высоким солнечным потенциалом и ограниченными ресурсами, таких как Центральная Азия.

Ключевые слова: солнечные насосные системы, многокритериальная оптимизация, алгоритм NSGA-II, Python DEAP, энергоэффективное водоснабжение, крышные фотоэлектрические системы

Цитирование: *Эшкулов М.У., Хамдамов Р.Х.* Многокритериальная оптимизация системы подъёма воды с использованием солнечных фотоэлектрических панелей // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2026. – № 5(76). – С. 22-32.

DOI: 10.71310/pcam.5_76.2026.02

1 Введение

Быстрые темпы урбанизации в сочетании с существенным ростом тарифов на электроэнергию оказывают значительное давление на традиционные системы водоснабжения многоквартирных домов. Особенно ярко эта проблема проявляется в развивающихся регионах, включая Центральную Азию. Так, например, в городе Джизак (Узбекистан), где большинство домохозяйств используют небольшие насосы, подключаемые к централизованной электрической сети и устанавливаемые отдельно в

каждой квартире, в последние годы были зафиксированы первые локальные испытания моделей водоподъёма, основанных на фотоэлектрических установках [1]. Одновременно региональные исследования демонстрируют высокий потенциал возобновляемых источников энергии в странах Центральной Азии [2, 3, 5]. В сельских районах Узбекистана также проводились оценки эффективности гибридных солнечно-дизельных решений [4]. Ситуация усугубляется тем, что увеличение потребления электроэнергии приводит домохозяйства к переходу в более высокие тарифные категории.

Параллельно глобальный переход к экологически чистым источникам энергии и постепенный отказ от обширных централизованных сетей стимулировали активное развитие солнечных технологий для городских условий [6]. Среди подобных решений наибольшее внимание в последние годы привлекают СФНС, поскольку они обеспечивают возможность снижения зависимости от электроэнергии, вырабатываемой на основе ископаемого топлива, и тем самым способствуют уменьшению эксплуатационных затрат в долгосрочной перспективе. Тем не менее внедрение СФНС в многоэтажные жилые комплексы сопряжено с рядом трудностей [6]. На этапе проектирования необходимо учитывать такие факторы, как ограниченность и неравномерность доступной площади на крышах зданий, изменчивость потребления воды, а также сезонные колебания интенсивности солнечной радиации.

Для преодоления указанных ограничений в рамках предлагаемого исследования разрабатывается интегрированная модель оптимизации, предназначенная для планирования внедрения СФНС в многоэтажных городских зданиях. Концепция основывается на многоцелевом анализе, учитывающем энергетические потребности, экономические параметры системы и доступную площадь для размещения фотоэлектрических модулей. Для поиска Парето-оптимальных решений применяется усовершенствованный алгоритм недоминирующей сортировки второго поколения (NSGA-II), адаптированный к реальным экономическим и экологическим ограничениям. Эффективность модели подтверждается на примере исследования, выполненного для города Джизак, где использовались фактические данные о профиле потребления, размерах доступной площади на крышах зданий, уровне солнечной радиации, а также национальных тарифах на электроэнергию.

В рамках данного исследования разрабатывается интегрированная математическая модель, направленная на оптимизацию функционирования солнечных насосных систем водоснабжения для жилого сектора Джизакской области Республики Узбекистан. Регион располагает значительным потенциалом в области солнечной энергетики: уровень годовой солнечной инсоляции здесь варьируется в пределах от 1600 до 1800 кВт·ч/м^2 [3, 4]. Для построения модели использованы эмпирические данные по трём категориям многоэтажных жилых зданий — малоэтажных, среднеэтажных и высотных, — которые характеризуются различными структурами водопотребления. Предложенный подход позволяет определить пространственные и финансовые затраты на городском уровне при внедрении солнечных водоподъёмных систем, а также оценить их энергетическую эффективность. Многоцелевой процесс оптимизации реализован с применением алгоритма NSGA-II, учитывающего три критерия: сбалансированное суточное энергопотребление, стоимость установки системы и доступную площадь кровли для размещения фотоэлектрических модулей.

Разработанная модель ориентирована на использование в деятельности специалистов — от проектировщиков и инженеров до градостроителей и управленцев, —

обеспечивая возможности для устойчивого управления системами водоснабжения на основе «зелёной» инфраструктуры.

2 Методология

2.1 Традиционный метод

Во многих многоквартирных домах Узбекистана отсутствуют централизованные насосные станции. Вместо этого каждое домохозяйство устанавливает индивидуальный небольшой насос для подъёма воды. На первый взгляд такое решение кажется удобным, однако на практике оно приводит к росту энергопотребления, увеличению эксплуатационных расходов и более частым техническим отказам оборудования.

Результаты обследования четырёхэтажного жилого дома в городе Джизак, включающего 48 квартир, из которых 43 находятся в постоянной эксплуатации, показали использование трёх различных типов насосных агрегатов мощностью порядка 250–300 Вт каждый. При среднем суточном потреблении воды около 800 л на одну квартиру данные насосы функционируют приблизительно 20 минут в день, что соответствует коэффициенту использования около 1,38 %. В годовом выражении энергопотребление составляет порядка 36–41 кВт·ч на одну квартиру.

В совокупности расходы здания на оплату электроэнергии достигают примерно 0,7 млн сумов в год. Существенные трудности связаны с необходимостью приобретения и эксплуатации 43 отдельных насосных агрегатов. Совокупные первоначальные капитальные вложения оцениваются на уровне около 28,8 млн сумов, при этом ежегодные затраты на их замену составляют порядка 7,2 млн сумов, а расходы на техническое обслуживание достигают примерно 2,9 млн сумов. С учётом скрытых эксплуатационных издержек общая стоимость функционирования данной традиционной схемы водоснабжения приближается к 12 млн сумов в год. Сводные характеристики исследуемого объекта приведены в табл. 1.

Таблица 1 Характеристики обследованного жилого дома (базовый вариант, 43 насоса)

№	Показатель	Значение
1	Обслуживаемые квартиры	43
2	Среднесуточная потребность в воде	800 л на квартиру
3	Номинальная мощность насоса	250–300 Вт
4	Годовое потребление энергии (всего)	$\approx$ 1685 кВт·ч
5	Годовая стоимость электроэнергии	$\approx$ 0,7 млн сумов
6	Годовая амортизация	$\approx$ 7,2 млн сумов
7	Ежегодное техническое обслуживание	$\approx$ 2,9 млн сумов
8	Скрытые и непредвиденные убытки	$\approx$ 1,0 млн сумов
9	Общая годовая стоимость	$\approx$ 12 млн сумов

2.2 Обзор методологии

В данном исследовании для проектирования солнечных фотоэлектрических насосных систем (СФНС) в многоэтажных жилых зданиях применяется методика многоцелевой оптимизации. Среди эволюционных алгоритмов, используемых в задачах проектирования СФНС, наибольшее распространение получил алгоритм NSGA-II, поскольку он позволяет формировать широкий спектр Парето-оптимальных решений и эффективно справляться со сложными многокритериальными задачами. В

настоящей работе используется алгоритм NSGA-II, что согласуется с результатами предыдущих исследований в области фотоэлектрических насосных систем.

Оптимизационные расчёты были реализованы в среде Python с использованием библиотеки DEAP. Проектирование инвертора и реализация преобразования переменного и постоянного тока выполнялись в соответствии со стандартными принципами силовой электроники.

Для проведения экспериментальной и расчётной оценки были выбраны три жилых здания в городе Джизак (Узбекистан), различающиеся по этажности и структуре водопотребления:

– четырёхэтажный жилой дом (ул. 17/5, МФЙ «Кассоблик»);
– девятиэтажный жилой дом (ул. Ш. Рашидова, д. 3, МФЙ «Заргарлик»);
– новый шестнадцатиэтажный жилой дом (ул. Сарбон, д. 34, МФЙ «Олмазор»).

Их основные параметры и характеристики представлены в табл. 2.

В разработанной оптимизационной модели в качестве граничных условий используются локальные исходные данные, включая тарифы на водоснабжение, дифференцированные уровни цен на электроэнергию, а также среднегодовые показатели солнечной инсоляции региона.

Необходимая энергия для подъёма заданного суточного объёма воды Q (м^3/сут) на высоту H (м) с использованием насоса с коэффициентом полезного действия η определяется по формуле:

$$E = \frac{\rho\, g\, Q\, H}{\eta \cdot 3{,}6 \cdot 10^6}, \tag{1}$$

где $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, $g = 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения, $\eta = 0{,}42$ — общий коэффициент полезного действия насоса, E — суточная потребность в энергии, кВт·ч.

Необходимая площадь фотоэлектрических панелей A (м^2) для удовлетворения данной потребности в энергии определяется следующим образом:

$$A = \frac{E}{\eta_{\text{pv}} \cdot G}, \tag{2}$$

где $\eta_{\text{pv}} = 0{,}18$ — коэффициент полезного действия фотоэлектрического модуля, $G = 4{,}5$ кВт·ч/(м^2·сут) — средняя суточная солнечная инсоляция для города Джизак.

Общая стоимость системы C_{total} рассчитывается следующим образом:

$$C_{\text{total}} = A \cdot C_p + C_n, \tag{3}$$

где $C_p = 1\,500\,000$ сум/м^2 — удельная стоимость фотоэлектрических панелей, $C_n = 45\,000\,000$ сум — стоимость насосной системы и её установки.

В жилых зданиях, расположенных по адресам Кассоблик 17/5 и Заргарлик 3, нет централизованных насосных станций, что приводит к повышенным потерям электроэнергии. В здании Олмазор 34 применяется централизованная насосная система с частотными приводами, обеспечивающая более стабильный режим работы и снижение энергетических потерь.

2.3 Стратегия оптимизации: NSGA-II

Для решения поставленной задачи был применён алгоритм генетической многоцелевой оптимизации с недоминирующей сортировкой второго поколения (NSGA-II). Данный подход широко используется в инженерных исследованиях, поскольку позволяет формировать целый спектр Парето-оптимальных решений, а не ограничиваться

Таблица 2 Жилые здания в г. Джизак, использованные для анализа оптимизации

№	Здание	Этажи	Квартиры	Насосы	Суточная потребность, м^3
1	Кассоблик 17/5	4	48	RUDIN 250 Вт (поквартирные)	19,2
2	Заргарлик 3	9	54	RUDIN 250 Вт (поквартирные)	23
3	Олмазор 34	16	96	4,4 кВт (центральный) + 2,0–2,2 кВт (частотный привод)	38

единственным вариантом [8–10]. Это предоставляет проектировщикам возможность выбирать различные схемы в зависимости от приоритетов — например, минимизации стоимости либо сокращения энергопотребления.

Алгоритм был реализован в среде Python с использованием библиотеки DEAP [11, 12]. В рассматриваемом случае постановка задачи включала три целевых критерия, что позволило сформулировать оптимизационную модель для исследования множества допустимых решений вдоль фронта Парето.

Целевые функции оптимизации были заданы следующим образом:

$$\min F_1(x) = E, \qquad \min F_2(x) = C_{\text{total}}, \qquad \min F_3(x) = A, \tag{4}$$

где E — суточная потребность системы в энергии, C_{total} — общая стоимость системы, A — требуемая площадь фотоэлектрических модулей.

Переменные принятия решения были заданы в виде следующих ограничений:

$$Q \in [20;\ 100]\ \text{м}^3/\text{сут}, \qquad H \in [10;\ 60]\ \text{м}, \tag{5}$$

где Q — суточный объём поднимаемой воды, а H — напор системы.

Валидация разработанной модели проводилась путём сопоставления результатов оптимизации с фактическими эксплуатационными условиями выбранных жилых зданий. Для этого были рассчитаны показатели энергопотребления и совокупные затраты существующих индивидуальных насосных систем, принятых в качестве базового сценария, после чего полученные значения сравнивались с результатами, соответствующими оптимизированной конфигурации солнечной фотоэлектрической насосной системы (СФНС).

Такой подход позволяет оценить практическую применимость предложенных решений в условиях реальной городской застройки, а не ограничиваться исключительно их теоретической эффективностью. Сравнительный анализ базового и оптимизированного сценариев обеспечивает объективную оценку потенциала снижения энергопотребления и эксплуатационных затрат.

На этапе предварительных вычислительных экспериментов были оптимизированы ключевые параметры эволюционного алгоритма NSGA-II, включая численность популяции, вероятность мутации и вероятность кроссовера. Подбор указанных параметров позволил обеспечить сходимость алгоритма в пределах 50 поколений и достичь сбалансированного соотношения между вычислительными затратами, качеством найденных решений, а также их разнообразием и устойчивостью.

Для визуализации и анализа результатов оптимизации использовалась библиотека Matplotlib. Оценка компромиссов между энергетической эффективностью и эко-

номическими показателями системы осуществлялась на основе анализа фронтов Парето, что позволило наглядно представить область допустимых и предпочтительных проектных решений.

3 Результаты и обсуждение

В результате применения алгоритма NSGA-II был получен чётко выраженный фронт Парето, отражающий взаимосвязь и компромисс между суточным энергопотреблением системы и капитальными затратами на её установку. Наличие сформированного и устойчивого фронта Парето свидетельствует о корректной постановке задачи и эффективности выбранной стратегии многоцелевой оптимизации.

Полученные результаты находятся в хорошем согласии с ранее опубликованными исследованиями, посвящёнными применению алгоритма NSGA-II для оптимизации фотоэлектрических насосных установок. Анализ фронта Парето показывает, что множество допустимых проектных решений охватывает широкий диапазон конфигураций, отличающихся как уровнем энергопотребления, так и величиной капитальных затрат.

В частности, для отдельных домохозяйств может оказаться предпочтительным решение с более низкими первоначальными инвестициями, даже если оно сопровождается повышенным энергопотреблением. В то же время для муниципальных и городских планировщиков приоритетным может быть выбор конфигураций с повышенной энергетической эффективностью и снижением эксплуатационных затрат в долгосрочной перспективе.

Такая гибкость в выборе проектных решений имеет принципиальное значение, поскольку универсального «наилучшего» варианта не существует. Оптимальная конфигурация системы определяется совокупностью локальных факторов, включая экономические условия, структуру водопотребления, тарифную политику и стратегические приоритеты заинтересованных сторон. Таким образом, использование фронта Парето в качестве инструмента анализа позволяет принимать обоснованные решения с учётом реальных компромиссов между энергетическими и экономическими показателями. Для наглядности полученные оптимальные решения по Парето представлены в табл. 3.

Таблица 3 Примеры Парето-оптимальных решений

№	Конфигурация	Суточное потребление, кВт·ч/сут	Годовая энергия, кВт·ч/год	Стоимость установки, млн сумов	Площадь крыши, м^2
1	A (низкая стоимость)	5,1	1860	52	18
2	B (сбалансированная)	8,0	2920	61	23
3	C (эффективная)	11,5	4200	71,5	28

Как видно из табл. 3, увеличение энергетической эффективности системы сопровождается ростом капитальных затрат и требуемой площади фотоэлектрических модулей, что наглядно отражает характер компромиссов, представленных на фронте Парето. Как показано на рис. 1 (слева), результаты, полученные с применением алгоритма NSGA-II, формируют отчётливый фронт Парето, включающий совокупность Парето-оптимальных решений. Диапазон суточного энергопотребления для исследуемых конфигураций составляет от 5,1 до 11,5 кВт·ч/сут, при этом капитальные затраты на установку системы изменяются в пределах от 52 до 71,5 млн сумов. По-

лученная кривая наглядно отражает компромисс между уровнем энергопотребления и стоимостью внедрения солнечных фотоэлектрических насосных систем водоснабжения. Анализ фронта Парето показывает, что для городских жилых зданий наиболее реалистичным и практичным является сбалансированный вариант (B). Его эксплуатация характеризуется суточным энергопотреблением порядка 8,0 кВт·ч при капитальных затратах на установку около 61 млн сумов, что обеспечивает рациональный компромисс между стоимостью системы, уровнем энергопотребления и требуемой площадью кровли. Напротив, конфигурации с более высокой установленной мощностью (в диапазоне от 9 до 11,5 кВт·ч/сут) сопровождаются существенным ростом капитальных затрат, обусловленным необходимостью увеличения площади фотоэлектрических модулей. В то же время конфигурации с минимальным энергопотреблением позволяют сократить первоначальные инвестиции, однако могут оказаться менее устойчивыми с точки зрения обеспечения энергетических потребностей системы.

– бюджетный вариант (A) характеризуется минимальными капитальными затратами (около 52 млн сумов), однако обеспечивает суточное энергопотребление лишь на уровне 5,1 кВт·ч;
– энергоэффективный вариант (C) отличается наибольшим суточным энергопотреблением (11,5 кВт·ч), но требует максимальных капитальных вложений (порядка 71,5 млн сумов);
– сбалансированный вариант (B) обеспечивает оптимальное соотношение между энергопотреблением и стоимостью установки — около 8,0 кВт·ч/сут при капитальных затратах порядка 61 млн сумов.

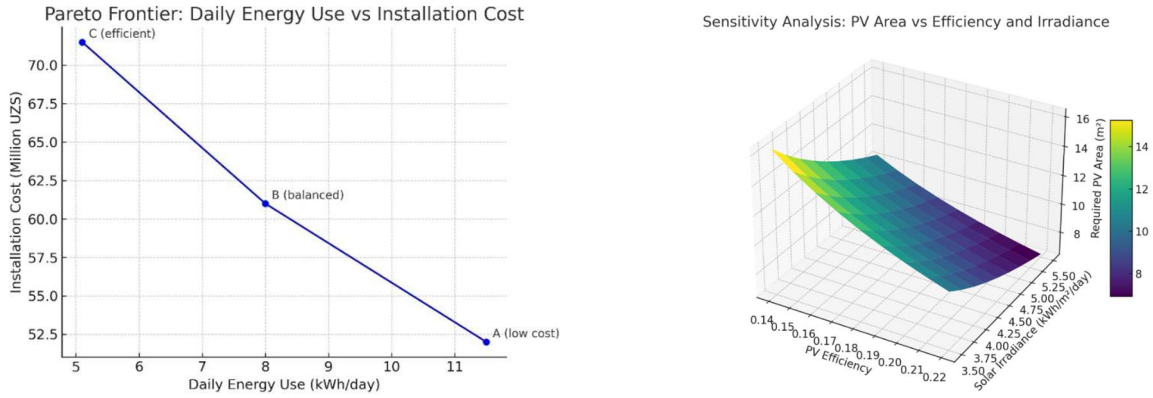


Рис. 1 Фронт Парето: суточное энергопотребление и капитальные затраты СФНС (слева); чувствительность требуемой площади фотоэлектрических модулей к солнечной инсоляции и КПД модулей [13, 14] (справа).

Как показано на рис. 1 (слева), фронт Парето отражает компромисс между энергопотреблением и стоимостью.

Справа представлен анализ чувствительности требуемой площади ФЭМ. Таким образом, анализ фронта Парето подтверждает ожидаемый характер компромиссов между энергетической эффективностью и экономическими показателями системы.

Полученные результаты подтверждают, что использование фронта Парето в рамках многоцелевой оптимизации позволяет обоснованно выбирать конфигурации солнечных насосных систем с учётом конкретных экономических и энергетических приоритетов.

Подобные компромиссы имеют принципиальное значение для лиц, принимающих решения в жилищных проектах, поскольку позволяют выбирать оптимальные конфигурации системы с учётом бюджетных ограничений и доступной площади кровли, а не ориентироваться на единственный «наилучший» вариант [15].

Как показано на рис. 1 (справа), учёт локальной солнечной инсоляции и эффективности фотоэлектрических модулей в многоцелевой модели оптимизации позволяет получать технически обоснованные и экономически целесообразные решения для насосных систем водоснабжения. Результаты демонстрируют устойчивую зависимость, при которой увеличение инсоляции или эффективности ФЭМ приводит к снижению требуемой площади фотоэлектрических панелей.

Для городов с ограниченной площадью кровли и высоким потенциалом солнечных ресурсов, таких как Джизак, данный эффект имеет особую практическую значимость. В целом разработанная модель может рассматриваться как инструмент поддержки принятия решений, позволяющий находить сбалансированные конфигурации системы с учётом энергетических, экономических и пространственных ограничений.

4 Сравнение

Сравнение традиционного базового варианта водоснабжения с предлагаемой солнечной фотоэлектрической насосной системой (СФНС) демонстрирует явные преимущества последней. В базовой схеме 43 отдельных насоса устанавливаются и обслуживаются самими домохозяйствами. Это приводит к высоким капитальным и эксплуатационным расходам, частым отказам оборудования и неэффективному использованию электроэнергии [16].

Напротив, в конфигурации СФНС все индивидуальные насосы заменяются одним централизованным центробежным насосом, работающим от фотоэлектрической установки мощностью 4–5 кВт. Несмотря на значительные первоначальные вложения, приведённые к годовому выражению совокупные затраты оказываются ниже, расходы на электроэнергию полностью исключаются, а процессы эксплуатации и технического обслуживания существенно упрощаются [17].

В целом внедрение СФНС позволяет сократить ежегодные расходы домохозяйств примерно на 5 млн сумов и обеспечивает более надёжное, энергоэффективное и устойчивое водоснабжение в условиях городской застройки. Сравнительные результаты базового и предлагаемого вариантов приведены в табл. 4.

Как видно из табл. 4, предлагаемая система позволяет существенно сократить энергопотребление и эксплуатационные расходы при сохранении требуемого уровня водоснабжения.

5 Заключение

В данной работе была разработана и верифицирована модель солнечной фотоэлектрической насосной системы (СФНС), ориентированная на применение в многоэтажных жилых зданиях [18]. Полученные результаты демонстрируют её техническую реализуемость и экономическую целесообразность в условиях городской застройки. Верификация модели на основе данных полевых наблюдений и фактических эксплуатационных характеристик подтверждает практическую применимость предложенного подхода.

Использование многоцелевой оптимизации на основе алгоритма NSGA-II позволило выявить спектр Парето-оптимальных решений и наглядно продемонстрировать

Таблица 4 Сравнение традиционной системы и предлагаемой СФНС

№	Показатель	Базовый вариант (43 бытовых насоса)	Предлагаемая СФНС (централизованная + ФЭМ)
1	Количество насосов	43 (индивидуальные)	1 (централизованный)
2	Средняя потребность в воде	800 л/сут на квартиру	800 л/сут на квартиру
3	Годовая потребность в энергии, кВт·ч	≈ 1685	≈ 1500 (покрывается ФЭМ)
4	Годовая стоимость электроэнергии, сум	$\approx 0{,}7$ млн	0
5	Годовая амортизация, сум	$\approx 7{,}2$ млн	$\approx 6{,}0$ млн
6	Годовое техническое обслуживание, сум	$\approx 2{,}9$ млн	$\approx 1{,}2$ млн
7	Непредвиденные и скрытые убытки, сум	$\approx 1{,}0$ млн	—
8	Общая годовая стоимость, сум	≈ 12 млн	$\approx 7{,}2$ млн
9	Срок окупаемости	—	3–4 года

компромиссы между энергопотреблением, капитальными затратами и требуемой площадью фотоэлектрических модулей [19]. Такой подход обеспечивает гибкость при выборе конфигурации системы и позволяет адаптировать проектные решения к конкретным локальным условиям и приоритетам заинтересованных сторон.

Сравнительный анализ показал, что переход от децентрализованной схемы с индивидуальными насосами к централизованной СФНС позволяет существенно сократить совокупные годовые расходы, полностью исключить затраты на электроэнергию и повысить надёжность системы водоснабжения. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с ранее опубликованными исследованиями в области оптимизации фотоэлектрических насосных систем [20, 21] и подтверждаются региональными оценками солнечного потенциала [22].

В целом предложенная модель может рассматриваться как эффективный инструмент поддержки принятия инженерных решений при проектировании устойчивых и энергоэффективных систем водоснабжения для многоэтажных жилых зданий и может быть использована в качестве основы для дальнейших исследований и практических внедрений.

Декларации

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Доступность данных. Данные обследования жилых зданий и результаты расчётов доступны у авторов по обоснованному запросу.

Литература

[1] *Хамдамов Р. Х.* Задачи, модели и методы булева программирования. — Ташкент: НИЦИКТ, 2017. — 167 с.

[2] *Chandel S. S., Naik M. N.* Review of solar PV water pumping systems // Renewable and Sustainable Energy Reviews. — 2015. — Vol. 49. — P. 1084–1099.

[3] *Kalogirou S. A.* Solar energy systems review // Progress in Energy and Combustion Science. — 2004. — Vol. 30. — P. 231–295.

[4] *Ghoneim A. A.* PV water pumping design optimization // Energy Conversion and Management. — 2006. — Vol. 47. — P. 1449–1463.

[5] *Madlool N., Saidur R., Hossain M., Rahim N.* A review on solar energy use in industries // Renewable and Sustainable Energy Reviews. — 2011. — Vol. 15, № 4. — P. 1777–1790.

[6] *Khoukhi B., Al-Ansari A., Al-Sulaiman F.* Performance assessment of solar-powered water pumping for urban irrigation: case study in arid regions // Renewable and Sustainable Energy Reviews. — 2019. — Vol. 100. — P. 103–115.

[7] *Kou Q., Klein S.* Optimization of PV pumping systems // Applied Energy. — 2018. — Vol. 228. — P. 1460–1471.

[8] *Liu G., Zhou H., Zhao S.* Multi-objective optimization of PV pumping systems using NSGA-II // Energy Conversion and Management. — 2016. — Vol. 112. — P. 274–283.

[9] *Deb D., Yadav S., Chaurasia V.* Multi-objective optimization of a solar PV-powered water pumping system using NSGA-II // Renewable Energy. — 2019. — Vol. 143. — P. 872–884.

[10] *Hansen J., Pedersen J.* Optimal design of solar water pumping systems using multi-objective optimization // Applied Energy. — 2018. — Vol. 222. — P. 303–315.

[11] *Fortin M., De Rainville F.* DEAP: evolutionary algorithms made easy in Python. — Springer, 2014.

[12] *Rashid M. H.* Power electronics: circuits, devices, and applications. — 4th ed. — Pearson, 2013.

[13] *Saydaliev A. S., Berdikulov K. B., Rakhmatov M. T.* Theoretical analysis of solar radiation potential in Central Asia for urban energy applications // Thermal Science and Engineering Progress. — 2023. — Vol. 32. — Art. 101420.

[14] *Badescu V.* Time dependent model of a complex solar energy system // Renewable Energy. — 2003. — Vol. 28, № 5. — P. 733–751.

[15] *Hamidat A., Benyoucef B.* Sizing photovoltaic pumping systems // Renewable Energy. — 2009. — Vol. 34. — P. 2260–2266.

[16] *Closas A., Rap E.* Solar-based groundwater pumping for irrigation: sustainability, policies, and limitations // Energy Policy. — 2017. — Vol. 104. — P. 33–37.

[17] *Allouhi A., Saadani R., Kousksou T.* Economic and environmental assessment of solar water pumping systems // Journal of Cleaner Production. — 2019. — Vol. 237. — Art. 117805.

[18] *Эшкулов М. У., Хамдамов Р. Х.* Проектирование и анализ системы солнечного водоснабжения для многоэтажных жилых зданий на основе булева программирования // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2025. — № 6(70). — С. 18–25.

[19] *Eshkulov M. O., Khamdamov R. K., Begimov A.* Design and evaluation of a PV-direct DC surface pumping system for multi-storey residential water supply in Uzbekistan // Proc. 2025 IEEE XVII Int. Sci. and Tech. Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). — 2025. — P. 1–5.

[20] *Хамдамов Р. Х., Каюмов Ш. Ш.* Об одной задаче оптимального управления работой насосной станции // Материалы междунар. конф. «Современные проблемы математики, механики и их приложений». — М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2009.

[21] *Khamdamov R. Kh., Ergashev A., Kayumov Sh.* Solution of the task of a pumping station operation automation with linear Boolean programming usage // Proc. World Conf. on Intelligent Systems for Industrial Automation (WCIS 2000). — Kaufering: b-Quadrat Verlag, 2000.

[22] *Deb A.* Introduction to NSGA-II optimization for energy applications // Proc. Int. Workshop on Smart Systems Modeling. — Tashkent, 2022. — P. 66–72.

UDC 004.94:519.637+536.24

MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF SOLAR PHOTOVOLTAIC-BASED WATER LIFTING SYSTEMS

Eshkulov M.U., Khamdamov R.Kh.

*m.eshkulov@alumni.nsu.ru

Research Institute for the Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence, 17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan

In many fast-growing cities, the increasing cost of electricity has turned water pumping into a serious financial burden, especially for residents of multi-storey apartment buildings. At present, this problem is often addressed through the use of numerous small, grid-connected pumps installed independently by households, a solution that is neither energy-efficient nor economically sustainable. This study explores the use of a solar photovoltaic water pumping system as a practical alternative to such decentralized pumping schemes. A nonlinear mathematical model was developed to represent real operating conditions in Jizzakh, Uzbekistan, taking into account local solar irradiation, average daily water demand per household, and regional electricity tariffs. Since the system design involves several competing objectives — reducing energy consumption, limiting installation costs, and minimizing the required rooftop area — a multi-objective optimization approach based on the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) was applied. The model was implemented in Python using the DEAP library and validated using real operational data. The results indicate that the proposed solar photovoltaic pumping system can substantially reduce both energy consumption and annual operating costs when compared with conventional grid-based solutions. Overall, the findings suggest that the proposed approach can be used as a practical decision-support tool for engineers, urban planners, and policymakers aiming to improve the sustainability of residential water supply systems, particularly in regions with high solar potential and limited resources, such as Central Asia.

Keywords: solar photovoltaic water pumping, multi-criteria optimization, NSGA-II algorithm, Python DEAP, energy-efficient water supply, rooftop photovoltaic system design

Citation: Eshkulov M.U., Khamdamov R.Kh. 2026. Multi-criteria optimization of solar photovoltaic-based water lifting systems. *Problems of Computational and Applied Mathematics.* 5(76): 22-32.

DOI: 10.71310/pcam.5_76.2026.02

№ 5(76) 2026

ISSN 2181-8460

HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

AiRI
RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'IY INTELLEKTNI RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 5(76) 2026

Журнал основан в 2015 году.
Издается 6 раз в год.

Учредитель:
Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Главный редактор:
Равшанов Н.

Заместители главного редактора:
Арипов М.М., Шадиметов Х.М., Ахмедов Д.Д.

Ответственный секретарь:
Убайдуллаев М.Ш.

Редакционный совет:
Азамов А.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л., Абдуллозода С.Ф. (Таджикистан), Боборахимов Б.И., Бурнашев В.Ф., Джумаёзов У.З., Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А., Ильин В.П. (Россия), Иманкулов Т.С. (Казахстан), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мурадов Ф.А., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.А., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Эшмаматова Д.Б., Дустмуродова Ш.Ж., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при Администрации Президента Республики Узбекистан.
Свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.
За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:
100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.
Тел.: +(998) 71 263-41-98.
Э-почта: journals@airi.uz.
Веб-сайт: https://journals.airi.uz.

Дизайн и вёрстка:
Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.
Подписано в печать 28.10.2026 г.
Формат 60x84 1/8. Заказ № 6. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 5(76) 2026

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:
Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:
Ravshanov N.

Deputy Editors:
Aripov M.M., Shadimetov Kh.M., Akhmedov D.D.

Executive Secretary:
Ubaydullaev M.Sh.

Editorial Council:
Azamov A.A., Aloev R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L., Abdullozoda S.F. (Tajikistan), Boborakhimov B.I., Burnashev V.F., Djumayozov U.Z., Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia), Imankulov T.S. (Kazakhstan), Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Kurbonov N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Muradov F.A., Nazirova E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.A., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A., Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Eshmamatova D.B., Dustmurodova Sh.J., Chye En Un (Russia), Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA), Min A. (Germany), Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.
Certificate of Registration No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:
100125, Tashkent, Buz-2, 17A.
Tel.: +(998) 71 263-41-98.
E-mail: journals@airi.uz.
Web-site: https://journals.airi.uz.

Layout design:
Sharipov Kh.D.

DTAIRI printing office.
Signed for print 28.10.2026
Format 60x84 1/8. Order No. 6. Print run of 100 copies.

Содержание

Расулов А.С., Раимова Г.М., Рахматов М.Й.
Метод Монте-Карло для решения нелинейного кинетического уравнения Больцмана 8

Эшкулов М.У., Хамдамов Р.Х.
Многокритериальная оптимизация системы подъёма воды с использованием солнечных фотоэлектрических панелей 22

Абдуллаев К.Д.
Принцип разделения классов и зависимость результатов кластеризации от меры расстояния 33

Рамазонов Ш.Ш.
Селекция объектов по отношениям с ближайшими объектами противоположного класса и сохранение локальной структуры обучающей выборки . . 46

Исомиддинов А.И., Акбарова А.А., Акбаров Б.Х.
Марковская переключающаяся векторная авторегрессия для скрытых гликемических режимов в реальных данных самоконтроля диабета: оценка на отложенной выборке 60

Ким К.К.
Сравнительный анализ XAI-подходов для обнаружения синтетической речи 72

Эшмаматова Д.Б., Солижанова К.А.
Пфаффианова структура и спектральная динамика дискретного оператора Лотки–Вольтерры: подход к интеграции геологических данных 95

Джумаёзов У.З., Абдирахмонова М.Н., Усмонов Л.С.
Численное решение трёхмерной связанной динамической задачи термоупругости в деформациях 119

Бакаев И.И., Ахмеджанова Д.А.
α-справедливая оптимизационная модель и численные алгоритмы выбора общей лексической нормы тюркских языков 137

Равшанов Н., Камолиддинова Ф., Lu Y.
Моделирование переноса и диффузии загрязняющих веществ в пограничном слое атмосферы с учётом орографии местности и метеорологических факторов 148

Contents

Rasulov A.S., Raimova G.M., Rakhmatov M.Y.
Monte Carlo solution of the nonlinear kinetic Boltzmann equation 8
Eshkulov M.U., Khamdamov R.Kh.
Multi-criteria optimization of solar photovoltaic-based water lifting systems . . . 22
Abdullaev K.D.
The principle of class separation and the dependence of clustering results on the distance measure 33
Ramazonov Sh.Sh.
Instance selection based on nearest-enemy relations and preservation of the local structure of a training sample 46
Isomiddinov A.I., Akbarova A.A., Akbarov B.X.
Markov-switching vector autoregression for latent glycaemic regimes in real-world diabetes self-monitoring data: an out-of-sample evaluation 60
Kim K.K.
Comparative analysis of XAI approaches for synthetic speech detection 72
Eshmamatova D.B., Solijanova K.A.
Pfaffian structure and spectral dynamics of a discrete Lotka–Volterra operator: a framework for geological evidence integration 95
Djumayozov U.Z., Abdirakhmonova M.N., Usmonov L.S.
Numerical solution of a three-dimensional coupled dynamic thermoelasticity problem in terms of strains 119
Bakayev I.I., Akhmedjanova D.A.
An α-fair optimization model and numerical algorithms for selecting a common lexical norm of Turkic languages 137
Ravshanov N., Kamoliddinova F., Lu Y.
Modeling pollutant transport and diffusion in the atmospheric boundary layer considering terrain orography and meteorological factors 148