

УДК 532

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛООТДАЧИ ОТ ЖИДКОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ, ТЕКУЩЕГО ПО ОРЕБРЕННОМУ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ РЕБРАМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМУ ТРУБОПРОВОДУ

^{1,2*} Эргашев Д.Й., ³ Хужаев Ж.И., ⁴ Ахмаджонов С.С.
*dilshod77m@gmail.com

¹Институт механики и сейсмостойкости конструкций АН РУз,
100125, Узбекистан, Ташкент, Ул. Дурмон Йули, 33;

²Алмалыкский государственный технический институт,
110100, Узбекистан, Ташкентская область, г. Алмалык, ул. М.Улугбека, 45;

³Сингапурский институт развития менеджмента в Ташкенте,
100027, Узбекистан, Ташкент, просп. Бунёдкор, 28А;

⁴Андижанский государственный технический институт,
170119, Узбекистан, г. Андижан, проспект Бабура, дом 56.

В работе построена квазиодномерная математическая модель стационарного процесса теплоотдачи от тонкого прямоугольного ребра, установленного на цилиндрическом трубопроводе параллельно его образующей. В отличие от классических постановок, на обоих основаниях ребра заданы граничные условия третьего рода, учитывающие теплообмен с теплоносителем и окружающей средой, а также теплопередачу через боковые поверхности ребра. Получено аналитическое решение уравнения теплопроводности, описывающее распределение температуры по высоте ребра. Численно проанализировано влияние высоты и толщины ребра и теплофизических характеристик материала на температурное поле. Показано, что увеличение толщины ребра замедляет убывание температуры по высоте и увеличивает общее количество отводимого тепла. Предложены формула для эффективности оребрения и формула для путевого изменения температуры теплоносителя. Результаты подтверждают адекватность модели и применимы при оценке эффективности оребрения теплообменных поверхностей.

Ключевые слова: ребро, теплоотдача, квазиодномерная математическая модель, стационарная теплопроводность, граничные условия третьего рода, эффективность оребрения, аналог формулы Шухова.

Цитирование: Эргашев Д.Й., Хужаев Ж.И., Ахмаджонов С.С. Математическая модель процесса теплоотдачи от жидкого теплоносителя, текущего по оребренному прямоугольными ребрами цилиндрическому трубопроводу // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2026. – № 3(73). – С. 50-60.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.3_73.2026.04

1 Введение

Интенсификация процессов тепло- и массообмена является одной из ключевых задач современной теплотехники и энергетического машиностроения. Математическому моделированию и способам расчета процессов тепло- и массопереноса посвящены работы [1–6]. Разработаны различные варианты уравнения теплопередачи по закону Фурье, когда поток тепла пропорционален градиенту температуры и уравнение имеет параболический тип, и для экстремальных условий, которые образуются под воздействием аномальных возмущений: химического лазера, электрической или

газовой сварки и описываются уравнениями гиперболического типа с учетом релаксационных свойств процесса [7]. Получены аналитические решения задач теплопередачи при различных комбинациях граничных условий и в различных ортогональных пространственных координатах [1, 2, 8, 9].

Для энергетики, химической промышленности и систем водяного/воздушного отопления процессы теплопередачи организуются с помощью текущих теплоносителей в условиях свободной или вынужденной конвекции [1, 10–12]. К сожалению, учет конвективного теплообмена требует обращению к системе нелинейных трехмерных уравнений Навье-Стокса, которые практически не поддаются аналитическому решению в турбулентном режиме течения. В связи с этим разработан инженерный вариант расчета – квазиодномерный подход описания гидродинамики потока, сопровождающегося процессом теплопередачи [12–15].

Часто используемым результатом данного инженерного подхода является формула Шухова [15–18]. Она получена с учетом среднего значения коэффициента теплоотдачи в системе теплоноситель-трубопровод-теплоизоляция-окружающая среда и среднего значения внешнего диаметра трубопровода. В литературных источниках можно найти также различных модификаций формулы Шухова [19].

Повышение эффективности теплоотдачи в теплообменных аппаратах позволяет снизить энергетические затраты, уменьшить массогабаритные характеристики оборудования и повысить его эксплуатационную надежность. Одним из наиболее распространенных способов интенсификации теплообмена является применение оребренных поверхностей, обеспечивающих увеличение площади теплообмена между теплоносителем и окружающей средой.

Особый практический интерес представляют продольные тонкостенные ребра, устанавливаемые на поверхности трубопроводов и теплообменных элементов. Такие ребра широко применяются в теплообменниках, энергетических установках, системах охлаждения и нагрева, а также в химической и нефтегазовой промышленности. Эффективность оребрения в значительной степени определяется геометрическими параметрами ребер, теплофизическими свойствами материала и условиями теплообмена на границах контакта с теплоносителем и окружающей средой.

В классических работах [1, 2, 6, 9, 17], где обсуждаются задачи оребрения, процесс теплопередачи в ребрах, как правило, описывается в рамках квазиодномерного подхода, при котором распределение температуры по толщине ребра считается однородным. При этом на основании ребра обычно задается постоянная температура, а на противоположном конце принимается условие теплоизоляции. Однако подобные упрощения существенно ограничивают область применимости получаемых результатов и не всегда адекватно отражают реальные условия эксплуатации теплообменных устройств.

Вопросам интенсификации теплообмена в ребристо-трубчатых аппаратах посвящено множество современных исследований. В обзорной работе [20] подробно рассмотрены различные механизмы повышения эффективности теплоотдачи в подобных системах. Значительная часть современных изысканий опирается на методы вычислительной гидродинамики (CFD). Так, авторы работ [21] и [24] проводят детальный параметрический анализ влияния геометрических характеристик ребер на общую производительность теплообменников. Отдельный практический интерес представляет исследование [22], в котором выполнено численное моделирование процессов теплообмена и перепада давления в теплообменнике типа «труба в трубе» с прямоугольными ребрами, что геометрически тесно перекликается с рассматриваемой

нами задачей. Кроме того, для описания подобных процессов успешно применяются квазиодномерные математические модели; например, в работе [23] аналогичный подход использован для оценки эффективности теплопередачи в закрытых системах охлаждения.

В настоящей работе, опираясь на основы теории теплопередачи и на квазиодномерный подход, предлагается математическая модель теплоотдачи от тонкого прямоугольного ребра, установленного цилиндрическому трубопроводу и ориентированного параллельно его образующей. На обоих основаниях ребра заданы граничные условия третьего рода. Такая постановка задачи позволяет учесть теплообмен как с теплоносителем, так и с окружающей средой, а также теплопередачу через боковые поверхности ребра. Решение такой задачи позволяет анализировать влияние геометрических параметров ребра и теплофизических характеристик материала на распределение температуры по высоте ребра, на эффективность теплоотдачи и составить простую зависимость для путевого изменения температуры жидкого теплоносителя в условиях оребрения круглого трубопровода-теплообменника.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и оптимизации оребренных теплообменных поверхностей, а также при оценке эффективности различных конструктивных решений в теплообменных аппаратах.

2 Задача теплопередачи по тонкому прямоугольному ребру, установленному в цилиндрическую трубу и параллельного образующей трубы

В работах [1, 2, 6, 9] представлены результаты математического моделирования процесса теплообмена в различных тонкостенных ребрах. Общий подход в этих работах можно назвать квазиодномерным, т.к. распределение температуры по толщине теплообменника принимается однородным. При этом двумерная задача представляется в одномерной форме.

В упомянутых работах рассмотрены и решены задачи при фиксированном значении температуры на основании ребра, на верхнем основании принимали условие теплоизоляции, а теплоотдача в окружающую среду происходит только через боковые поверхности ребра. Адекватность такой модели можно улучшить, учитывая теплоотдачу ребра через верхнее основание. А также можно расширить область применения результатов, если учитывать теплопередачу на нижнем основании ребра. С этой точки зрения ниже рассматривается процесс теплообмена в тонком прямоугольном ребре, установленном в цилиндрический трубопровод грани которого параллельны образующей цилиндрической трубы (рис. 1).

При формулировке и решении задачи исходим из квазиодномерного подхода, полагая толщина пластины, из чего изготовлено ребро, намного меньше диаметра трубы $2\delta \ll D$, длины ребра $2\delta \ll l$ и его высоты $2\delta \ll H$.

Составим условия и квазиодномерное уравнение стационарного процесса теплопередачи по ребру. Введем ось координат z , которая начинается от уровня контакта жидкость – ребро и кончается на уровне верхнего контакта ребро – окружающая среда. Температуру в сечении обозначим через $T(z)$. Коэффициент теплопроводности материала ребра составляет λ , а температура рабочей жидкости составляет T . Теплоотдача жидкости при $x = 0$ описывается следующим условием:

$$-\lambda \frac{dT(0)}{dz} = \alpha_1 [T - T(0)],$$

где α_1 – коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к теплообменнику.

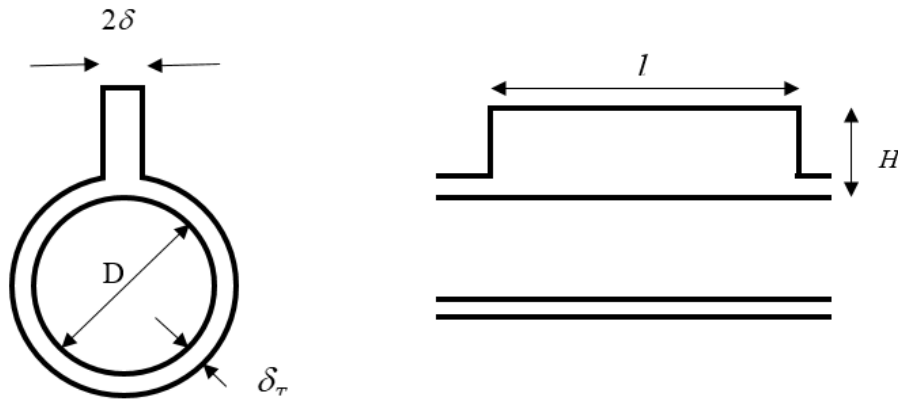


Рис. 1 Представление тонкостенного ребра с длиной l , высотой H и толщиной 2δ , параллельного к образующей круглого цилиндра

Поток тепла по высоте $0 < z < H$ ребра описывается по закону Фурье:

$$Q(z) = -2l\delta\lambda \frac{dT(z)}{dz}.$$

Здесь $2l\delta$ – площадь поперечного сечения ребра.

При этом происходит теплоотдача через боковые поверхности:

$$dQ(z) = 2l\alpha(T - T_{oc}).$$

Здесь α – коэффициент в законе Ньютона – Рихмана для границы между теплообменником и окружающей средой.

Тогда баланс тепла в сечении x описывается уравнением

$$-2l\delta \int_0^z \frac{d}{d\eta} \left(\lambda \frac{dT}{d\eta} \right) d\eta + 2l\alpha \int_0^z (T - T_{oc}) d\eta = 0,$$

или

$$-2l\lambda \int_0^z \left[\frac{d^2T}{d\eta^2} - \frac{\alpha}{\lambda\delta} (T - T_{oc}) \right] d\eta = 0.$$

Значение данного интеграла будет равно нулю, если в произвольном сечении подынтегральное выражение равняется нулю. Т.е. при $0 < z < H$:

$$\frac{d^2T(z)}{dz^2} = \frac{\alpha}{\lambda\delta} [T(z) - T_{oc}].$$

На верхней границе $x = H$ также учитывается теплообмен с окружающей средой

$$\lambda \frac{dT(H)}{dz} = -\alpha [T(H) - T_{oc}].$$

Данная постановка задачи отличается от известных задач тем, что (а) на границе $x = 0$ учитывается теплообмен с теплоносителем, в то время в перечисленных выше работах на этой границе задано значение температуры; (б) на границе $x = H$ в упомянутых выше работах принято условие теплоизоляции, а нашем случае учтена теплопередача в окружающую среду.

Для решения задачи о теплопередаче по высоте ребра вводится избыточная температура

$$\theta(z) = T(z) - T_{oc},$$

и задача переписывается относительно избыточной температуры:

$$\begin{aligned} z = 0 : \quad \frac{d\theta(0)}{dz} &= k_1 [\theta(0) - T + T_{oc}], \\ 0 < z < H : \quad \frac{d^2\theta(z)}{dz^2} - m^2 \theta(z) &= 0, \\ z = H : \quad \frac{d\theta(H)}{dz} &= -k_2 \theta(H). \end{aligned}$$

Здесь и далее пользуемся обозначениями $k_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda}$, $k_2 = \frac{\alpha}{\lambda}$, $m = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda\delta}}$. Так как $m^2 > 0$, то решение задачи ищется в виде

$$\theta(z) = C_1 e^{mz} + C_2 e^{-mz},$$

которое однозначно удовлетворяет уравнению при $0 < z < H$.

Для определения неизвестных коэффициентов C_1 и C_2 обратимся к граничным условиям, которые при подстановке выражения $\theta(z)$ приобретают вид:

$$\begin{cases} C_1 m - C_2 m = k_1 (C_1 + C_2 - T_{ж} + T_{oc}), \\ C_1 m e^{mH} - C_2 m e^{-mH} = -k_2 (C_1 e^{mH} + C_2 e^{-mH}). \end{cases}$$

Отсюда находили значения неизвестных коэффициентов:

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{(m + k_2) k_1 (T_{oc} - T)}{(m - k_1)(m - k_2) e^{-2mH} - (m + k_1)(m + k_2)}, \\ C_1 &= \frac{(m - k_2) e^{-2mH} k_1 (T_{oc} - T)}{(m - k_1)(m - k_2) e^{-2mH} - (m + k_1)(m + k_2)}. \end{aligned}$$

Решение по избыточной температуре имеет вид:

$$\theta(z) = \frac{[(m - k_2) e^{-2mH} e^{mz} + (m + k_2) e^{-mz}]}{(m - k_1)(m - k_2) e^{-2mH} - (m + k_1)(m + k_2)} k_1 (T_{oc} - T).$$

Тогда распределение температуры по высоте ребра описывается формулой

$$\begin{aligned} T(z) = \theta(z) + T_{oc} &= \frac{k_1 (T_{oc} - T)}{(m - k_1)(m - k_2) e^{-2mH} - (m + k_1)(m + k_2)} \times \\ &\times [(m - k_2) e^{-2mH} e^{mz} + (m + k_2) e^{-mz}] + T_{oc}. \end{aligned}$$

3 Эффективность оребрения

Эффективность ребра определяется как отношение величины теплоотдачи от оребренной поверхности к величине теплоотдачи той же поверхности без ребра [2]. Полученный выше результат использовали при составлении формулы эффективности оребрения круглого теплообменника с общей длиной L , в которой только часть с длиной l оребрена n одинаковыми ребрами:

$$\xi_n = \frac{nQ_{p1} + Q_{2(n)}}{Q_T},$$

где

$$Q_{p1} = \frac{2\alpha l k_1 \left[\frac{m-k_2}{m} (e^{-mH} - e^{-2mH}) - \frac{m+k_2}{m} (e^{-mH} - 1) + 4\delta m e^{-mH} \right]}{(m+k_1)(m+k_2) - (m-k_1)(m-k_2)e^{-2mH}} (T_{ж} - T_{oc})$$

– теплоотдача одного ребра с длиной l ;

$$Q_{2(n)} = [\pi(D + 2\delta_T)L - 2n\delta l] (T - T_{oc})$$

– теплоотдача свободной от ребер наружной поверхности теплообменника;

$$Q_T = \alpha\pi (D + 2\delta_T) L(T - T_{oc})$$

– теплоотдача круглого теплообменника без ребер.

Как видно из результата, эффективность оребрения не зависит от разности температур теплоносителя и окружающей среды $(T - T_{oc})$, а является функцией геометрических и теллофизических показателей трубопровода и ребра.

3.1 Обобщение формулы Шухова для оребренного трубопровода

На основе результатов теплопередачи оребренного круглого трубопровода с n ребрами составлено квазиодномерное уравнение путевого изменения температуры жидкого теплоносителями $T(x)$:

$$\frac{dT_{жс}(x)}{dx} = -a [T_{жс}(x) - T_{oc}],$$

где T_{oc} – температура окружающей среды,

$$a = \frac{nB + \alpha [\pi (D + 2\delta_T) - 2n\delta]}{Mc_B} = const,$$

D , δ_T – внутренний диаметр и толщина трубопровода-теплообменника, M , c_B – массовый расход и удельная теплоемкость жидкого теплоносителя.

При известном значении температуры теплоносителя $T(0)$ на входе в участок получена формула путевого изменения температуры теплоносителя:

$$T(x) = T_{oc} + (T(0) - T_{oc}) e^{-ax},$$

которая удобна для инженерных расчетов.

4 Результаты и их обсуждение

Составлена программа, позволяющая получить численные результаты по распределению температуры по высоте ребра, по эффективности ребра (ребер) и по путевому изменению температуры теплоносителя, и с ее помощью проведен вычислительный эксперимент.

На рис. 2 и 3 приведены графики изменения температуры по высоте ребра с толщиной 2 и 6 мм и длинами от 1 см до 10 см. Ребро изготовлено из алюминия с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 202.0$ Вт/(м · К). Температура теплоносителя – 65°C, а температура окружающей среды – 20°C. Коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к ребру – 3500.0 Вт/(м²К) [6], коэффициент теплоотдачи от ребра в окружающую среду – 17.5 Вт/(м²К) [19].

Графики рис. 2 и 3 получились убывающими. Условия третьего рода на основаниях ребра при увеличении высоты ребра привели к уменьшению температуры на

этих границах. Этот факт обоснуется тем, с увеличением высоты ребра возрастает тепловое его сопротивление. В результате пристеночном тепловом пограничном слое увеличивается перепад температуры.

Как показали результаты, толщина ребра служит своеобразной мерой теплоемкости ребра. В связи с этим при большей толщине ребра температура по высоте ребра убывает медленнее, о чем свидетельствует рис. 3.

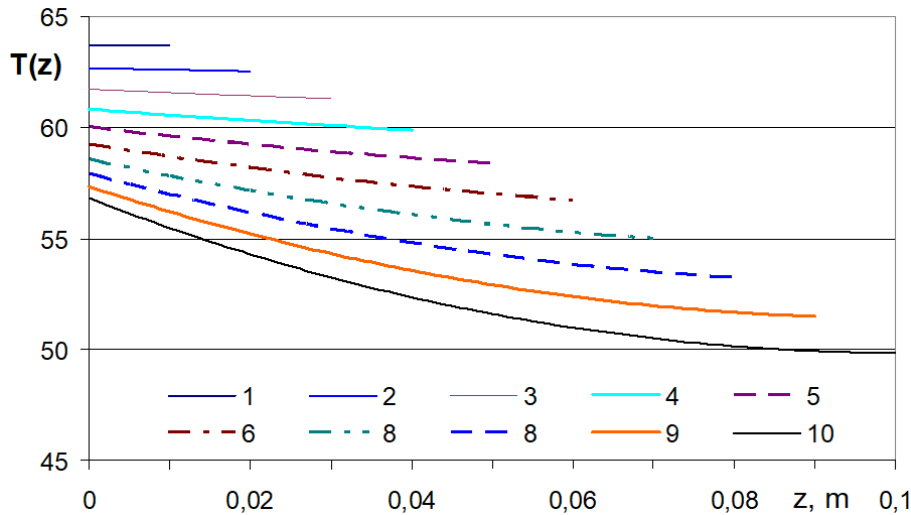


Рис. 2 Графики изменения температуры в рёбрах с толщиной $\delta = 2$ мм при высотах $H = 1, 2, 3, \dots, 9$ и 10 см (графики расположились сверху вниз). $\lambda = 202.0$ Вт/(м·К), $\alpha_1 = 3500.0$ Вт/(м²·К), $\alpha = 17.5$ Вт/(м²·К), $T_{ж} = 65.0^\circ\text{C}$, $T_{ос} = 20.0^\circ\text{C}$

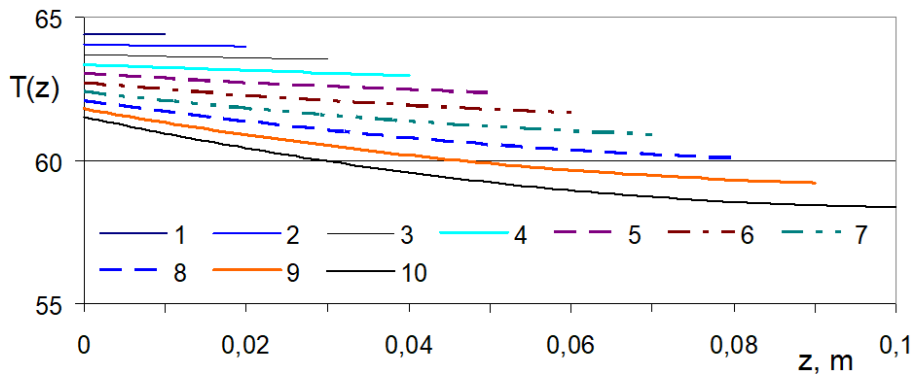


Рис. 3 Графики изменения температуры в рёбрах с толщиной $\delta = 6$ мм при высотах $H = 1, 2, 3, \dots, 9$ и 10 см. Остальные данные см. рис. 2

Для проверки адекватности полученных результатов было проведено сравнение результатов аналитического решения и трехмерного численного решения, полученного в программе Comsol Multiphysics. При этом количество контрольных объемов составляло 482725. Реализована $k - \varepsilon$ модель турбулентности. Для обеспечения точности расчета 0.001 потребовалось время более 2.5 часа. Полученные результаты практически полностью совпадали.

На рис. 4 приведены кривые эффективности оребрения с одним и тремя ребрами.

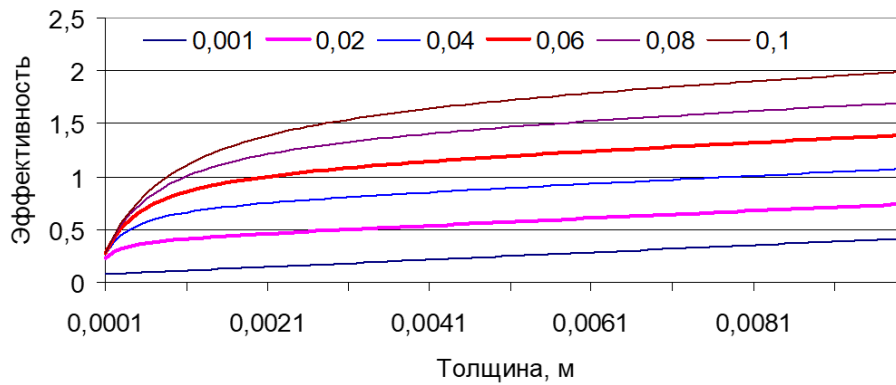


Рис. 4 Графики изменения эффективности одного ребра с постоянной высотой ($H = 0,001, 0,02, \dots, 0,10$ м) в зависимости от толщины ребра. $T_{oc} = 20^\circ\text{C}$, $T_{ж} = 65^\circ\text{C}$, $\alpha_1 = 3500 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$, $\alpha = 17,5 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$, $\lambda = 202 \text{ Вт м}^{-1} \text{ К}^{-1}$, $D = 0,03$ м

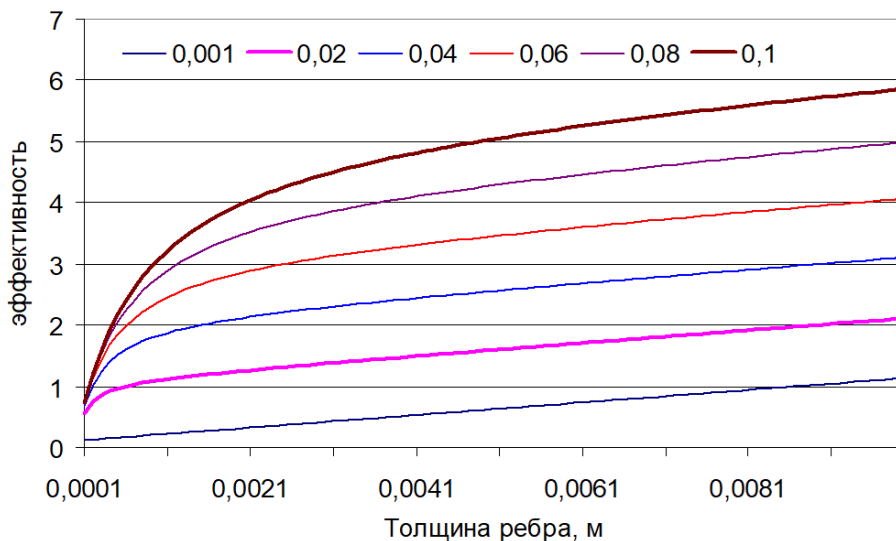


Рис. 5 Графики изменения эффективности трех ребер. Данные см. рис. 4

Проведены расчеты по поперечному изменению температуры теплоносителя в зависимости от отдельных факторов – высоты, широту и количества ребер, диаметра и толщины трубопровода, а также от скорости теплоносителя. На рис. 6 приведены графики поперечного изменения температуры теплоносителя при различных скоростях потока в оребренном (сплошные линии) и неоребренном (прерывистые линии) трубопроводе.

5 Заключение

В данной работе на основе квазиодномерного подхода разработана математическая модель стационарного процесса теплопередачи в тонкостенном, установленном в круглый трубопровод прямоугольном ребре и получено аналитическое решение задачи.

Расчеты показали монотонное убывание температуры по высоте ребра, причём с увеличением его высоты возрастает тепловое сопротивление, что приводит к уменьшению температуры на нижнем и верхнем основаниях ребра. Толщина ребра является важным параметром, характеризующим его тепловую инерционность: при

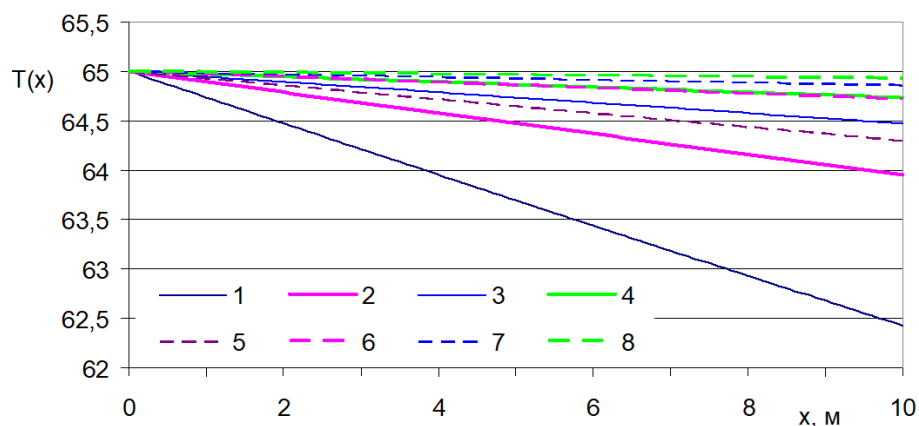


Рис. 6 Путевое изменение температуры теплоносителя при скоростях потока $u = 0.2$ (кривые 1 и 5), 0.5 (2 и 6), 1 (3 и 7) и 2 (4 и 8) м/с. $H = 5.0$ см

увеличении толщины убывание температуры по высоте происходит медленнее, а интенсивность теплоотдачи в окружающую среду возрастает.

Расчётами установлено, что эффективность оребрения начинает проявляться, если высота ребра больше чем толщины трубопровода-теплообменника. Многократное увеличение эффективности теплообменника можно достигать с выбором количества, высоты и толщины ребер. При больших высотах эффективность ребра экспоненциально стремится к критическому значению.

Получена обобщенная формула Шухова для путевого изменения температуры рабочей жидкости по длине участка круглого трубопровода, который имеет n прямоугольных ребер, параллельных образующей цилиндрической поверхности. Достоверность данной формулы доказывается тем, что при высоте ребра, равной толщине стенки трубопровода, формула повторяет классическую формулу Шухова. Результатами вычислительного эксперимента доказали, что самым весомым фактором оказались скорость потока и числа ребер. При уменьшении первого и увеличении второго показателей путевое падение температуры будет интенсивным.

Успехом данной работы является построение инженерного способа расчета трехмерного объекта – путевого изменения температуры жидкого теплоносителя в рамках квазиодномерных подходов к описанию тепло- и массообменных процессов.

Результаты расчётов и сравнение их результатами трехмерного моделирования в программе Comsol Multiphysics подтверждают, что предложенная модель адекватно отражает реальные процессы теплопередачи в оребренных теплообменных поверхностях и результаты работы могут быть использованы для анализа теплообмена в рёбрах, выполненных из различных материалов.

Литература

- [1] Исаев С.И., Кожин И.А. и др. Теория тепломассообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. – М.: Высшая школа, 1979. – 495 с.
- [2] Исаченко В.П., Осипова В.А., Суюкомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1957. – 420 с.
- [3] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 392 с.
- [4] Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

- [5] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
- [6] Юдаев Б.Н. Теплопередача. Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1973. – 360 с.
- [7] Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л., Рабинский Л.Н. Взаимодействие импульсного источника тепловой энергии с анизотропным пространством, теплофизические характеристики которого зависят от температуры // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2014. – Вып. 11. – Ч. 1. – С. 289–299.
- [8] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
- [9] Цой П.В. Системные методы расчета краевых задач тепломассопереноса. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 568 с.
- [10] Mbroh N.A., Munyakazi J.B. A fitted operator finite difference method of lines for singularly perturbed parabolic convection–diffusion problems // Mathematics and Computers in Simulation. – 2019. – Vol. 165. – P. 156–171. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matcom.2019.03.004>
- [11] Миркин А.З., Усиньш В.В. Трубопроводные системы. – М.: Химия, 1991. – 256 с.
- [12] Басараб М.А. Численно-аналитический метод решения двумерных задач естественной конвекции в замкнутых полостях // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 1. – С. 18–35.
- [13] Тихомиров К.В., Серегеенко Э.С. Теплотехника, теплогазоснабжение и вентиляция. – М.: Стройиздат, 1991. – 480 с.
- [14] Акбасов А.Р. Разработка интеллектуальной системы управления тепловыми сетями города: Дисс. док-ра PhD. – Алматы: КазНТУ им. К.И. Сатпаева, 2011. – 115 с.
- [15] Novitsky N.N., Alekseev A.V., et al. Multilevel modeling and optimization of large-scale pipeline systems operation // Energy. – 2019. – Vol. 184. – P. 151–164. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2018.02.070>
- [16] Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В. Моделирование и оптимизация потока распределения в инженерных сетях. – М.: Стройиздат, 1990. – С. 88–127.
- [17] Зверева Т.В., Челинцев С.Н., Яковлев Е.И. Моделирование трубопроводного транспорта нефтехимических производств. – М.: Химия, 1987. – С. 90–93.
- [18] Штеренлихт Д.В. Гидравлика: Учеб. пособие для ВУЗов. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 351 с.
- [19] Новоселов В.Ф., Гольянов А.И., Муфтахов Е.М. Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации газопроводов. – М.: Недра, 1982. – 136 с.
- [20] Sadeghianjahromi A., Wang C.C. Heat transfer enhancement in fin-and-tube heat exchangers – A review on different mechanisms // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2021. – Vol. 137. – P. 110470. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2020.110470>
- [21] Patil S., Karkhedkar R. Parametric CFD Analysis to study the Influence of Fin Geometry on the Performance of a Fin and Tube Heat Exchanger // Linköping Electronic Conference Proceedings. – 2018. – Vol. 142. – P. 19–26.
- [22] Kumar M. Numerical Investigation of Heat Transfer Enhancement and Pressure Drop of a Double Tube Heat Exchanger with Rectangular Fins in the Annulus Side // International Journal of Dynamics of Fluids. – 2018. – Vol. 13. – P. 145–155.

- [23] Volkov A.A., Petrushik A.I. Efficiency of Heat Transfer in Closed Cooling Tower // Heat Transfer Research. – 2025. – Vol. 56. – P. 45–56. doi: <http://dx.doi.org/10.1615/HeatTransRes.2025>
- [24] Nair A.S., Ashin K.S., Basil T.E., Arun K.R., Alex T. Numerical Investigation and Sizing of Different Geometries of Fin and Tube Air-Cooled Condensers // AIP Conference Proceedings. – 2024. – Vol. 3134. – Art. 130016.

UDC 532

A MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER FROM A LIQUID COOLANT FLOWING THROUGH A CYLINDRICAL PIPELINE FINNED WITH RECTANGULAR FINN

^{1,2*}Ergashev D.Y., ³Khujaev J.I., ⁴Akhmadjonov S.S.

*dilshod77m@gmail.com

¹Academy of sciences of the Republic of Uzbekistan, Institute of mechanics and seismic stability of structures

33, str. Durman yuli, Tashkent, 100125, Uzbekistan;

²Almalyk state technical institute,

45, M. Ulugbek street, Almalyk, Tashkent region, 110100, Uzbekistan;

³Management development institute of Singapore in Tashkent,

28A, Bunyodkor avenue, Tashkent, 100027 Uzbekistan;

⁴Andijan state technical institute,

56, Bobur Shoh avenue, Andijan, 170119 Uzbekistan.

This paper develops a quasi-one-dimensional mathematical model of steady-state heat transfer from a thin rectangular fin installed on a cylindrical pipeline parallel to its generatrix. Unlike classical formulations, third-kind boundary conditions are specified at both fin bases, accounting for heat exchange with the coolant and the environment, as well as heat transfer through the fin's lateral surfaces. An analytical solution of the heat-conduction equation describing the temperature distribution along the fin height is obtained. The influence of fin height and thickness and of the material's thermophysical properties on the temperature field is analyzed numerically. Increasing the fin thickness is shown to slow the temperature decrease along the height and to raise the total heat removed. Formulas for the finning efficiency and for the streamwise change of the coolant temperature are proposed. The results confirm the model's validity and its applicability for evaluating the finning efficiency of heat-exchange surfaces.

Keywords: fin, heat transfer, quasi-one-dimensional mathematical model, steady-state thermal conductivity, third-kind boundary conditions, finning efficiency, analog of Shukhov's formula.

Citation: Ergashev D.Y., Khujaev J.I., Akhmadjonov S.S. 2026. A mathematical model of heat transfer from a liquid coolant flowing through a cylindrical pipeline finned with rectangular fins. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 3(73):50-60.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.3_73.2026.04

HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 3(73) 2026

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Арипов М.М., Шадиметов Х.М., Ахмедов Д.Д.

Ответственный секретарь:

Убайдуллаев М.Ш.

Редакционный совет:

Азамов А.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л.,
Бурнашев В.Ф., Джумаёзов У.З., Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия),
Игнатъев Н.А., Ильин В.П. (Россия), Иманкулов Т.С. (Казахстан),
Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С.,
Мирзаев Н.М., Мурадов Ф.А., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М.,
Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Садуллаева Ш.А.,
Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х.,
Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Эшмаматова Д.Б., Дустмуродова Ш.Ж.,
Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария),
Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 71 263-41-98.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 25.06.2026 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №3. Тираж 100 экз.

Содержание

Яхшибаев Д.С., Боборахимов Б.И.

Математическое моделирование поступления многофазного потока смеси в стратифицированное водохранилище и разрушения слоистой структуры . . . 7

Бахтиёрв Б.Б., Хужаев И.К., Туропова Н.В.

Математическая модель и анализ гашения гидравлического удара с помощью воздушного колпака 25

Бегимов О.М., Хужаев И.К., Мамадалиев Х.А.

Исследование скорости распространения малых возмущений давления в газожидкостной среде с учетом массовой концентрации газа и деформации стенки трубопровода 37

Эргашев Д.Й., Хужаев Ж.И., Ахмаджонов С.С.

Математическая модель процесса теплоотдачи от жидкого теплоносителя, текущего по оребренному прямоугольными ребрами цилиндрическому трубопроводу 50

Музаффаров С.А., Маратов Х.У., Хамдамов А.А.

Вычислительное моделирование вертикально-осевой ветроэнергетической установки с пассивным изменением шага лопастей для условий слабых ветров 61

Хожжикулов Ш.Ш., Бегимов О.М., Обиджонов А.Ж.

Исследование динамики переходных процессов, связанных с изменением расхода в конце участка трубопровода, с учетом и без учета силы сопротивления 75

Равшанов Ш.А., Боборахимова М.И., Чулмиев Ш.И.

Моделирование тепло- и массообмена в рельефном трубопроводе с постоянными и изменяющимися диаметрами 90

Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Бердиёров Ш.Ш.

Характеристики загрязнения мембраны в процессе фильтрации и транспортировки в цилиндрическом пористом фильтре 104

Халджигитов А.А., Бобоназаров А.А., Рахмонова Р.А., Тиловов О.О.

Численное моделирование задач теории упругости в напряжениях методом конечных элементов 125

Тиловов М.А.

Численное исследование динамики производных различного порядка уравнения Фолкнера–Скэна в зависимости от градиента давления 139

Жумаев З.З.

Приближённое решение задач с начальными условиями для дифференциальных уравнений первого порядка с использованием комбинированного метода Рунге–Кутты и метода с кусочно-постоянным аргументом 153

Contents

<i>Yakhshibaev D.S., Boborakhimov B.I.</i> Mathematical modeling of multiphase mixture inflow into a stratified reservoir and the breakdown of the layered structure	7
<i>Bakhtiyorov B.B., Khujaev I.K., Turapova N.V.</i> Mathematical model and analysis of water hammer damping using an air vessel .	25
<i>Begimov O.M., Khujaev I.K., Mamadaliev Kh.A.</i> Investigation of the propagation velocity of small pressure disturbances in a gas–liquid medium with account for gas mass concentration and pipeline wall deformation	37
<i>Ergashev D.Y., Khujaev J.I., Akhmadjonov S.S.</i> A mathematical model of heat transfer from a liquid coolant flowing through a cylindrical pipeline finned with rectangular fins	50
<i>Muzaffarov S.A., Maratov Kh.U., Hamdamov M.M.</i> Computational modeling of a passive-pitch low-wind vertical-axis wind turbine .	61
<i>Khozhikulov Sh.Sh., Begimov O.M., Obidjonov A.J.</i> Investigation into the dynamics of transient processes associated with flow rate changes at the end of a pipeline section, both with and without resistance force .	75
<i>Ravshanov Sh.A., Boborakhimova M.I., Chulliev Sh.I.</i> Modelling heat and mass transfer in a relief pipeline with constant and varying diameters	90
<i>Ravshanov N., Boborakhimov B.I., Berdiyev Sh.Sh.</i> Membrane fouling characteristics during filtration and transport processes in a cylindrical porous filter	104
<i>Khaldjigitov A.A., Bobonazarov A.A., Rakhmonova R.A., Tilovov O.O.</i> Numerical modeling of elasticity theory problems in terms of stresses using the finite element method	125
<i>Tilovov M.A.</i> Numerical study of the dynamics of derivatives of various orders of the Falkner–Skan equation depending on the pressure gradient	139
<i>Jumaev Z.Z.</i> Approximate solution of initial value problems for first-order differential equations using a combined Runge-Kutta and piecewise constant argument method .	153