

УДК 519.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕОФИЛЬТРАЦИИ И АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ НА ОРОШАЕМЫХ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКАХ

¹Курбонов Н., ¹Боборахимов Б., ¹Хакназарова Д., ^{1,2*}Муродуллаев Б.

*bmurolullayev1114@gmail.com

¹Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,

100125, Узбекистан, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-он, м-в Буз-2, д. 17А;

²Tashkent international university of education,

100207, Узбекистан, г. Ташкент, м-в Тузель-2, ул. Имама Бухари, д. 2.

В данной статье рассматриваются теоретические основы и практическое применение математической модели для прогнозирования движения и уровней грунтовых вод на основе анализа современной литературы. Усовершенствована математическая модель, основанная на законе Дарси и уравнениях конвекции-диффузии, для определения динамики и уровней грунтовых вод на орошаемых сельскохозяйственных землях. Предложенная модель определяет скорость, направление и концентрацию грунтовых вод, учитывая процессы конвекции и диффузии, кроме того, модель позволяет более точно прогнозировать изменения уровней грунтовых вод, учитывая соленость воды, температуру, насыщенность почвы и другие гидрогеологические параметры, что делает модель эффективной не только для моделирования динамики потока воды, но и для оптимизации ирригационных систем и снижения экологических рисков. Данная работа вносит значительный вклад в разработку интегрированного механизма управления ирригационными системами и водными ресурсами не только с теоретической, но и с практической точки зрения.

Ключевые слова: уровень грунтовых вод, закон Дарси, достижение максимальной концентрации среды, скорость фильтрации, температура, концентрация, насыщение, поливная вода, функция уровня.

Цитирование: Курбонов Н., Боборахимов Б., Хакназарова Д., Муродуллаев Б. Моделирование процесса геофильтрации и анализ движения воды на орошаемых земельных участках // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2026. – № 1(71). – С. 57-70.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.1_71.2026.05

1 Введение

Оросительные системы являются одним из основных факторов, обеспечивающих рациональное и эффективное использование водных ресурсов на орошаемых территориях. Эти системы не только удовлетворяют потребности сельскохозяйственных культур в воде, но и играют важную роль в поддержании нормальной влажности почвы и повышении урожайности. Однако интенсивность и продолжительность процесса орошения вызывают существенные изменения движения и уровня грунтовых вод, что приводит к формированию сложных и многофакторных гидрологических процессов.

Динамика подземных вод тесно связана с физико-механическими свойствами почвенных и грунтовых слоев, включая пористость, водопроницаемость и коэффициенты фильтрации. Также на движение подземных вод непосредственно влияют распределение стока оросительной воды, процессы инфильтрации и взаимодействие между

поверхностными и подземными водными системами. В результате неравномерного распределения этих факторов по регионам уровень и направление подземных вод могут значительно различаться, поэтому точное прогнозирование движения и уровня грунтовых вод с помощью научно обоснованных математических моделей имеет важное научное и практическое значение в эффективном управлении оросительными системами, оптимальном использовании водных ресурсов и предотвращении экологических проблем, связанных с водой, в том числе засоления почв, заболачивания и деградации посевных площадей.

Мир Ахмад Мухаммади в [1] изучал проблему повышения уровня грунтовых вод, возникающего после закрытия угольных месторождений в Рурском регионе Германии. В исследовании разработана компьютерная модель на основе системной динамики для анализа взаимосвязей между уровнем подземных вод и геотехническими факторами. С использованием причинно-следственных и потоковых диаграмм оценено влияние осадков, давления и пористости на подъём уровня подземных вод. Моделирование показало, что увеличение уровня подземных вод на 10% вызывает его дополнительный рост на 6%, тогда как повышение общего давления снижает интенсивность подъёма. Наибольший рост наблюдается в первые 15 лет после закрытия шахты; предложены меры по его долгосрочному снижению.

Работа [2] посвящена изучению проблемы точного прогнозирования уровня грунтовых вод в бассейне реки Эргене в Турции, где модель была обучена и протестирована на основе еженедельных данных уровня грунтовых вод, взятых из четырех скважин в период с 1966 по 2023 год. Результаты показали, что модели глубокого машинного обучения достигли значительно более высокой точности по сравнению с неглубокими моделями, а разработанная ансамблевая модель превзошла все индивидуальные модели. Прогнозы этой модели очень близки к реальным измерениям и предлагаются в качестве важного инструмента для эффективного использования подземных вод, устойчивого управления и достижения целей устойчивого развития.

Эгамбердиев и др. в статье [3] разработали методы численного моделирования процессов геофильтрации в подземных водах и применили их для решения гидрогеологических задач. В работе исследованы процессы фильтрационного поступления грунтовых вод в горных районах и предложены подходы к оптимальному проектированию дренажных систем. Разработаны математические модели, описывающие взаимодействие подземных и поверхностных вод, динамику уровня и водный баланс с учетом инфильтрации и насыщения в однослойной среде. Показано, что применение информационных технологий и ГИС повышает точность гидрогеологических расчетов. На основе результатов даны практические рекомендации по рациональному использованию подземных вод для питьевого водоснабжения и орошения в горных районах Узбекистана.

В период 2006-2018 гг. проведён статистический анализ динамики уровня грунтовых вод в бассейне Цзи Юань, выявивший устойчивую тенденцию к их снижению и риск истощения мелководных водоносных горизонтов [4], где для обеспечения рационального использования подземных вод разработана количественная модель на основе принципов Количественная теория типа I, учитывающая семь ключевых факторов: осадки, испарение, объём водоотбора, гидравлическую проницаемость, удельную водоотдачу, литологию зоны аэрации и тип землепользования. Результаты показали, что модель объясняет 78,9% вариаций уровня грунтовых вод и адекватно воспроизводит четыре типа их динамики, что подтверждает её применимость для прогнозирования изменений уровня воды и регулирования водоотбора.

Ученые из Ирана в [5] исследовали методы прогнозирования колебаний уровня грунтовых вод, сначала использовалась цифровая модель GMS, построенная на основе статистических данных и карт равнины Сонкор, с последующей калибровкой и валидацией. Затем были применены модели искусственного интеллекта (GA-ANN, ICA-ANN, ELM, ORELM), которые требуют меньшего объема исходных данных и обеспечивают более высокую точность. Наилучшие результаты показала модель ORELM (коэффициент корреляции 0,96), что подтверждено диаграммой Тейлора. Кроме того, для анализа снижения уровня грунтовых вод и засухи в Эрбильском бассейне на основе данных более 240 скважин была построена 3D-гидрогеологическая модель в GMS с учётом геологического строения и разделением водопроницаемых и водоупорных слоёв. Результаты показали целесообразность применения моделей ИИ вместо сложных цифровых моделей для прогнозирования уровня подземных вод.

В работе [6] модель, откалиброванная методом PEST, имеет очень высокую точность ($R^2 = 0,9998$), определены значения гидравлической проницаемости и запаса. В результате водные слои Эрбильского бассейна были разделены на свободные, напорные и полупонапорные типы. Для устранения проблемы нехватки данных полевые данные были объединены с данными дистанционного зондирования (earth observation). Результаты исследования служат важной научной основой для устойчивого и эффективного использования подземных вод в бассейне Эрбиля и предлагаются в качестве надежного инструмента для лиц, принимающих решения в управлении водными ресурсами.

Работа [7] посвящена оценке влияния изменения климата и давления человеческой деятельности на состояние подземных вод в будущем. В исследовании использовалась модель полностью распределенных гидрологических и подземных вод на основе климатических сценариев RCP4.5 и RCP8.5 в рамках CMIP6, а также рассмотрены три сценария водозабора (возрастающий, постоянный и убывающий). Анализ проводился на основе краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных прогнозов на 2030, 2050 и 2100 годы, в качестве примера был выбран бассейн подземных вод Бандунг в Индонезии. Результаты показали, что климатические факторы, такие как увеличение количества осадков и повышение температуры, не оказали существенного влияния на повторное наполнение подземных вод. И наоборот, если добыча воды на текущем неустойчивом уровне продолжится, уровень воды в напорных водоносных горизонтах Ожидается снижение до 7,14 м в 2030 году, 15,25 м в 2050 году и 29,51 м в 2100 году. Если увеличить добычу воды в соответствии с ростом населения, это негативное влияние усилится почти вдвое, а если сократить добычу воды из-за переноса столицы, появится возможность восстановления подземных вод. Согласно выводам исследования, деятельность человека окажет гораздо более сильное влияние на будущее состояние подземных вод, чем изменение климата, и результаты послужат важной научной основой для управления водными ресурсами.

В работе [8] ученые провели всесторонний анализ развития методов машинного обучения в прогнозировании уровня грунтовых вод. Исследование проводилось на основе 428 научных статей, относящихся к 1990-2023 годам, полученных из базы данных Web of Science, были изучены тенденции во времени, междисциплинарные связи, входные переменные, используемые модели машинного обучения и показатели оценки. Результаты показали, что в последние годы количество статей в этой области резко возросло, а междисциплинарные исследования усилились. Наиболее часто используемыми методами являются искусственные нейронные сети (ИНС) и их варианты глубокого изучения, за которыми следуют модели SVM и нечеткой

логики (fuzzy logic). Также показана роль ансамблевых подходов, методов оптимизации параметров, разделения сигналов и неконтролируемого обучения в повышении точности модели. В конце исследования улучшение работы с данными, повышение обобщающей способности модели, оценка неопределенности и укрепление глобального сотрудничества были рекомендованы в качестве важных научных направлений на будущее.

Статьи [9, 11] посвящены изучению подземных и напорных вод, а также концентрации солей и процессам фильтрации с помощью математического и численного моделирования. В [9] процессы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для решения которых разработаны конечно-разностные схемы и численные алгоритмы. В исследовании [10] учтены активная пористость, скорость течения, коэффициенты фильтрации, испарения, потери воды и двусторонние граничные условия в двухслойных геосистемах. Работа [11] посвящена анализу влияния изменения уровня грунтовых вод и скорости фильтрации, а также изменения концентрации напорных вод и солей на экологические процессы. В качестве общих результатов предложены эффективные методы научного и практического моделирования для управления водными ресурсами и прогнозирования динамики подземных вод.

Со стороны авторов [12] разработана и внедрена автоматизированная система мониторинга для регулярного наблюдения за состоянием подземных вод под воздействием природных и техногенных факторов. Они обнаружили, что ручного мониторинга существующих ирригационных систем и мелиоративных служб недостаточно для быстрого и точного принятия решений. В связи с этим предложена автоматизированная система, основанная на современных информационно-коммуникационных, и ГИС-технологиях.

В исследованиях [13] и [14] авторами рассмотрен вопрос моделирования процесса фильтрации подземных вод в районах повторных культур. Ранее в статье был проведен анализ существующих научных работ по математическому и численному моделированию. Значения уровня подземных и поверхностных вод в исследуемом слое получены относительно водонепроницаемого слоя нижнего горизонта, а движение в водоносных горизонтах в качестве математической модели представлено нелинейным дифференциальным уравнением параболического характера. Результаты расчетов показали, что наибольшее влияние на уровень грунтовых вод оказывают орошаемые воды в процессе фильтрации.

Вышеуказанные источники охватывают анализ фундаментальных научных знаний по ирригационным системам, а также по прогнозированию движения и уровня грунтовых вод, проведенных за последние годы. Анализ существующих научных исследований показывает, что определение индивидуальных параметров для каждого отдельного участка и оптимальное распределение водных ресурсов в процессе моделирования уровня и динамики подземных вод является одной из важнейших и в то же время сложных задач. Кроме того, установлено, что из-за того, что среда на орошаемых территориях зачастую имеет гетерогенный характер, равномерное распределение ресурсов не обеспечивает достаточного уровня водонасыщенности. Поддержание оптимального уровня грунтовых вод на орошаемых землях, балансирование избыточного количества воды за счет внешних факторов и регулярное пополнение территорий с недостаточным водоснабжением служат не только повышению урожайности сельского хозяйства, но и обеспечению экологической устойчивости.

2 Постановка задачи

Учитывая физические параметры процессов геофильтрации на орошаемых территориях предлагается следующая математическая модель, описывающая закономерности движения и распределения подземных вод в рассматриваемой среде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} + \left(\begin{aligned} & \frac{\partial \xi_x(x, y, z, t)u(x, y, z, t)C(x, y, z, t)}{\partial x} + \\ & \frac{\partial \xi_y(x, y, z, t)v(x, y, z, t)C(x, y, z, t)}{\partial y} + \\ & \frac{\partial \xi_z(x, y, z, t)w(x, y, z, t)C(x, y, z, t)}{\partial z} \end{aligned} \right) = \\ = \left(\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi_x(x, y, z, t)D_x(x, y, z, t) \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left(\xi_y(x, y, z, t)D_y(x, y, z, t) \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial y} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left(\xi_z(x, y, z, t)D_z(x, y, z, t) \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial z} \right) \end{aligned} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S_q \frac{1}{\rho(x, y, z)g} \frac{\partial P(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x, y, z, t) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P(x, y, z, t)}{\rho(x, y, z)g} + z \right) \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(x, y, z, t) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P(x, y, z, t)}{\rho(x, y, z)g} + z \right) \right) + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(k(x, y, z, t) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P(x, y, z, t)}{\rho(x, y, z)g} + z \right) \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Согласно закону Дарси, скорость фильтрации жидкости в пористой среде определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) = -\frac{k(x, y, z, t)}{\mu(x, y, z, t)} \frac{\partial P(x, y, z, t)}{\partial x}, \quad v(x, y, z, t) = -\frac{k(x, y, z, t)}{\mu(x, y, z, t)} \frac{\partial P(x, y, z, t)}{\partial y}, \\ w(x, y, z, t) = -\frac{k(x, y, z, t)}{\mu(x, y, z, t)} \frac{\partial P(x, y, z, t)}{\partial z}. \end{aligned}$$

Начальные и граничные условия для предлагаемой математической модели определяются следующим образом:

$$C(x, y, z, t)|_{t=0} = C_0(x, y, z), \quad P(x, y, z, t)|_{t=0} = P_0(x, y, z).$$

Значения концентрации и давления в предельных точках вводятся следующими уравнениями. Значения функции C , представляющей концентрацию, в предельных точках вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} C(x, y, z, t) &= C(x + \Delta x, y, z, t) + (C(x + \Delta x, y, z, t) - C(x + 2\Delta x, y, z, t)) \text{ при } x = 0; \\ C(x, y, z, t) &= C(x - \Delta x, y, z, t) + (C(x - \Delta x, y, z, t) - C(x - 2\Delta x, y, z, t)) \text{ при } x = L_x; \\ C(x, y, z, t) &= C(x, y + \Delta y, z, t) + (C(x, y + \Delta y, z, t) - C(x, y + 2\Delta y, z, t)) \text{ при } y = 0; \\ C(x, y, z, t) &= C(x, y - \Delta y, z, t) + (C(x, y - \Delta y, z, t) - C(x, y - 2\Delta y, z, t)) \text{ при } y = L_y; \\ C(x, y, z, t) &= C(x, y, z + \Delta z, t) + (C(x, y, z + \Delta z, t) - C(x, y, z + 2\Delta z, t)) \text{ при } z = 0; \\ C(x, y, z, t) &= W_g \text{ при } z = L_z. \end{aligned}$$

Значения функции P , представляющей давление, в предельных точках вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}
P(x, y, z, t) &= P(x + \Delta x, y, z, t) + (P(x + \Delta x, y, z, t) - P(x + 2\Delta x, y, z, t)) \text{ при } x = 0; \\
P(x, y, z, t) &= P(x - \Delta x, y, z, t) + (P(x - \Delta x, y, z, t) - P(x - 2\Delta x, y, z, t)) \text{ при } x = L_x; \\
P(x, y, z, t) &= P(x, y + \Delta y, z, t) + (P(x, y + \Delta y, z, t) - P(x, y + 2\Delta y, z, t)) \text{ при } y = 0; \\
P(x, y, z, t) &= P(x, y - \Delta y, z, t) + (P(x, y - \Delta y, z, t) - P(x, y - 2\Delta y, z, t)) \text{ при } y = L_y; \\
P(x, y, z, t) &= P(x, y, z + \Delta z, t) + (P(x, y, z + \Delta z, t) - P(x, y, z + 2\Delta z, t)) \text{ при } z = 0; \\
P(x, y, z, t) &= P(x, y, z - \Delta z, t) + \begin{pmatrix} lP(x, y, z - \Delta z, t) - \\ -P(x, y, z - 2\Delta z, t) \end{pmatrix} + P_A + P_g \text{ при } z = L_z,
\end{aligned}$$

где $C(x, y, z, t)$ – концентрация воды в среде; ξ_x, ξ_y, ξ_z – достижение максимальной концентрации среды; $u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t)$ – компоненты адвекции; S_q – коэффициент водоудерживания среды; ρ, g – плотность воды и ускорение свободного падения; P_A – атмосферное давление; P_g – гидростатическое давление; $D_x(x, y, z, t), D_y(x, y, z, t), D_z(x, y, z, t)$ – коэффициенты диффузии.

$$W_g = \delta_{in}Q_{in} - \delta_bQ_b + \delta_sQ_s,$$

где Q_{in} – инфильтрационное насыщение подземных вод атмосферными осадками; Q_s – количество воды, подаваемой в период орошения; Q_b – испарение [13].

$$\delta_m = \begin{cases} 1, & x = x_m, y = y_m, z = z_m, t = t_m; \\ 0, & x \neq x_m, y \neq y_m, z \neq z_m, t \neq t_m, \end{cases}$$

$m \in [in, b, s].$

Для определения $H(x, y, z, t)$ уровня воды используем следующее соотношение:

$$\xi(x, y, z, t) = \begin{cases} 1, & \begin{cases} C_{max}(x, y, z', t) - C(x, y, z', t) \leq \varepsilon \forall z' \leq z, \\ C_{max}(x, y - \Delta y, z - \Delta z, t) - C(x, y - \Delta y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x, y + \Delta y, z - \Delta z, t) - C(x, y + \Delta y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x - \Delta x, y, z - \Delta z, t) - C(x - \Delta x, y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \\ C_{max}(x + \Delta x, y, z - \Delta z, t) - C(x + \Delta x, y, z - \Delta z, t) \leq \varepsilon, \end{cases} \\ 0, & \end{cases}$$

где $C_{max}(x, y, z, t)$ – максимальная концентрация водопоглощения среды.

Эта величина, которая обычно принимает различные значения на площадях, зависит от типа почвы и концентрации почвы. В работах многих ученых средний диапазон изменения рассматривался от 0,3 до 0,45. Если имеются неоднородные сложные пористые среды, максимум этих значений изменяется от 0.1 до 0.7. В процессе визуализации вычислительных экспериментов максимальные значения отражаются функцией уровень воды $H(x, y, z, t, C)$, а коэффициент проницаемости определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned}
k(x, y, z, t) &= k_0 \left(1 + \frac{P(x, y, z)}{P_0} - \frac{S(x, y, z, t)}{S_0} \right) \times \\
&\times \frac{T(x, y, z)}{T_0} (1 - F(x, y, z, t)), \tag{3}
\end{aligned}$$

где k_0 – текущий коэффициент проводимости; $P(x, y, z, t)$ – функция давления; $S(x, y, z, t)$ – степень солености воды; P_0, S_0, T_0 – Характерное значение коэффициентов; $T(x, y, z)$ – температура; $F(x, y, z, t)$ – степень насыщения почвы.

Из уравнения (3) видно, что степень насыщения почвы является переменной, зависящей от времени, которая может изменяться из-за поступления воды в почву с помощью дождя или орошения. Чтобы описать этот процесс, мы используем функцию логистического роста, которая представляет собой увеличение степени насыщения почвы и ее последующее возвращение к устойчивому состоянию:

$$F(x, y, z, t) = F_{max} \frac{1}{1 + e^{-k_F(t-t_0)}},$$

где F_{max} – степень максимального насыщения почвы; k_F – коэффициент насыщения почвы; t_0 – показывает точку инфляции, то есть время наиболее быстрого роста процесса насыщения.

Скорость питания почвы обычно измеряется в часах или сутках. Этот коэффициент зависит от водопоглощающей способности почвы, а также от количества осадков и условий орошения.

Быстро впитывающие почвы (песчаные): эти почвы быстро впитывают воду, поэтому значение k_F высокое. Исходя из имеющейся литературы, значение k_F может варьироваться от 0.5 до 2.0 в час.

Медленно впитывающие почвы (глинистые и илистые): эти почвы медленно впитывают воду, поэтому значение k_F ниже, например, может варьироваться от 0,1 до 0,5 в час.

Из уравнения (3) следует, что степень засоления воды может изменяться со временем, что обычно происходит из-за водных потоков, испарения воды и других экологических процессов. Если соленость воды меняется со временем, её можно определить с помощью следующей функции:

$$S(x, y, z, t) = S_0 e^{-k_s t},$$

где S_0 – начальная степень солености воды; k_s – коэффициент снижения солености воды.

Скорость снижения уровня солености воды в основном зависит от интенсивности испарения и объема пресной воды, поступающей в водоем. Скорость этого процесса обычно оценивается в суточных или месячных единицах времени. В реках и водохранилищах с хорошо развитым стоком уровень солености изменяется относительно быстро, поскольку в такие объекты наблюдается постоянный приток пресной воды. В этих условиях показатель скорости изменения солености составляет примерно в сутки. Может быть в пределах 0,01-0,1. В районах с ограниченным водообменом, включая некоторые искусственные водохранилища или водоемы со специальными климатическими условиями, темпы изменения концентрации солей в воде значительно снижаются, и этот показатель обычно оценивается в диапазоне 0,001-0,01 в месяц.

3 Алгоритм численного решения задачи

Поскольку поставленная задача сложна и многомерна, получить аналитическое решение сложно. Учитывая это, заменив непрерывную область изменения переменных сетчатой областью

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} lx_i = x_0 + i\Delta x, i = 0, 1, \dots, N_x; \\ y_j = y_0 + j\Delta y, j = 0, 1, \dots, N_y; \\ z_k = z_0 + k\Delta z, k = 0, 1, \dots, N_z, T_n \end{array} \right\}.$$

Для решения поставленной задачи используем метод конечных разностей. Определяя время с помощью выражения, $T_n = \sum_{\tau=0}^n \Delta t_\tau$ для поддержания устойчивости конечно-разностной схемы определяем шаг времени следующим образом:

$$\Delta t = \min \left(\frac{\Delta x}{u_{max}}, \frac{\Delta y}{v_{max}}, \frac{\Delta z}{w_{max}}, \frac{\Delta x^2}{2D}, \frac{\Delta y^2}{2D}, \frac{\Delta z^2}{2D} \right).$$

Объединяя вышеуказанные компоненты, мы представляем уравнение (1) в виде общего конечно-разностного уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^n}{\Delta t^n} = \\ & = - \left(\xi_{x \ i-1/2,j,k} u_{i-1/2,j,k}^n \frac{C_{i-1,j,k}^n - C_{i,j,k}^n}{2\Delta x} + \xi_{x \ i+1/2,j,k} u_{i+1/2,j,k}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i+1,j,k}^n}{2\Delta x} \right) - \\ & - \left(\xi_{y \ i-1/2,j,k} v_{i,j-1/2,k}^n \frac{C_{i,j-1,k}^n - C_{i,j,k}^n}{2\Delta y} + \xi_{y \ i+1/2,j,k} v_{i,j+1/2,k}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i,j+1,k}^n}{2\Delta y} \right) - \\ & - \left(\xi_{z \ i-1/2,j,k} w_{i,j,k-1/2}^n \frac{C_{i,j,k-1}^n - C_{i,j,k}^n}{2\Delta z} + \xi_{z \ i+1/2,j,k} w_{i,j,k+1/2}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i,j,k+1}^n}{2\Delta z} \right) + \\ & + \xi_{x \ i-1/2,j,k} D_x \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{2\Delta x^2} + \xi_{x \ i+1/2,j,k} D_x \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{2\Delta x^2} + \\ & + \xi_{y \ i,j-1/2,k} D_y \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{2\Delta y^2} + \\ & + \xi_{y \ i,j+1/2,k} D_y \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{2\Delta y^2} + \\ & + \xi_{z \ i,j,k-1/2} D_z \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} + \\ & + \xi_{z \ i,j,k+1/2} D_z \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} + W_{g_{i,j,k}}^n, \end{aligned}$$

где: $u_{i,j,k}$, $v_{i,j,k}$, $w_{i,j,k}$ – компоненты адвекции; Δx , Δy , Δz – пространственные шаги, D_x , D_y , D_z – коэффициенты диффузии.

Чтобы получить итеративное решение общего дискретизированного уравнения, разделим уравнение на известные и неизвестные.

$$\begin{aligned} & C_{i,j,k}^{n+1} = C_{i,j,k}^n - \\ & - \Delta t^n \left(\begin{aligned} & - \left(\xi_{x \ i-1/2,j,k} u_{i-1/2,j,k}^n \frac{C_{i-1,j,k}^n - C_{i,j,k}^n}{2\Delta x} + \xi_{x \ i+1/2,j,k} u_{i+1/2,j,k}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i+1,j,k}^n}{2\Delta x} \right) - \\ & - \left(\xi_{y \ i,j-1/2,k} v_{i,j-1/2,k}^n \frac{C_{i,j-1,k}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta y} + \xi_{y \ i,j+1/2,k} v_{i,j+1/2,k}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i,j+1,k}^n}{\Delta y} \right) - \\ & - \left(\xi_{z \ i,j,k-1/2} w_{i,j,k-1/2}^n \frac{C_{i,j,k-1}^n - C_{i,j,k}^n}{\Delta z} + \xi_{z \ i,j,k+1/2} w_{i,j,k+1/2}^n \frac{C_{i,j,k}^n - C_{i,j,k+1}^n}{\Delta z} \right) + \\ & + \xi_{x \ i-1/2,j,k} D_x \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{2\Delta x^2} + \\ & + \xi_{x \ i+1/2,j,k} D_x \frac{C_{i+1,j,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i-1,j,k}^n}{2\Delta x^2} + \\ & + \xi_{y \ i,j-1/2,k} D_y \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{2\Delta y^2} + \\ & + \xi_{y \ i,j+1/2,k} D_y \frac{C_{i,j+1,k}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j-1,k}^n}{2\Delta y^2} + \\ & + \xi_{z \ i,j,k-1/2} D_z \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} + \\ & + \xi_{z \ i,j,k+1/2} D_z \frac{C_{i,j,k+1}^n - 2 \cdot C_{i,j,k}^n + C_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} + W_{g_{i,j,k}}^n \end{aligned} \right). \end{aligned}$$

Теперь введем каждый компонент для давления (2) в уравнение, дискретизированное по времени и пространству.

$$\begin{aligned}
 & S_q \frac{1}{\rho g} \frac{P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^n}{\Delta t^n} = \\
 & = \frac{k_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \left(\frac{P_{i+1,j,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta x^2} - \frac{k_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i-1,j,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{k_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \left(\frac{P_{i,j+1,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta y^2} - \frac{k_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i,j-1,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{k_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \left(\frac{P_{i,j,k+1}^n}{\rho g} + z_{k+1} - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta z^2} - \frac{k_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i,j,k-1}^n}{\rho g} - z_{k-1} \right)}{\Delta z^2} + \\
 & + P_{Ai,j,k} + P_{gi,j,k}.
 \end{aligned}$$

Теперь перепишем уравнение, чтобы найти давление $P_{i,j,k}^{n+1}$ на новом шаге:

$$\begin{aligned}
 P_{i,j,k}^{n+1} = P_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t^n \rho g}{S_{save}} & \left[\frac{k_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \left(\frac{P_{i+1,j,k}^n}{\rho g} - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} \right)}{\Delta x^2} - \frac{k_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - \frac{P_{i-1,j,k}^n}{\rho g} \right)}{\Delta x^2} + \right. \\
 & + \frac{k_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \left(\frac{P_{i,j+1,k}^n}{\rho g} - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} \right)}{\Delta y^2} - \frac{k_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - \frac{P_{i,j-1,k}^n}{\rho g} \right)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{k_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \left(\frac{P_{i,j,k+1}^n}{\rho g} + z_{k+1} - \frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} - z_k \right)}{\Delta z^2} - \\
 & \left. - \frac{k_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \left(\frac{P_{i,j,k}^n}{\rho g} + z_k - \frac{P_{i,j,k-1}^n}{\rho g} - z_{k-1} \right)}{\Delta z^2} + P_{Ai,j,k} + P_{gi,j,k} \right].
 \end{aligned}$$

При использовании итерационного метода для решения поставленной задачи процесс сходимости регулярно проверяется на основе следующего условия:

$$\max |C^{r+1} - C^r| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 0.0001, \quad \max |P^{r+1} - P^r| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 0.001,$$

где r – количество итераций, ε – точность итерационного процесса (0,001).

4 Результаты и их анализ

На основе специального программного обеспечения, разработанного для изучения движения подземных вод, мониторинга и прогнозирования их уровня, были проведены вычислительные эксперименты с использованием современных компьютерных технологий.

На рисунках 1-3 показано распределение концентрации C через 2 часа после непрерывной подачи воды сверху на площадь земли размером 80x80 м. В результате орошения в почвенном слое происходит процесс вертикальной инфильтрации и активизируется движение концентрации C по почве. В начале исследования для всех случаев (гравий, песок, супесь, суглинков, глина, ил и плотный грунт) уровень грунтовых вод находится на глубине 3,0 м от поверхности земли, и этот слой рассматривается как ненасыщенная зона, как видно из рисунков 1-3, распределение концентрации

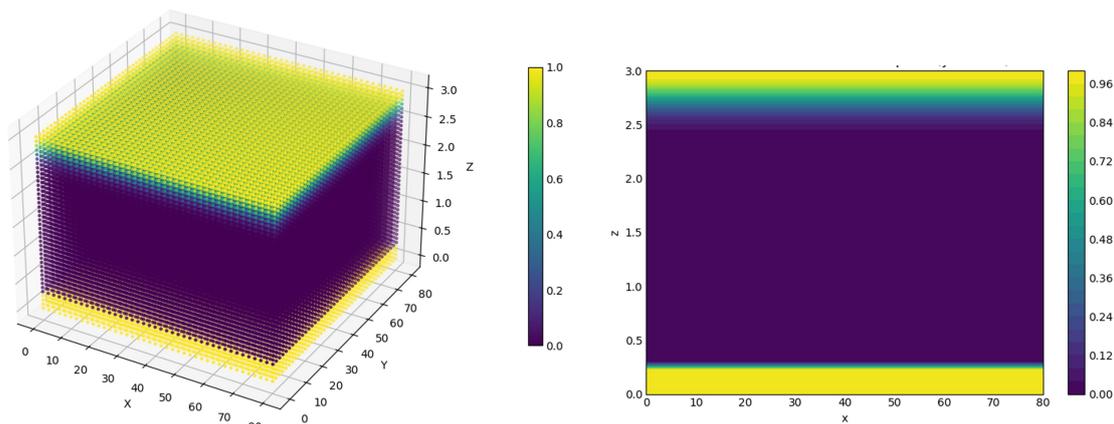


Рис. 1 Распределение концентрации C через 1 часа после орошения общей средней площади почвы

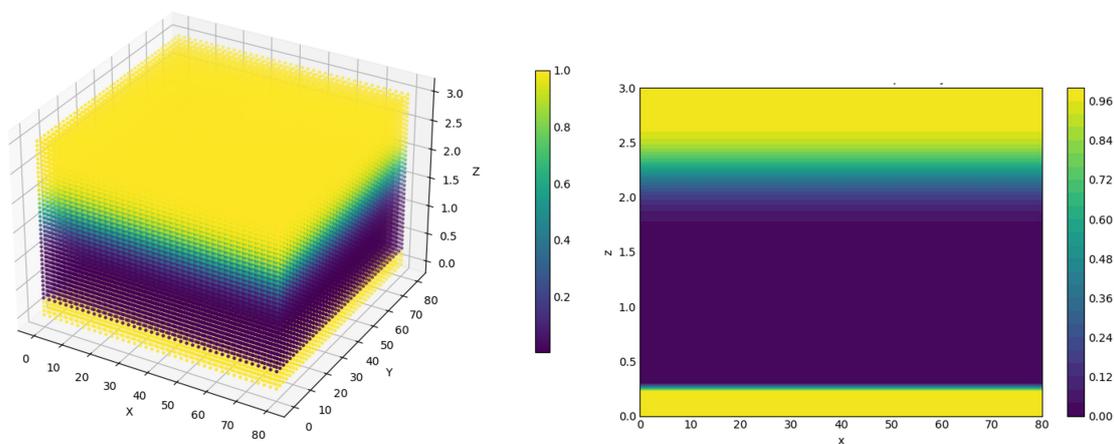


Рис. 2 Распределение концентрации C через 2 часа после орошения общей средней площади почвы

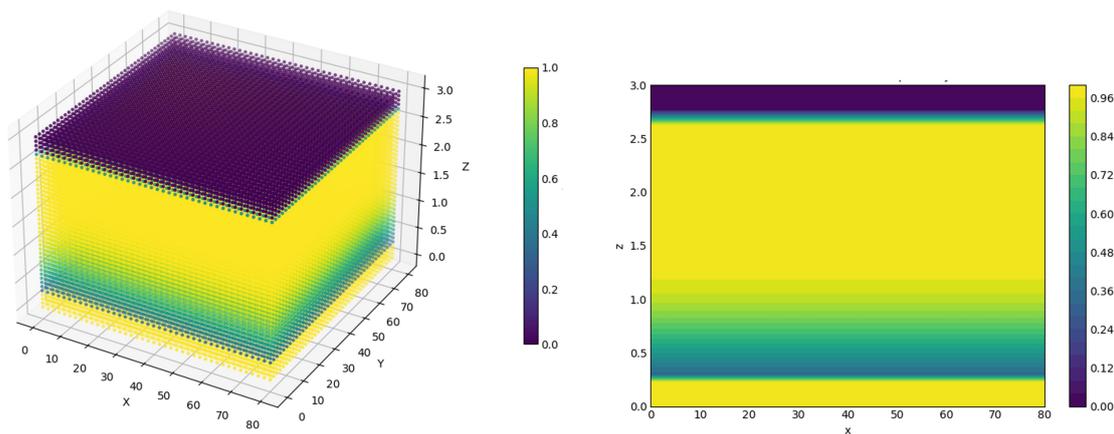


Рис. 3 Распределение концентрации C через 5 часа после орошения общей средней площади почвы

C в течение 2 часов различается в зависимости от типа почвы: в хорошо водопроницаемых почвах концентрация C распространяется глубже и быстрее, в то время как в плотных и малопроницаемых почвах ее движение медленнее и наблюдается накопление в верхних слоях. В целом, в начальный период после полива наблюда-

ется процесс неравномерного, но последовательно формирующегося распределения концентрации C по площади.

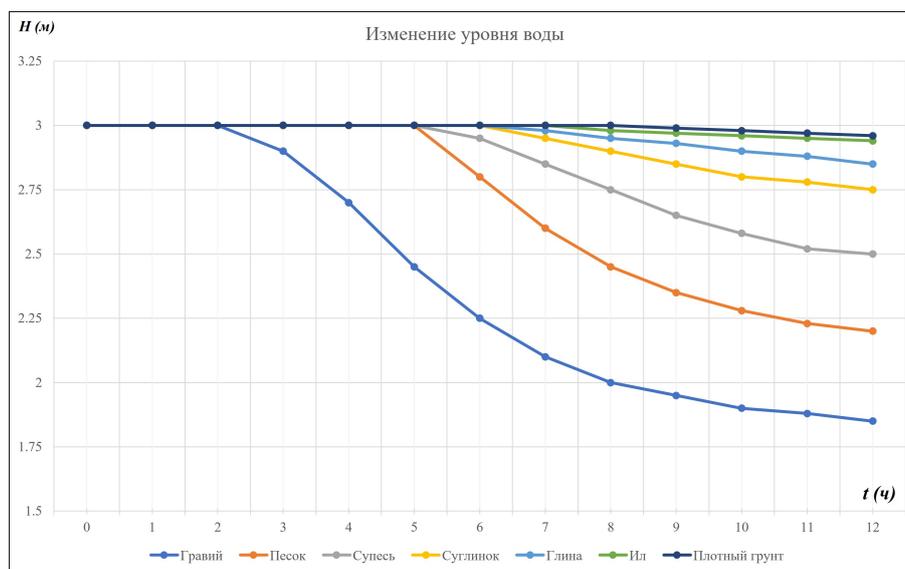


Рис. 4 Изменение уровня грунтовых вод во времени в различных средах

В расчётах, представленных на рисунке 4, толщина ненасыщенного слоя составляет 3,0 м. В течение первых 2,5 часов во всех грунтах (гравий, песок, супесь, суглинок, глина, ил и плотный грунт) уровень воды сохраняется на глубине 3,0 м. В этот период инфильтрационный поток в основном расходуется на заполнение пор почвы водой и увеличение запасов влаги. На графике этот этап представлен почти горизонтальной линией для всех сред.

Наиболее раннее изменение уровня воды наблюдается в гравийной среде с наибольшей проницаемостью. В частности, за 3 часа уровень воды уменьшится на 2,9 м, за 4 часа на 2,7 м и за 6 часов на 2,25 м. К концу 12-го часа глубина уровня воды в гравийном слое составляет 1,85 м. Это объясняется высокой интенсивностью процесса инфильтрации.

Повышение уровня воды в песчаной среде становится отчетливо заметным с 6 часов. Согласно таблице, в 6 часов глубина уровня воды составит 2,8 м, в 7 часов – 2,6 м, а в 9 часов – 2,35 м. К концу исследования, т.е. к 12 часам, уровень воды в песчаной среде стабилизируется на глубине около 2,20 м.

В слое супесчаной почвы изменение уровня воды происходит относительно медленно. В 6 часов уровень воды составляет 2,95 м, в 8 часов 2,75 м и в 12 часов 2,50 м. В этой среде подъем уровня воды медленнее, чем в песке, и представлен более пологими кривыми на графике.

В условиях суглинистого грунта изменение уровня воды развивается ещё медленнее. Согласно рис. 4, через 7 часов уровень воды составит 2,95 м, через 10 часов – 2,80 м, а через 12 часов – 2,75 м. Это связано с относительно низким коэффициентом фильтрации.

В слоях глины и ила, являющихся низкопроницаемыми средами, глубина залегания уровня воды изменяется очень медленно. В глинистой среде к концу 12 часов глубина залегания уровня воды составляет 2,85 м, а в илистой среде этот показатель сохраняется на уровне около 2,94 м. В плотных грунтах процесс инфильтрации резко

ограничен: в течение 12 часов уровень воды практически не изменяется и находится в пределах 2,96–2,99 м.

Со временем скорость подъема уровня грунтовых вод во всех средах постепенно уменьшается. Это объясняется снижением гидравлического градиента в процессе фильтрации, расширением капиллярной зоны и насыщением водоносного горизонта. На графике это проявляется в постепенном горизонтализации кривых, то есть приобретении ими асимптотического характера.

В целом численные результаты, представленные в таблице и на графике, наглядно показывают, что процесс инфильтрации развивается с разной скоростью в различных грунтах. Изменение уровня грунтовых вод во времени напрямую связано с проницаемостью грунта: в гравийной и песчаной средах процесс протекает быстро, а в глинистых, илистых и плотных грунтах – медленно.

5 Заключение

В данном исследовании на основе комплексного подхода глубоко проанализирован вопрос прогнозирования движения и уровня подземных вод на орошаемых сельскохозяйственных территориях. В результате анализа передовой научной литературы определены преимущества и ограничения существующих подходов к моделированию динамики подземных вод и разработана усовершенствованная математическая модель, направленная на их устранение. Предлагаемая модель основана на законе Дарси и уравнениях конвекции-диффузии, которая, наряду с определением скорости и направления движения подземных вод, позволяет учитывать показатели качества воды, в частности, степень солености, распределение температуры, состояние насыщения почвы и другие важные гидрогеологические параметры.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов и моделирования показали, что предложенный подход позволяет с достаточной точностью прогнозировать изменения во времени уровня и качества подземных вод в орошаемых районах. В частности, установлено, что изменение уровня грунтовых вод в условиях непрерывной подачи воды сверху напрямую зависит от стадий процесса инфильтрации. Первоначально инфильтрационный поток расходуется на увлажнение ненасыщенной зоны, и в этот период уровень грунтовых вод остается практически неизменным. Когда инфильтрационный поток достигает подземных вод, уровень воды начинает подниматься, и этот процесс сначала становится интенсивным, а затем замедляющимся, то есть экспоненциальным.

Такое изменение уровня грунтовых вод во времени объясняется фильтрационными свойствами почвы, эффективной пористостью и постепенным уменьшением гидравлического градиента. Полученные результаты показывают, что они имеют важное практическое значение не только в моделировании процессов водотока, но и в вопросах эффективного управления оросительными системами, рационального использования водных ресурсов и улучшения мелиоративного состояния.

В целом, результаты данного исследования обогащают теоретические знания в области управления подземными водами и служат для принятия научно обоснованных решений по развитию ирригационных и мелиоративных систем. Предложенная математическая модель может быть эффективно использована для предотвращения засоления, подтопления и других негативных экологических процессов, связанных с подъемом грунтовых вод, а также для обеспечения устойчивости сельскохозяйственного производства.

Литература

- [1] *Mirahmad M.* A system dynamics simulating model of groundwater level changes and its impacts on land uplift // Mining, Metallurgy and Exploration. – 2025. – Vol. 42. – P. 83-98. – doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s42461-024-01170-4>.
- [2] *Ahmed M.S., Veysi K., Erkan K., Mahmoud E.A.* Improving the accuracy of groundwater level forecasting by coupling ensemble machine learning model and coronavirus herd immunity optimizer // Water Resources Management. – 2025. – Vol. 39. – P. 5415-5442. – doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s11269-025-04210-w>.
- [3] *Egamberdiev K., Khidirova N., Juraev D.A., Elsayed E.E.* Numerical solution of groundwater modeling for mountain regions of Uzbekistan // Discover Water. – 2024. – Vol. 4. – №111. – P. 1-12. – doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s43832-024-00159-w>.
- [4] *Wu Y., Zhang D., Lin Y., Wang X.* Prediction of the dynamic changes of water table based on the quantitative theory type I in the Piedmont Plain of the Taihang Mountains // Scientific Reports. – 2024. – Vol. 14. – №77597. – doi: <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-024-77597-y>.
- [5] *Mohammed K.S., Shabanlou S., Rajabi A., Yosefvand F., Izadbakhsh M.* Prediction of groundwater level fluctuations using artificial intelligence-based models and GMS // Applied Water Science. – 2023. – Vol. 13. – №2. – doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s13201-022-01861-7>.
- [6] *Jwan S.M., Dana Kh.M.* Mathematical modelling for groundwater management for multilayer aquifers (Erbil basin) // Ain Shams Engineering Journal. – 2024. – Vol. 15, Issue 7. – № 102781. – doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asej.2024.102781>.
- [7] *Rusli S.R., Bense V.F., Mustafa S.M.T., Weerts A.H.* The impact of future changes in climate variables and groundwater abstraction on basin-scale groundwater availability // Hydrology and Earth System Sciences. – 2024. – Vol. 28, Issue 22. – P. 5107-5131. – doi: <http://dx.doi.org/10.5194/hess-28-5107-2024>.
- [8] *Hou M., Zhou A., Huang P.* Trends, challenges, and opportunities in groundwater level modeling with machine learning // Environmental Earth Sciences. – 2025. – Vol. 84, Issue 21. – №615. – doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s12665-025-12653-y>.
- [9] *Ravshanov N., Daliev Sh.K., Abdullaev Z., Khafizov O.* Ground and confined underground waters and their salt content // 2020 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT). – Tashkent, – 2020. – P. 1-12. – doi: <http://dx.doi.org/10.1109/ICISCT50599.2020.9351467>.
- [10] *Ravshanov N., Daliev Sh.K.* Non-linear mathematical model to predict the changes in underground water level and salt concentration // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1441, Issue 1. – №012163.
- [11] *Ravshanov N., Zagrebina S.A., Daliev Sh.K.* Numerical simulation of unsteady underground water filtration in a porous medium // Problems of Computational and Applied Mathematics. – 2019. – №4(22). – P. 12-30.
- [12] *Yusupov R.A., Murodullaev B.T., Xaitov N.T., Anorboev E.A., Abdwaitov A.A.* Application of telecommunication and geoinformation support of groundwater monitoring in irrigated agriculture zones // 2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT). – Tashkent, 2021. – P. 1-5. – doi: <http://dx.doi.org/10.1109/ICISCT52966.2021.9670407>.
- [13] *Khabibullayev I., Murodullayev B.T., Haqnazarova D.O.* Numerical modeling of groundwater filtration processes in irrigation areas // Problems of Computational and Applied Mathematics. – 2023. – №3(49). – P. 21-32.

- [14] *Khabibullayev I., Murodullayev B.T., Haqnazarova D.O.* Three-dimensional mathematical model of groundwater level changes in irrigated land // *Problems of Computational and Applied Mathematics*. – 2023. – № 5(52). – P. 44-55.

UDC 519.6

NUMERICAL MODELING OF THE GEOFILTRATION PROCESS ON IRRIGATED LANDS TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL FACTORS

¹*Kurbonov N.*, ¹*Boborakhimov B.*, ¹*Khaknazarova D.*, ^{1,2*}*Murodullaev B.*

*bmurodullayev1114@gmail.com

¹Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,
17A, Buz-2, Tashkent, 100125 Uzbekistan;

²Tashkent international university of education,
2., Imam Bukhari str., Tuzel-2 massif, Tashkent, 100207 Uzbekistan.

This article examines the theoretical foundations and practical application of a mathematical model for forecasting groundwater movement and levels based on the analysis of modern literature. The mathematical model for determining the dynamics and levels of groundwater in irrigated agricultural lands has been improved based on Darcy's law and convection-diffusion equations. The proposed model determines the velocity, direction, and concentration of groundwater, taking into account convection and diffusion processes, and also allows for more accurate prediction of groundwater level changes, taking into account water salinity, temperature, soil saturation, and other hydrogeological parameters, making the model effective not only for modeling water flow dynamics but also for optimizing irrigation systems and reducing environmental risks. This work makes a significant contribution to the development of an integrated management mechanism for irrigation systems and water resources not only from a theoretical but also from a practical point of view.

Keywords: groundwater level, Darcy's law, achieving maximum concentration of the medium, filtration rate, temperature, concentration, saturation, irrigation water, level function.

Citation: Kurbonov N., Boborakhimov B., Khaknazarova D., Murodullaev B. 2026. Numerical modeling of the geofiltration process on irrigated lands taking into account physical factors. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 1(71):57-70.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.1_71.2026.05

HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 1(71) 2026

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Арипов М.М., Шадиметов Х.М., Ахмедов Д.Д.

Ответственный секретарь:

Убайдуллаев М.Ш.

Редакционный совет:

Азамов А.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л.,
Бурнашев В.Ф., Джумаёзов У.З., Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия),
Игнатъев Н.А., Ильин В.П. (Россия), Иманкулов Т.С. (Казахстан),
Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Карачик В.В. (Россия),
Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш.,
Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина),
Расулмухамедов М.М., Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь),
Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х.,
Эшмаматова Д.Б., Дустмуродова Ш.Ж., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 71 263-41-98.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 25.02.2026 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №1. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 1(71) 2026

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Aripov M.M., Shadimetov Kh.M., Akhmedov D.D.

Executive Secretary:

Ubaydullaev M.Sh.

Editorial Council:

Azamov A.A., Alov R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L.,
Burnashev V.F., Djumayozov U.Z., Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia),
Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia), Imankulov T.S. (Kazakhstan), Ismagilov I.I. (Russia),
Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov N.M., Mamatov N.S.,
Mirzaev N.M., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M.,
Opanasenko V.N. (Ukraine), Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus),
Khayotov A.R., Khaldjigitov A., Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh.,
Eshmamatova D.B., Dustmurodova Sh.J., Chye En Un (Russia),
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),
Min A. (Germany), Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

Certificate of Registration No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.
Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 71 263-41-98.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIRI printing office.

Signed for print 25.02.2026

Format 60x84 1/8. Order No. 1. Print run of 100 copies.

Содержание

<i>Равшанов Н., Насруллаев П., Боборахимов Б.</i> Математическое моделирование рассеивания вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу в условиях сложной городской среды	5
<i>Яхшибаев Д.С.</i> Возникновение явления упругого возврата при нестационарном течении реологически сложной жидкости в плоском канале в рамках модели Oldroyd-B	16
<i>Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Бердиёров Ш.Ш.</i> Численное моделирование процессов фильтрации и транспорта в цилиндрическом пористом фильтре с использованием метода конечных объемов	28
<i>Зарипова А.Р.</i> Свойства решений систем уравнений теплопроводности, связанных с нелинейными граничными условиями	43
<i>Курбонов Н., Боборахимов Б., Хажназарова Д., Муродуллаев Б.</i> Моделирование процесса геофильтрации и анализ движения воды на орошаемых земельных участках	57
<i>Джумаёзов У.З., Рахмонова Р.А., Абдирахмонова М.Н.</i> Численное моделирование плоских упругопластических задач в деформациях	71
<i>Мухсинов Е.М., Хакимов Р.И.</i> О разрешимости задачи преследования для дифференциальных игр с дробными производными Хильфера	82
<i>Азамов С.С., Бекмуродова Д.Б.</i> Нахождение экстремальной функции функционала погрешности в пространстве периодических функций	94
<i>Далабаев У. Хасанова Д.</i> Решение задачи Дирихле методом перемещаемого узла	103
<i>Муродов С.К.</i> Численное моделирование краевой задачи для двухпараметрического сингулярно возмущённого дифференциального уравнения с использованием спектрально-сеточного метода	113
<i>Адылова Ф.Т., Давронов Р.Р.</i> Генерации графов заданной структуры: от глубоких нейронных сетей к квантовым моделям (на примере создания новых лекарств)	123

Contents

<i>Ravshanov N., Nasrullaev P., Boborakhimov B.</i> Mathematical modeling of the dispersion of harmful substances released into the atmosphere in complex urban environments	5
<i>Yakhshibaev D.S.</i> The occurrence of the phenomenon of elastic return during unsteady flow of a rheologically complex fluid in a flat channel within the Oldroyd-B model	16
<i>Ravshanov N., Boborakhimov B.I., Berdiyev Sh.Sh.</i> Numerical modeling of filtration and transport processes in a cylindrical porous filter using the finite volume method	28
<i>Zaripova A.R.</i> Properties of solutions to systems of heat conduction equations with nonlinear boundary conditions	43
<i>Kurbonov N., Boborakhimov B., Khaknazarova D., Murodullaev B.</i> Numerical modeling of the geofiltration process on irrigated lands taking into account physical factors	57
<i>Djumayozov U.Z., Rakhmonova R.A., Abdirakhmonova M.N.</i> Numerical Modeling of Plane Elastoplastic Problems in Strains	71
<i>Mukhsinov E.M., Hakimov R.I.</i> On the solvability of the pursuit problem for differential games with fractional Hilfer derivatives	82
<i>Azamov S.S., Bekmurodova D.B.</i> Finding the extremum of the error functional in the space of periodic functions	94
<i>Dalabaev U. Khasanova D.</i> Solution of the Dirichlet problem by the moving node method	103
<i>Murodov S.K.</i> Numerical modeling of the boundary value problem for a two-parameter singularly perturbed differential equation using the spectral-grid method	113
<i>Adilova F.T., Davronov R.R.</i> Graph generation with a prescribed structure: from deep neural networks to quantum models (a case study of novel drug design)	123