

УДК 519.63

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ OPENFOAM, COMSOL MULTIPHYSICS И ANSYS FLUENT ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ В 2D-КАНАЛЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

<sup>1\*</sup>Мадалиев М.Э., <sup>3</sup>Ходжаев Я.Дж., <sup>4</sup>Носирова Н.А.,

<sup>2</sup>Мухаммадёкубов Х.Э.

\*Madaliev.me2019@mail.ru

<sup>1</sup>Институт механики и сейсмостойкости конструкций АН РУз

100125, Узбекистан, Ташкент, Ул. Дурмон Йули, 33;

<sup>2</sup>Ферганский политехнический института,

100007 Фергана, ул. Фергана, д. 86;

<sup>3</sup>Республиканский аэрогеодезический центр Узбекистана,

Узбекистан, Ташкент, улица Халкабад, дом 8;

<sup>4</sup>Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий,

100202, Узбекистан, Ташкент, ул. Амира Темура, 108.

В данной статье представлен подробный сравнительный анализ численных результатов задачи 2D резко расширяющегося канала (2DBFS: 2D Backward Facing Step) с использованием современных программных комплексов OpenFOAM, COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent. Исследование охватывает комплексное сравнение таких ключевых параметров, как коэффициенты давления ( $C_p$ ) и трения ( $C_f$ ) на нижней стенке канала, а также профилей скорости и напряжений Рейнольдса в различных сечениях по длине потока. Для проведения анализа применялась одинаковая расчетная сетка с одинаковыми параметрами дискретизации и схожими численными схемами, что позволило минимизировать влияние сеточных эффектов на результаты вычислений. Основная цель работы заключалась в выявлении программного обеспечения, обеспечивающего наибольшую точность расчетов при моделировании течения в канале с обратным уступом. В ходе исследования были проведены многочисленные вычислительные эксперименты, результаты которых сопоставлены с эталонными экспериментальными данными, представленными NASA. Это позволило оценить достоверность и надежность расчетных методик каждого из исследуемых программных комплексов.

**Ключевые слова:** уравнения Навье–Стокса, подход РАНС, модель CCT, OpenFOAM, COMSOL Multiphysics, Ansys Fluent.

**Цитирование:** Мадалиев М.Э., Ходжаев Я.Дж., Носирова Н.А., Мухаммадёкубов Х.Э. Анализ эффективности OpenFOAM, COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent при моделировании течения в 2D-канале с внезапным расширением // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2025. – № 5(69). – С. 35-48.

**DOI:** [https://doi.org/10.71310/pcam.5\\_69.2025.03](https://doi.org/10.71310/pcam.5_69.2025.03)

### 1 Введение

Исследование течения в каналах с резким расширением, таких как задача 2D Backward Facing Step, является одной из важных задач вычислительной гидродинамики (CFD). Такие задачи широко используются для проверки точности различных численных методов и программных комплексов. Эти исследования позволяют понять механизмы формирования рециркуляционных зон, распределения давления и

скорости в канале с резким расширением, что имеет большое значение для проектирования различных технических систем. Каналы с резким расширением находят широкое применение в различных отраслях промышленности.

В аэрокосмической промышленности они используются в системах охлаждения ракетных двигателей [1], а также в аэродинамических испытаниях для анализа поведения потоков за препятствиями. Такие каналы помогают моделировать течение воздуха вокруг крыльев и корпусов летательных аппаратов, что критически важно для оптимизации конструкции и повышения аэродинамических характеристик. В энергетической отрасли расширяющиеся каналы применяются в теплообменниках [2], паровых турбинах и системах охлаждения ядерных реакторов [3].

Эффективность работы теплоэнергетического оборудования во многом зависит от правильного проектирования каналов с учетом особенностей течения в областях с рециркуляцией [4]. В химической промышленности подобные каналы используются в реакторах для смешивания жидкостей и газов, а также в установках каталитического крекинга. Гидродинамические процессы, происходящие в расширяющихся каналах, играют важную роль в обеспечении равномерного распределения веществ и оптимизации химических реакций.

В медицинской технике расширяющиеся каналы находят применение в системах искусственного кровообращения и вентиляции легких. Правильное моделирование течения крови в сосудах и воздуха в дыхательных путях помогает улучшить качество медицинских аппаратов и повысить их надежность.

В гражданском строительстве каналы с резким расширением используются в системах вентиляции и кондиционирования воздуха, а также в проектах гидротехнических сооружений, таких как дамбы, шлюзы и водосбросы. Моделирование течения в таких каналах позволяет предотвратить образование застойных зон и повысить эффективность работы систем водоснабжения и водоотведения.

Таким образом, исследование течения в каналах с резким расширением имеет междисциплинарное значение и позволяет совершенствовать технологии в различных отраслях промышленности, обеспечивая более эффективное использование ресурсов и повышение надежности технических систем.

В работе [5] было проведено моделирование турбулентного течения в канале с использованием программ OpenFOAM и Fluent, где были выполнены сравнительные анализы профилей скорости и распределения давления. Результаты показали, что при использовании модели  $k - \varepsilon$  в обоих программных комплексах достигается хорошая сходимость с экспериментальными данными.

В работе [6] исследовали влияние различных турбулентных моделей на точность моделирования задачи 2D резко расширяющегося канала с помощью программы Ansys Fluent. Авторы отметили значительное различие в результатах при использовании моделей  $k - \omega$  SST и RSM, что указывает на важность выбора модели турбулентности в зависимости от специфики задачи. В работе [7] для решения вышеуказанной задачи были использованы программы COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent, и была проведена оценка скорости вычислений в каждой из этих программ. Зарубежные исследования также внесли значительный вклад в развитие методов моделирования течения в каналах с резким расширением. Например, в работе [8] провели подробное исследование рециркуляционного течения с использованием различных турбулентных моделей и подтвердили важность выбора корректных граничных условий. Kim et al. (1987) [9] рассмотрели влияние турбулентного каскада на структуру течения и выявили зависимость характеристик рециркуляции от числа Рейнольдса.

Между тем, работы Bradshaw (1996) [10] и Rodi (1993) [11] акцентировали внимание на влиянии турбулентных моделей на прогнозирование сложных течений, показав преимущества моделей с учетом анизотропии турбулентности.

Таким образом, целью настоящей работы является проведение сравнительного анализа программ OpenFOAM, COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent при решении задачи 2D резко расширяющегося канала с использованием одинаковой расчетной сетки и численных схем. В ходе исследования будут сопоставлены коэффициенты давления ( $C_p$ ) и трения ( $C_f$ ), а также профили скорости и напряжений Рейнольдса с экспериментальными данными NASA.

### 1.1 Физическая и математическая постановка задачи

Представленные данные взяты из работы Driver, D.M. и Seegmiller [12]. Этот случай также служит тестовым примером, включённым в базу данных NASA [13], и широко применяется в рамках семинаров по моделированию турбулентных потоков. Исследуемая задача представляет собой классический пример взаимодействия турбулентного пограничного слоя с резким отклонением геометрии, что приводит к возникновению сложных гидродинамических явлений, таких как отрыв потока, формирование рециркуляционных зон и последующее его восстановление за ступенью. Число Рейнольдса, рассчитанное на основе толщины импульсного слоя перед ступенькой, равно 5000, что соответствует числу Рейнольдса порядка 36 000 при расчёте с учётом высоты ступени  $H$ . Толщина пограничного слоя перед ступенью составляет приблизительно  $1,5H$ , что оказывает значительное влияние на динамику течения за ступенью (см. рис. 1). Отрыв потока приводит к формированию широкой зоны рециркуляции, которая играет ключевую роль в определении общей структуры течения и является важным критерием для оценки точности моделей турбулентности. Границные условия для данной задачи, используемые в CFD-моделировании, представлены на следующем рисунке. Входные условия задаются с учётом характеристик турбулентного потока, таких как скорость, турбулентная кинетическая энергия и скорость её диссипации. При этом на выходе применяется условие постоянного давления, а на стенах канала накладываются условия прилипания.

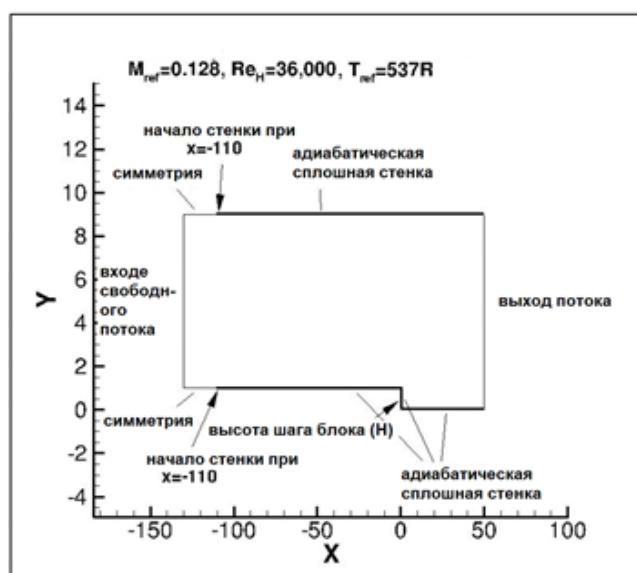


Рис. 1 Физическая схема течения и граничные условия расчетной области [13]

Для численного моделирования данной задачи использована сетка, взятая из базы данных NASA — backstep5\_2levdn [13], которая является стандартным тестом для моделирования турбулентных течений. Эта сетка была специально разработана для задач с резким расширением канала и характерными особенностями турбулентных потоков, включая отрыв потока и рециркуляционные зоны.

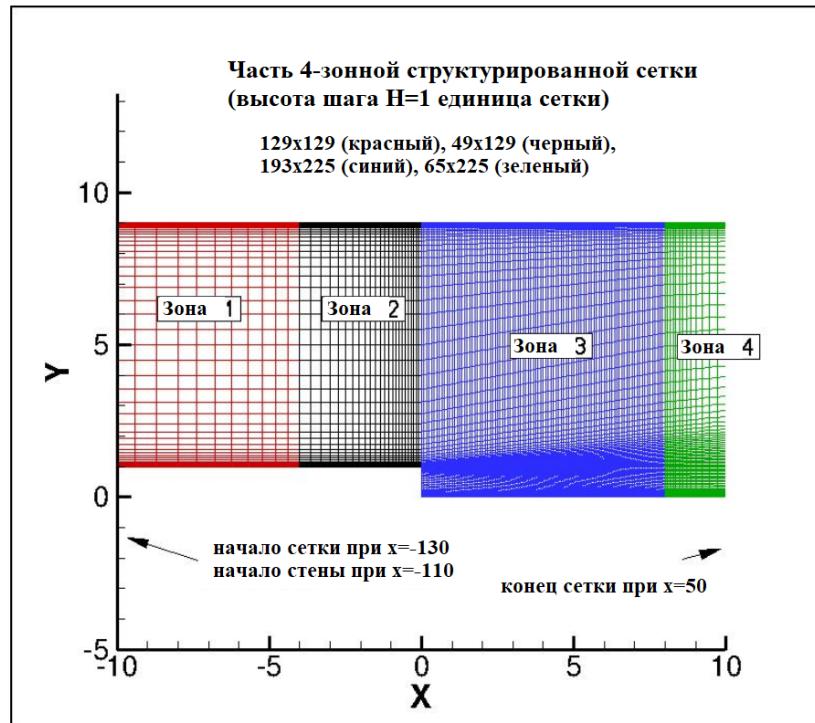


Рис. 2 Расчетная сетка для задачи

Сетка имеет структуру с высокоразрешенными узлами в области пограничного слоя и около ступени, что позволяет точно моделировать основные характеристики течения, такие как распределение скорости и напряжения Рейнольдса. Вдоль стенок канала используется минимальный размер ячеек для точного захвата эффекта прилипания потока и формирования пограничного слоя. За ступенью сетка постепенно становится более редкой, что способствует снижению вычислительных затрат в менее важных областях потока, где наблюдается слабая турбулентность. Числовая сетка содержит 81 012 узлов и имеет многослойное распределение вблизи стенок и области отрыва потока. Такое распределение сетки является необходимым для получения точных результатов в расчетах с учетом сложных градиентов скоростей и давления. Использование такой высокоразрешенной сетки в комбинации с моделями турбулентности Shear Stress Transport (SST) позволяет достичь высокого качества численного решения и точности при валидации с экспериментальными данными из базы NASA [13].

## 2 Математическая модель

Для моделирования турбулентного течения в резко расширяющемся канале с использованием программной среды необходимо решить систему уравнений Навье-Стокса для неизжигаемых жидкостей, с учетом моделей турбулентности. В данной задаче основными уравнениями, которые описывают динамику течения, являются:

Уравнение сохранения массы (уравнение непрерывности), которое описывает закон сохранения массы внутри расчетной области:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

Уравнение сохранения импульса, которое описывает изменение скорости жидкости под воздействием внешних и внутренних сил:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}, \quad (2)$$

где  $\bar{u}_i$  – вектор скорости, описывающий движение жидкости,  $\bar{p}$  – среднее давление,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\tau_{ij}$  – компоненты тензора напряжений,  $\rho$  – плотность.

### 3 Модели турбулентности.

#### Модель SST (Shear Stress Transport)

Модель Shear Stress Transport (SST) – это улучшенная версия модели  $k - \varepsilon$ , которая сочетает в себе преимущества двух моделей турбулентности:  $k - \varepsilon$  и  $k - \omega$ . Эта модель была разработана для того, чтобы преодолеть недостатки модели  $k - \varepsilon$  в областях с сильными градиентами турбулентности, например, вблизи стенок и в областях с отрывом потока. Модель SST используется в различных областях, включая аэродинамику, гидродинамику, теплообмен и другие инженерные приложения, где необходима точная оценка турбулентных потоков с учетом всех особенностей геометрии и характеристик потока. Уравнения можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \beta^* \omega k, \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma_\omega}{v_t} P - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_\omega}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}. \end{cases} \quad (3)$$

Остальные значения представлены в работах [14, 15].

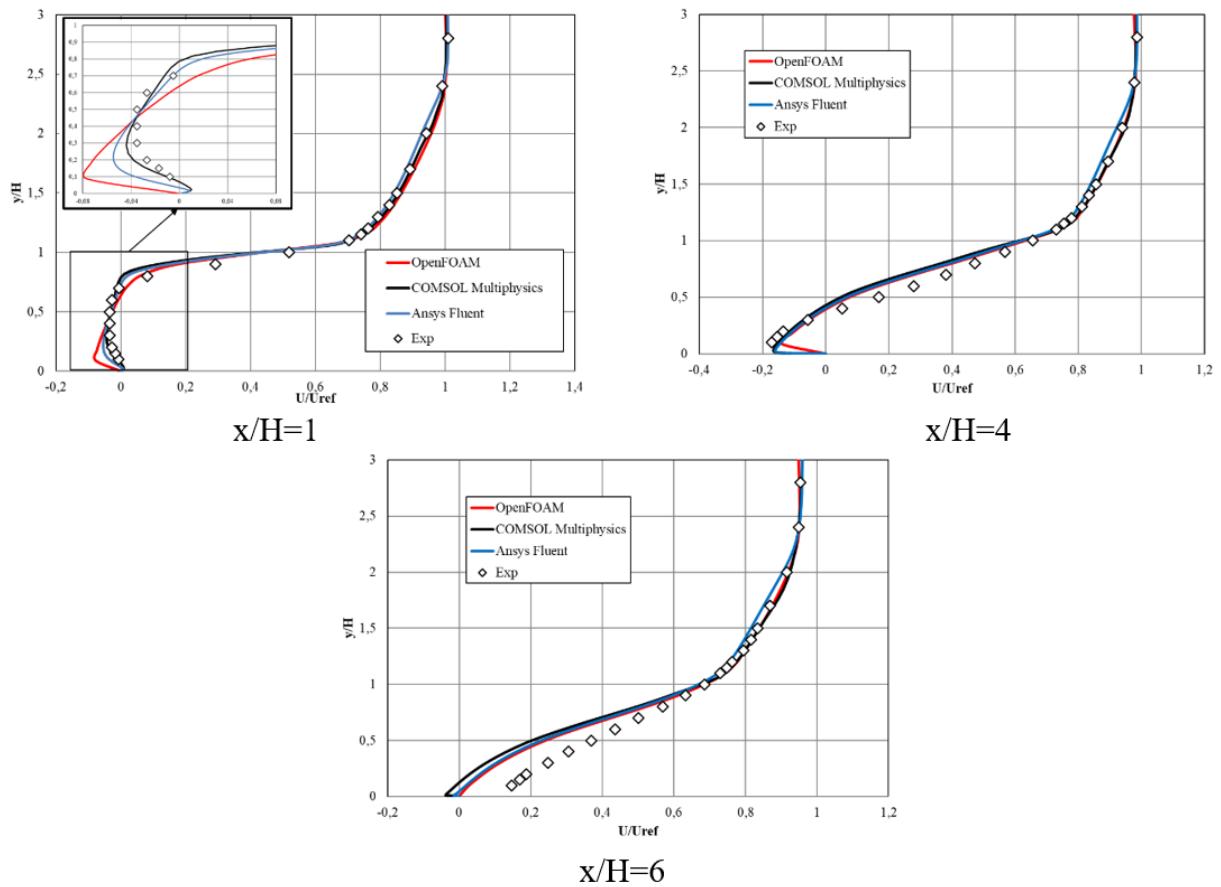
### 4 Метод решения

Для решения задачи 2D Backward Facing Step в данной работе использовались три программных комплекса: OpenFOAM, COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent. В расчетах применялись численные схемы второго порядка точности, что обеспечивает баланс между точностью и вычислительными затратами. Выбор схем второго порядка обусловлен необходимостью корректного описания сложных гидродинамических процессов, таких как образование и развитие зон рециркуляции за уступом. В программных комплексах Ansys Fluent и OpenFOAM для решения задачи использовался алгоритм SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations). Этот алгоритм широко применяется в вычислительной гидродинамике благодаря своей эффективности и устойчивости при моделировании стационарных турбулентных течений. SIMPLE позволяет согласовать давление и скорость на каждом этапе расчета, что особенно важно при наличии зон рециркуляции. В программном комплексе COMSOL Multiphysics для решения задачи была применена итеративная процедура

на основе метода Ньютона. Данный метод обеспечивает быструю сходимость решения за счет учета нелинейных связей между параметрами течения. Ньютонианская итерация выполнялась с адаптивным шагом, что позволило уменьшить количество итераций и повысить эффективность вычислительного процесса. Итерации во всех трех программных комплексах продолжались до достижения точности  $1e - 6$  для ошибок, что подтверждает высокую точность проведенных расчетов. Данный критерий сходимости был выбран в соответствии с общепринятыми требованиями к численным моделям в области вычислительной гидродинамики. Таким образом, использование одинаковых численных схем второго порядка и единого критерия точности позволяет объективно сравнить результаты моделирования, полученные в разных программных комплексах.

## 5 Результаты и их обсуждение

На рисунке 3 показано изменение безразмерной скорости  $U/U_{ref}$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$ , где  $U_{ref}$  — эталонная скорость, которая рассчитывается как максимальная скорость в расширенной части канала.



**Рис. 3** Изменение безразмерной скорости  $U/U_{ref}$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$

В  $x/H = 1$  зоне рециркуляции OpenFOAM показывает более выраженное обратное течение, что свидетельствует о завышении размера рециркуляционной зоны. Ansys Fluent и COMSOL Multiphysics демонстрируют более точное совпадение с экспериментальными данными, хотя COMSOL имеет небольшие отклонения вблизи

стенки. В сечении  $x/H = 4$  Ansys Fluent снова показывает наилучшее совпадение с экспериментом. OpenFOAM продолжает демонстрировать отклонения в зоне около стенки, тогда как COMSOL Multiphysics показывает расхождения в областях с высоким градиентом скорости. На последнем сечении  $x/H = 6$  все три программы демонстрируют схожие результаты, однако COMSOL Multiphysics показывает улучшенную точность по сравнению с предыдущими сечениями. Ansys Fluent продолжает сохранять стабильное совпадение с экспериментальными данными. На рисунке 4 показано изменение поперечной скорости  $V/Uref$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$ .

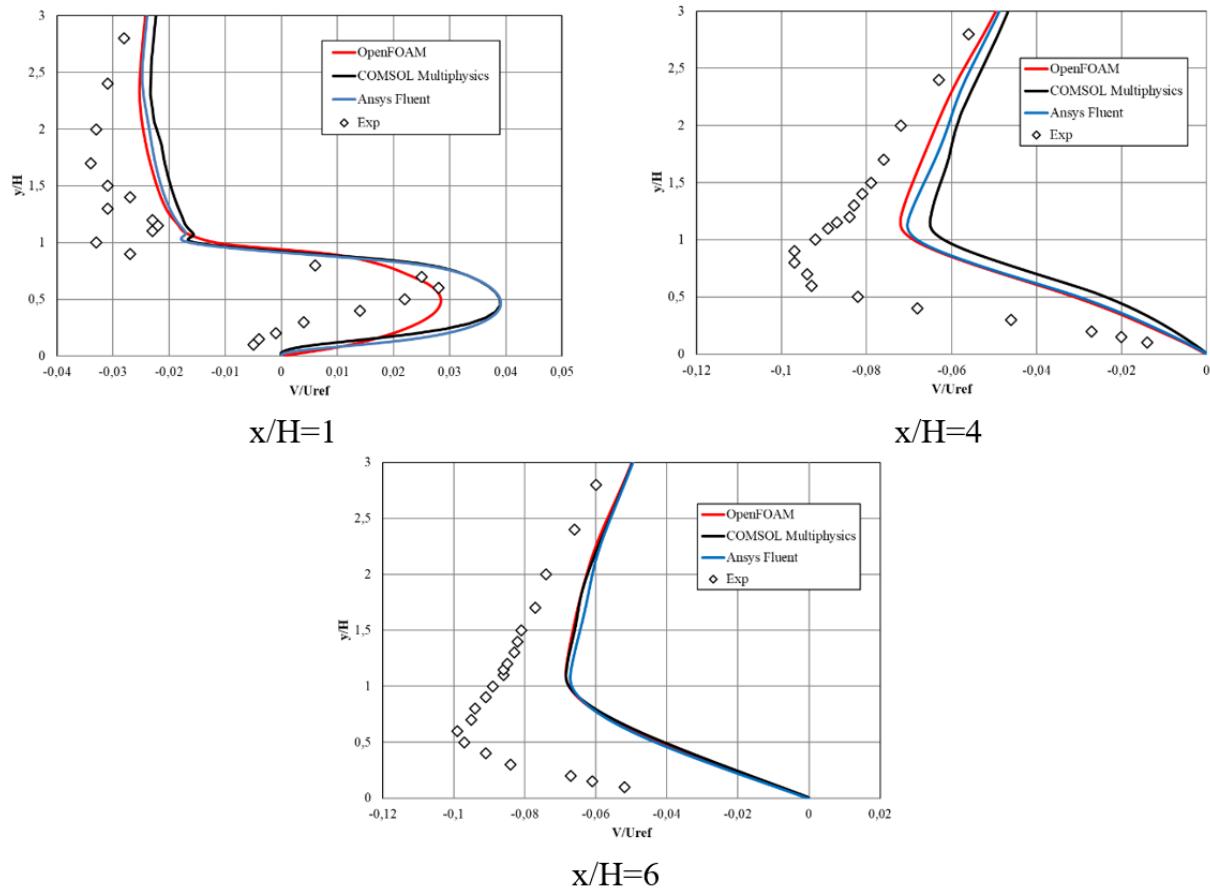
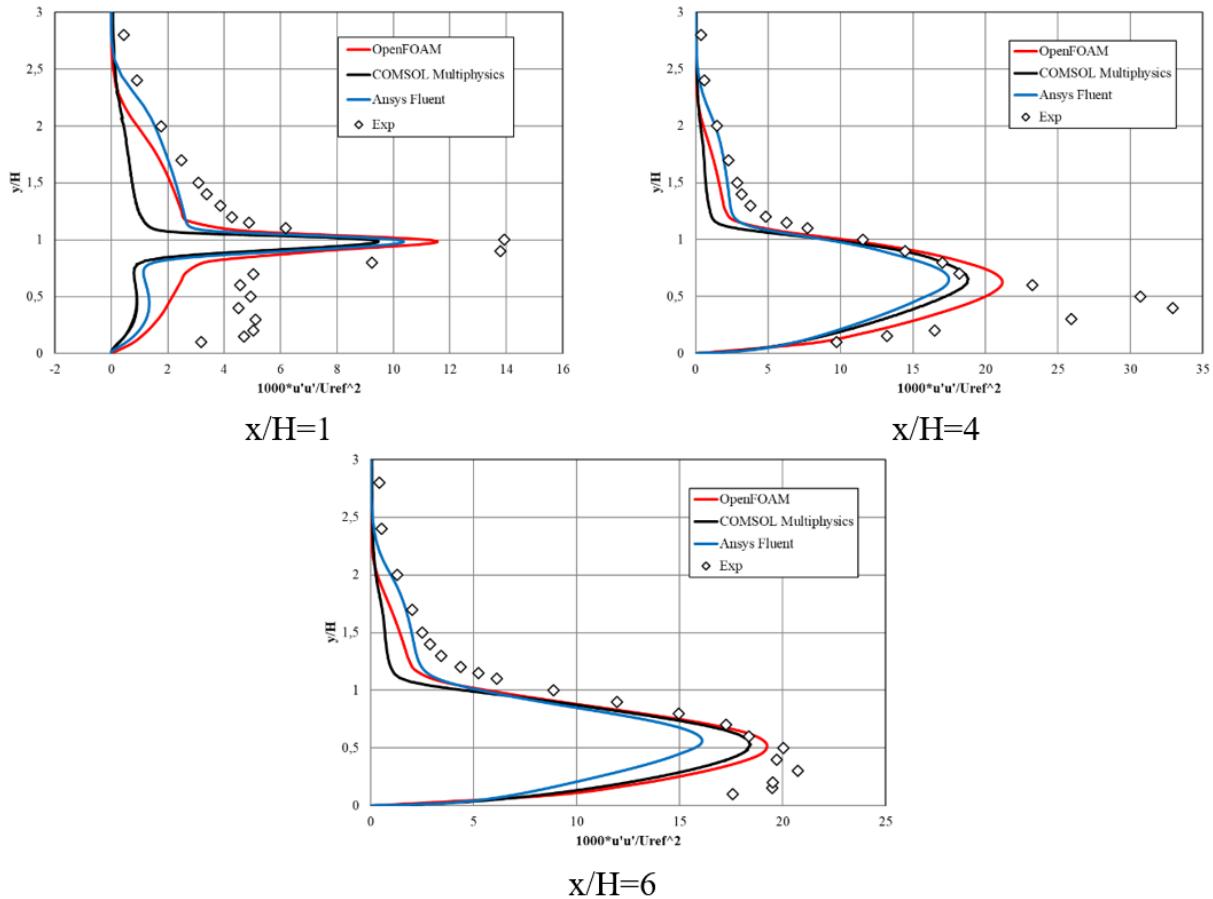


Рис. 4 Изменение безразмерной поперечной скорости  $V/Uref$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$

В сечение  $x/H = 1$  на начальном этапе за уступом в зоне рециркуляции OpenFOAM демонстрирует завышенные значения поперечной скорости, что указывает на переоценку интенсивности вихрей. COMSOL Multiphysics показывает более близкие к экспериментальным значениям, но в зоне максимума скорости наблюдаются отклонения. Ansys Fluent наиболее точно отражает экспериментальные данные. В сечение  $x/H = 4$  наблюдается максимальное развитие поперечного течения. OpenFOAM продолжает демонстрировать завышенные значения, а COMSOL Multiphysics значительно отклоняется в области максимального значения. Ansys Fluent сохраняет стабильную точность и показывает хорошее соответствие с экспериментом. На последнем сечение  $x/H = 6$  происходит стабилизация потока, и значения поперечной скорости приближаются к нулю. В этой зоне все три программы показывают сопоставимые результаты, однако COMSOL Multiphysics продолжает

демонстрировать небольшие отклонения от экспериментальных данных.

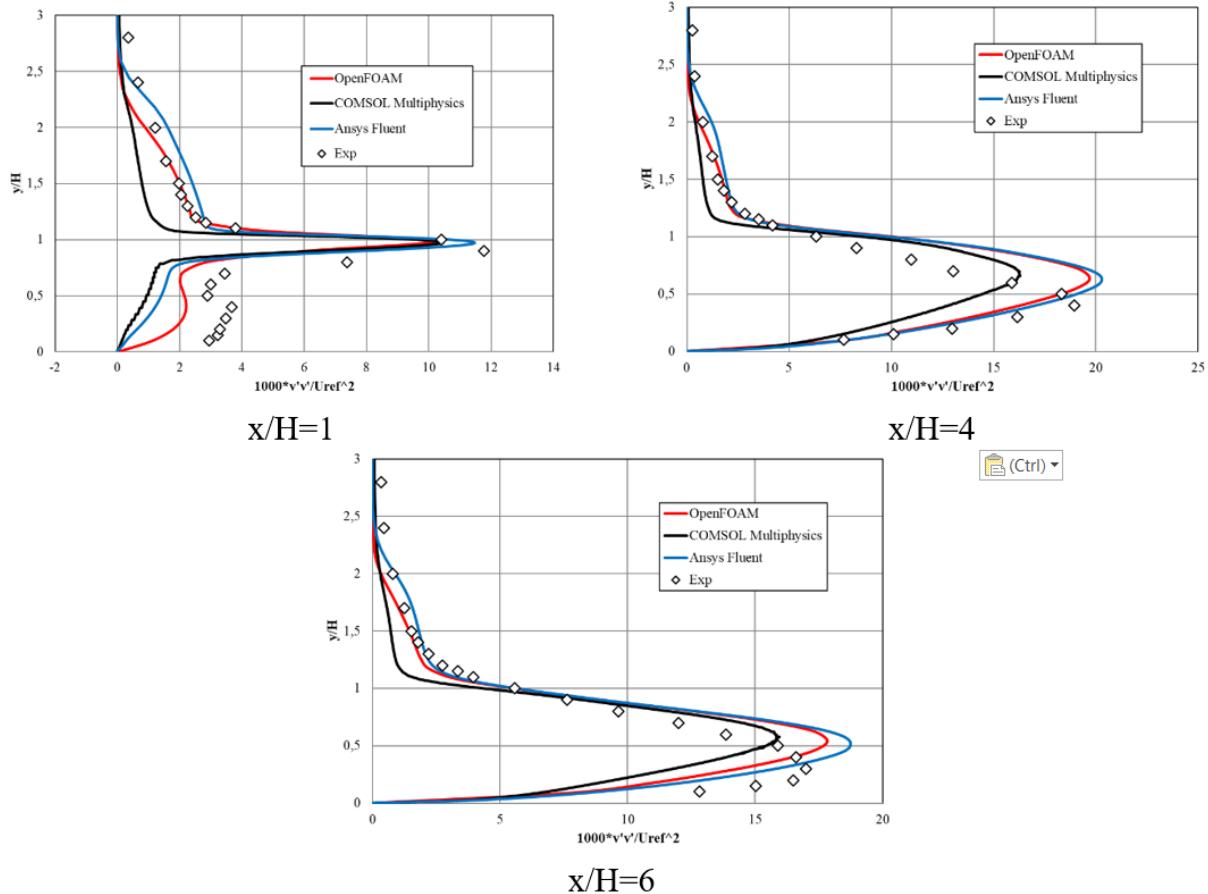
На рисунке 5 показано изменение напряжений Рейнольдса  $1000u'u'/U_{ref}^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$ .



**Рис. 5** Изменение напряжений Рейнольдса  $1000u'u'/U_{ref}^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$

В близи уступа  $x/H = 1$  наблюдается повышенная интенсивность турбулентных пульсаций. OpenFOAM демонстрирует завышенные значения напряжений, в то время как COMSOL Multiphysics их недооценивает. Ansys Fluent наиболее точно соответствует экспериментальным данным. В зоне  $x/H = 4$  пиковые значения напряжений возрастают, отражая активные турбулентные взаимодействия. OpenFOAM завышает значения пика, COMSOL Multiphysics снова недооценивает, а Ansys Fluent показывает хорошее совпадение с экспериментальными результатами. На последнем сечении  $x/H = 6$  турбулентные пульсации снижаются, так как поток стабилизируется. OpenFOAM продолжает завышать значения, COMSOL Multiphysics их занижает, а Ansys Fluent демонстрирует наилучшее соответствие с экспериментальными данными.

На рисунке 6 показано изменение напряжений Рейнольдса  $1000v'v'/Uref^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$ .

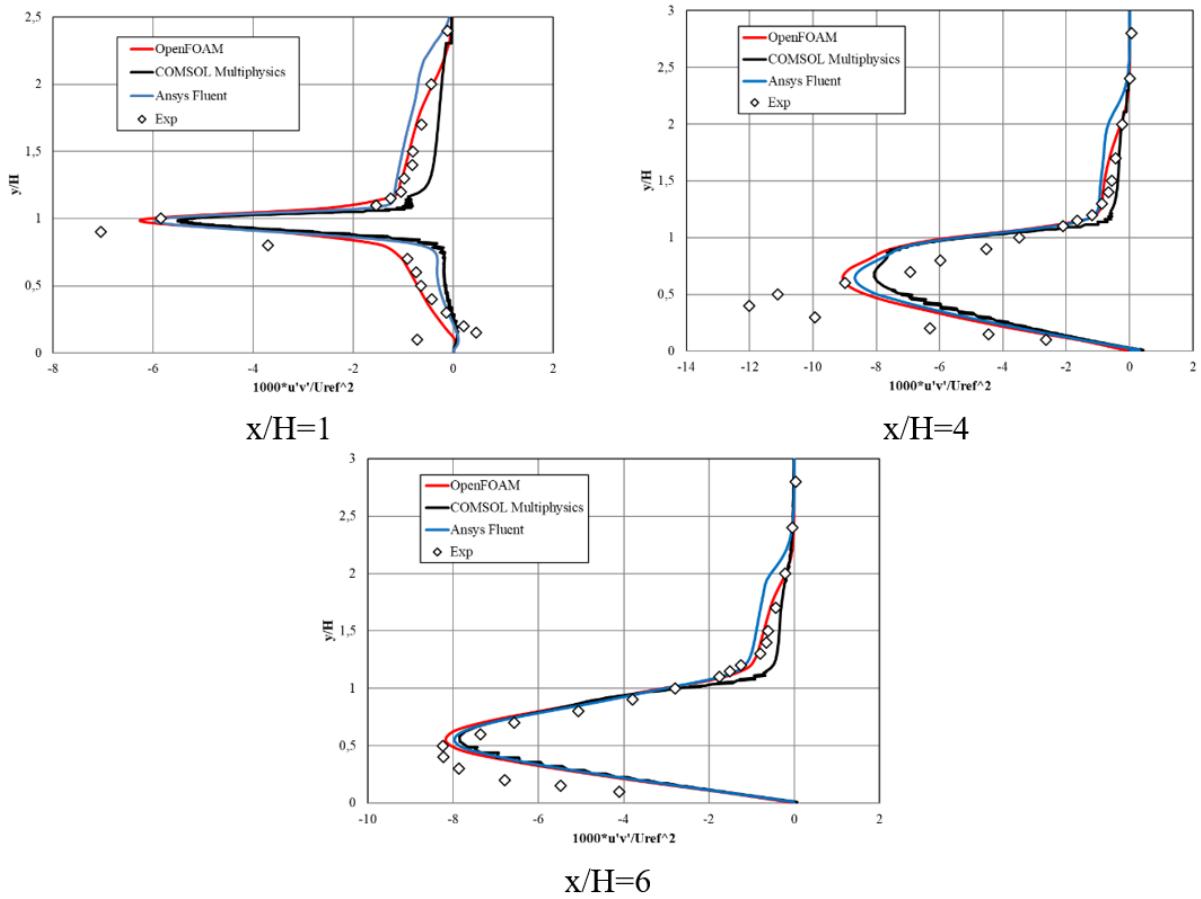


**Рис. 6** Изменение напряжений Рейнольдса  $1000v'v'/Uref^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$

Из рис. 6 видно, что OpenFOAM систематически демонстрирует завышенные значения напряжений во всех сечениях, особенно в зоне рециркуляции, что может быть связано с особенностями реализации турбулентной модели. COMSOL Multiphysics показывает заниженные значения напряжений, что указывает на недостаточную чувствительность применяемой численной схемы к турбулентным структурам. Ansys Fluent на всех сечениях демонстрирует наилучшее совпадение с экспериментальными данными, что подтверждает корректный выбор модели турбулентности и численных методов.

На рисунке 7 показано изменение напряжений Рейнольдса  $1000u'v'/Uref^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$ .

Из рис. 7 видно, что OpenFOAM демонстрирует систематическое завышение значений, особенно в зоне интенсивного взаимодействия потоков, что указывает на завышенную оценку рециркуляции. COMSOL Multiphysics показывает заниженные значения напряжений во всех трех сечениях, что может быть связано с особенностями используемой модели турбулентности. Ansys Fluent на всех этапах демонстрирует наиболее стабильное совпадение с экспериментальными данными, что подтверждает эффективность используемых численных методов.



**Рис. 7** Изменение напряжений Рейнольдса  $1000u'v'/U_{ref}^2$  на сечениях  $x/H = 1, 4$  и  $6$

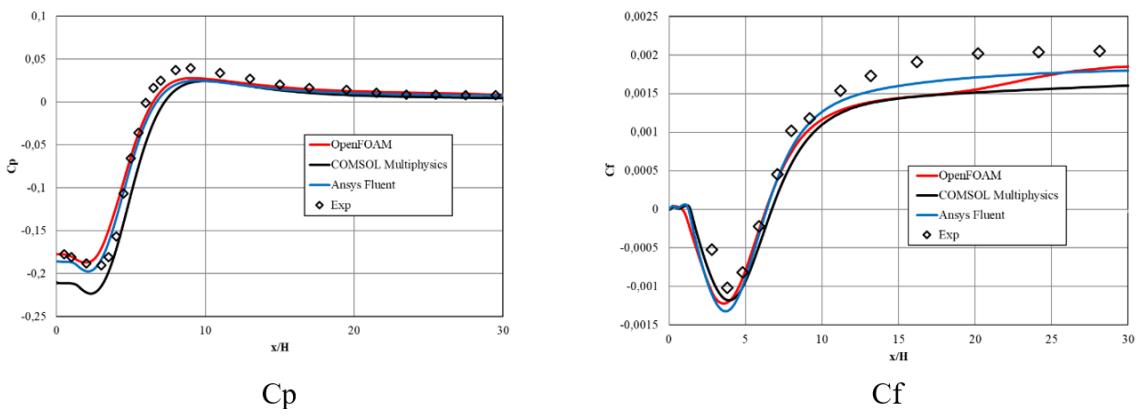
На рисунке 8 показано изменение коэффициентов давления и сопротивления на нижней стенке канала. Распределение коэффициента поверхностного давления на стенке канала характеризуется изменением давления на его поверхности в зависимости от расстояния от некоторой точки.

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{0.5\rho U_0^2},$$

где  $p$  – давление в точке на поверхности профиля,  $p_\infty$  – давление свободного потока,  $\rho$  – плотность свободного потока,  $U_0$  – скорость свободного потока. Коэффициент поверхностного трения  $C_f$  определяется как отношение силы трения, действующей на поверхность профиля, к динамическому давлению свободного потока.

$$C_f = \frac{F}{0.5\rho U_0^2 S},$$

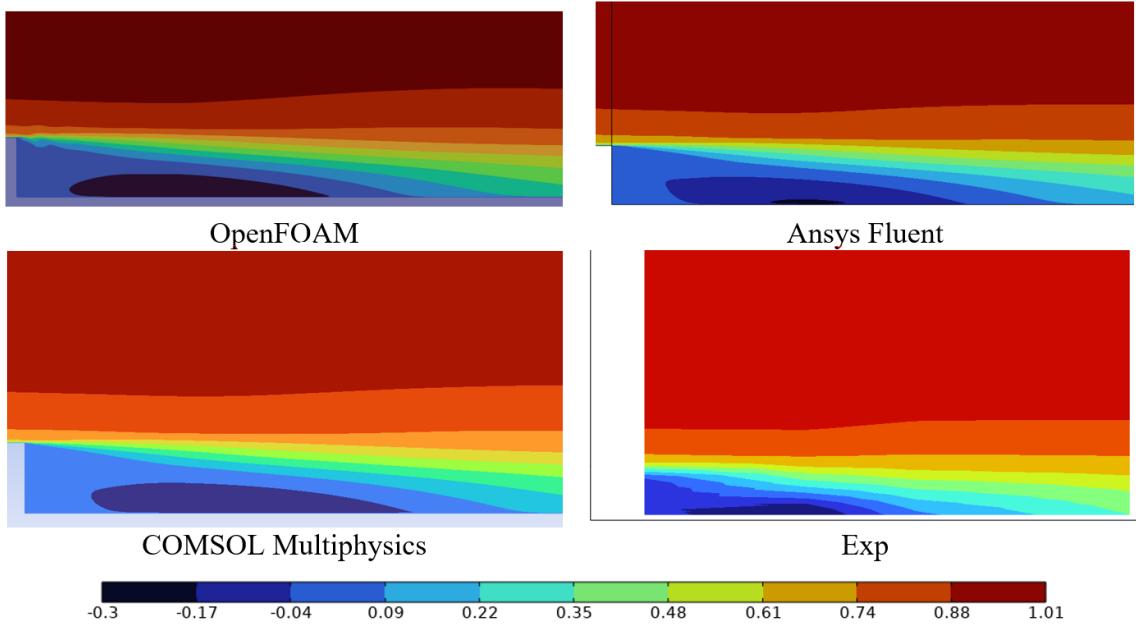
где  $F$  – сила трения, действующая на поверхность профиля,  $S$  – площадь поверхности профиля, ориентированная вдоль потока. Коэффициент сопротивления  $C_f$  используется для оценки того, сколько энергии теряется в потоке из-за сопротивления объекта. Он особенно важен для оценки аэродинамических характеристик летательных аппаратов, автомобилей и других транспортных средств.



**Рис. 8** Изменение коэффициентов давления и сопротивления на нижней стенке канала

В зоне рециркуляции рис. 8 ( $x/H < 5$ ) OpenFOAM и Ansys Fluent показали хорошее соответствие с экспериментальными данными, в то время как COMSOL Multiphysics занижал значения, что может быть связано с особенностями численной схемы. Ansys Fluent показал наилучшие результаты, особенно в области стабилизации потока. OpenFOAM также продемонстрировал хорошие результаты, однако в начальной зоне отрыва наблюдались отклонения. COMSOL Multiphysics систематически недооценивал значения коэффициента трения на всем протяжении канала.

На рис. 9 показано изменение изолинии продольной скорости потока.



**Рис. 9** Изменение изолинии потока

OpenFOAM демонстрирует завышенную зону рециркуляции рис. 9, особенно вблизи уступа, что указывает на переоценку интенсивности обратного течения. Ansys Fluent показывает наиболее точное совпадение с экспериментальными данными, корректно моделируя размеры зоны отрыва и повторного присоединения потока.

COMSOL Multiphysics недооценивает размер зоны рециркуляции и демонстрирует заметные отклонения в распределении скорости.

На рис. 10 показано изменение изолиний напряжений Рейнольдса  $1000u'v'/U_{ref}^2$ .

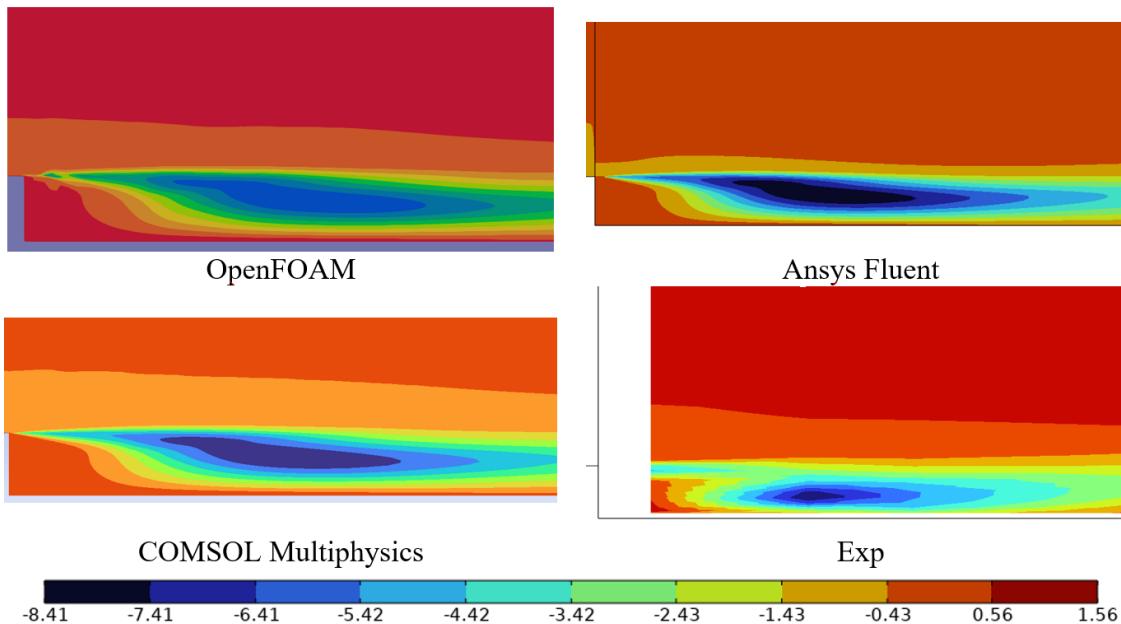


Рис. 10 Изменение изолиний напряжений Рейнольдса

OpenFOAM демонстрирует завышенные значения напряжений, особенно в зоне рециркуляции, что указывает на переоценку интенсивности взаимодействия турбулентных структур. COMSOL Multiphysics показывает систематически заниженные значения напряжений, с меньшей площадью зоны рециркуляции. Ansys Fluent на всех этапах демонстрирует наиболее близкое совпадение с экспериментальными данными, что свидетельствует о корректной настройке модели турбулентности.

## 6 Заключение

Проведенный сравнительный анализ показал, что при моделировании задачи 2D Backward Facing Step с использованием одинаковых расчетных сеток и численных схем второго порядка наибольшую точность демонстрирует программный комплекс Ansys Fluent. OpenFOAM, несмотря на высокое качество моделирования, показывает завышенные значения зоны рециркуляции и напряжений Рейнольдса, в то время как COMSOL Multiphysics демонстрирует систематическое занижение значений ключевых характеристик течения. Таким образом, для задач, связанных с моделированием течений с резким расширением, рекомендуется использовать Ansys Fluent, который обеспечивает наиболее стабильное и точное совпадение результатов с экспериментальными данными. Настоящее исследование вносит вклад в понимание поведения численных методов в задачах вычислительной гидродинамики и может служить основой для дальнейших исследований в области моделирования сложных турбулентных течений.

## Литература

- [1] Полевиков В.К. Монотонная разностная схема повышенного порядка точности для двумерных уравнений конвекции–диффузии // Журнал Белорусского государствен-

- ного университета. Математика. Информатика. – 2019. – № 3. – С. 71-83. – doi: <http://dx.doi.org/10.33581/2520-6508-2019-3-71-83>.
- [2] Тукмаков Д.А. Численное исследование распространения ударной волны из однородного газа в газовзвеси с периодическим распределением дисперсной фазы // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2024. – № 1. – С. 16-28. – <https://journals.bsu.by/index.php/mathematics/article/view/5831>.
- [3] Чигарев А.В., Ботогова М.Г., Михаев Г.И. Распространение поверхностной волны около случайно-шероховатой поверхности // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 38-48. – doi: <http://dx.doi.org/10.33581/2520-6508-2023-1-38-48>.
- [4] Авдейчик Е.В., Конон П.Н. Численное исследование относительного равновесия капли с односвязной свободной поверхностью на вращающейся плоскости // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2022. – № 3. – С. 79-90. – doi: <http://dx.doi.org/10.33581/2520-6508-2022-3-79-90>.
- [5] Stephanopoulos K., Witte I., Wray T., Agarwal R.K. Uncertainty quantification of turbulence model coefficients in OpenFOAM and Fluent for mildly separated flows // 46th AIAA Fluid Dynamics Conference. – 2016. – 4401 p.
- [6] Madaliev M., Yunusaliev E., Abdulkhaev Z., Otakulov B., Yusupov S., Ergashev I., Tohirov I. Comparison of numerical results of linear and nonlinear turbulence models based on the rans approach // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 587. – 01003 p.
- [7] Madaliev M., Abdujalilova S., Abdulkhaev Z., Usmonov M., Umirzakov Z., Sattorov A., Pulatov K. Comparison of turbulent flow simulation results in 2d backward facing step channel using Ansys Fluent and Comsol Multiphysics programs // BIO Web of Conferences. – 2024. – Vol. 145. – 03041 p.
- [8] Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows-a review // AIAA journal. – 1985. – Vol. 23, No. 9. – P. 1308-1319.
- [9] Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // Journal of fluid mechanics. – 1987. – Vol. 177. – P. 133-166.
- [10] Bradshaw P. Turbulence modeling with application to turbomachinery // Progress in Aerospace Sciences. – 1996. – Vol. 32, No. 6. – P. 575-624.
- [11] Rodi W. Turbulence Models and Their Application in Hydraulics: A State-of-the-Art Review // IAHR Monograph. – 1993.
- [12] Driver D.M., Seegmiller H.L. Features of Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow // AIAA Journal. – 1985. – Vol. 23, No. 2. – P. 163-171. – doi: <http://dx.doi.org/10.2514/3.8890>.
- [13] Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center // <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
- [14] Menter F.R. Zonal two-equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. – 1993. – 2906 p.
- [15] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. – 2003. – P. 625-632.

UDC 519.63

## PERFORMANCE ANALYSIS OF OPENFOAM, COMSOL MULTIPHYSICS AND ANSYS FLUENT IN SIMULATING 2D CHANNEL FLOW WITH SUDDEN EXPANSION

<sup>1\*</sup>*Madaliyev M.E.*, <sup>3</sup>*Khodjaev Ya.D.*, <sup>4</sup>*Nosirova N.A.*,

<sup>2</sup>*Mukhammadyakubov Kh.E.*

<sup>\*</sup>*Madaliev.me2019@mail.ru*

<sup>1</sup>Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures,  
100125, 33, str. Durman yuli, Tashkent, Uzbekistan;

<sup>2</sup>Fergana Polytechnic Institute,  
86, Fergana st., Fergana, 100007 Uzbekistan;

<sup>3</sup>Republican Airgeodesic Centre,  
8, Khalkabad street, Tashkent, Uzbekistan;

<sup>4</sup>Tashkent University of Information Technologies,  
108, Amir Temur str., Tashkent, 100200 Uzbekistan.

This paper presents a detailed comparative analysis of the numerical results of the 2D Backward Facing Step (2DBFS) problem. using modern software packages OpenFOAM, COMSOL Multiphysics and Ansys Fluent. The study covers a comprehensive comparison of such key parameters as the pressure ( $C_p$ ) and friction ( $C_f$ ) coefficients on the bottom wall of the channel, as well as the velocity profiles and Reynolds stresses in different sections along the flow. To carry out the analysis, the same computational grid with the same discretization parameters and similar numerical schemes was used, which made it possible to minimize the influence of grid effects on the calculation results. The main objective of the work was to identify software that provides the highest accuracy of calculations when modeling flow in a channel with a backward-facing step. During the study, numerous computational experiments were conducted, the results of which were compared with reference experimental data provided by NASA. This allowed us to evaluate the reliability and validity of the computational methods of each of the software packages under study.

**Keywords:** Navier–Stokes equations, RANS approach, SST model, OpenFOAM, COMSOL Multiphysics, Ansys Fluent.

**Citation:** Madaliev M.E., Khodjaev Ya.D., Nosirova N.A., Mukhammadyakubov Kh.E. 2025. Performance analysis of OpenFOAM, COMSOL Multiphysics and Ansys Fluent in simulating 2D channel flow with sudden expansion. *Problems of Computational and Applied Mathematics.* 5(69): 35-48.

**DOI:** [https://doi.org/10.71310/pcam.5\\_69.2025.03](https://doi.org/10.71310/pcam.5_69.2025.03)

# ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

**№ 5(69) 2025**

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

## **Учредитель:**

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта.

## **Главный редактор:**

Равшанов Н.

## **Заместители главного редактора:**

Арипов М.М., Шадиметов Х.М., Ахмедов Д.Д.

## **Ответственный секретарь:**

Убайдуллаев М.Ш.

## **Редакционный совет:**

Азамов А.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л.,  
Бурнашев В.Ф., Джумаёзов У.З., Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия),  
Игнатьев Н.А., Ильин В.П. (Россия), Иманкулов Т.С. (Казахстан),  
Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия), Карабчик В.В. (Россия),  
Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш.,  
Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина),  
Расулмухамедов М.М., Расулов А.С., Садуллаева Ш.А.,  
Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халдигитов А., Хамдамов Р.Х.,  
Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан),  
Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия),  
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при  
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

## **Адрес редакции:**

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

## **Дизайн и вёрстка:**

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 29.10.2025 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №7. Тираж 100 экз.

# PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

## No. 5(69) 2025

The journal was established in 2015.  
6 issues are published per year.

**Founder:**

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

**Editor-in-Chief:**

Ravshanov N.

**Deputy Editors:**

Aripov M.M., Shadimetov Kh.M., Akhmedov D.D.

**Executive Secretary:**

Ubaydullaev M.Sh.

**Editorial Council:**

Azamov A.A., Aloev R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L.,  
Burnashev V.F., Djumayozov U.Z., Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia),  
Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia), Imankulov T.S. (Kazakhstan), Ismagilov I.I. (Russia),  
Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov N.M., Mamatov N.S.,  
Mirzaev N.M., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M.,  
Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S., Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus),  
Khayotov A.R., Khaldjigitov A., Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh.,  
Chye En Un (Russia), Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA),  
Mascagni M. (USA), Min A. (Germany), Singh D. (South Korea), Singh M. (South  
Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the  
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

**ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X**

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

**Address:**

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.  
Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.  
E-mail: [journals@airi.uz](mailto:journals@airi.uz).  
Web-site: <https://journals.airi.uz>.

**Layout design:**

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 29.10.2025

Format 60x84 1/8. Order No. 7. Print run of 100 copies.

## Содержание

<i>Нормуродов Ч.Б., Зиякулова Ш.А.</i>	
Высокоточный и эффективный метод для численного моделирования изгиба железобетонной плиты . . . . .	5
<i>Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Джуррабоева О.С., Рискулова С.У.</i>	
Математическое моделирование распространения примесей в турбулентных воздушных потоках пограничного слоя атмосферы . . . . .	17
<i>Мадалиев М.Э., Ходжаев Я.Дж., Носирова Н.А., Мухаммадёкубов Х.Э.</i>	
Анализ эффективности OpenFOAM, COMSOL Multiphysics и Ansys Fluent при моделировании течения в 2D-канале с внезапным расширением . . . . .	35
<i>Равшанов Н., Боборахимов Б.И., Бердиёров Ш.Ш.</i>	
Численное моделирование процесса фильтрования жидкого раствора в ци- линдрическом пористом фильтре . . . . .	49
<i>Маматов А.Р.</i>	
Алгоритм решения двухуровневой игровой задачи перевода траектории ди- намической системы . . . . .	64
<i>Хаётов А.Р., Шомаликова М.Ш.</i>	
Оптимальная квадратурная формула, точная для экспоненциальной функции	74
<i>Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш.</i>	
Внутренняя краевая задача для системы уравнений смешанного типа вто- рого порядка . . . . .	86
<i>Хаётов А.Р., Хаитов Т.О.</i>	
Алгебро-тригонометрические оптимальные формулы численного интегриро- вания . . . . .	102
<i>Рустамов Н., Амиртаев К., Тастанова С.</i>	
Метод семантического моделирования . . . . .	114
<i>Боборахимов Б.И., Ахмеджанова Д.А., Шарипов Х.Д.</i>	
Корпусно-ориентированная модель среднетюркского языка на основе взве- щенного усреднения . . . . .	123

# Contents

<i>Normurodov Ch.B., Ziyakulova Sh.A.</i>	
A highly accurate and efficient method for numerical simulation of reinforced concrete slab bending . . . . .	5
<i>Ravshanov N., Boborakhimov B.I., Juraboeva O.S., Riskulova S.U.</i>	
Mathematical modeling of pollutant dispersion in turbulent airflows of the atmospheric boundary layer . . . . .	17
<i>Madaliev M.E., Khodjaev Ya.D., Nosirova N.A., Mukhammadayakubov Kh.E.</i>	
Performance analysis of OpenFOAM, COMSOL Multiphysics and Ansys Fluent in simulating 2D channel flow with sudden expansion . . . . .	35
<i>Ravshanov N., Boborahimov B.I., Berdiyorov Sh.Sh.</i>	
Numerical modeling of liquid solution filtration in a cylindrical porous filter . . . . .	49
<i>Mamatov A.R.</i>	
Algorithm for solving a two-level game problem of dynamic system trajectory transfer . . . . .	64
<i>Hayotov A.R., Shomalikova M.Sh.</i>	
An optimal quadrature formula exact to the exponential function . . . . .	74
<i>Fayazov K.S., Abdullayeva Z.Sh.</i>	
Interior boundary value problem for a system of second-order mixed-type equations	86
<i>Hayotov A.R., Khaitov T.O.</i>	
Algebraic-trigonometric optimal formulas for numerical integration . . . . .	102
<i>Rustamov N., Amirtayev K., Tastanova S.</i>	
The method of semantic modeling . . . . .	114
<i>Boborahimov B.I., Axmedjanova D.A., Sharipov Kh.D.</i>	
A corpus-based model of the Middle Turkic language using weighted averaging .	123

# HISOBLASH VA AMALIY МАТЕМАТИКА MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL  
AND APPLIED MATHEMATICS

