

УДК 519.6:622.276+622.279

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

^{1*} *Равшанов Н.*, ¹ *Холматова И.И.*, ¹ *Курбонов Н.М.*, ² *Исламов Ю.Н.*

*ravshanzade-09@mail.ru

¹ Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта,
100125, Узбекистан, Ташкент, м-в. Буз-2, 17А;

² Ташкентский педиатрический медицинский институт,
100140, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Богишамол, 223.

В работе рассмотрен гидродинамический процесс подземного выщелачивания, применяемый для добычи дорогих металлов из рудных месторождений методом кислотной обработки коллектора. Для комплексного исследования, мониторинга и прогнозирования объекта разработана математическая модель на основе фильтрационно-конвективного и диффузионного процесса подземного выщелачивания с учетом изменения основных гидродинамических параметров, коэффициента фильтрации и пористости среды, которые зависят от уровня напора и кинетики процесса, а также защиты подземных вод от источников загрязнения что и является основной задачей исследования. Так как поставленная задача описывается системой многомерных квазилинейных уравнений в частных производных, получение аналитического решения является сложной задачей. Для решения поставленной задачи используются методы потоковой и обычной прогонки с использованием консервативных разностных схем. Далее двумерная задача приведен к виду цепочки одномерных задач и проведены вычислительные эксперименты на вычислительном кластере, результаты расчетов представлены в виде графиков.

Ключевые слова: подземное выщелачивание, математическое моделирование, полезные ископаемые, фильтрация, диффузия, кинетика, полезная компонента.

Цитирование: *Равшанов Н., Холматова И.И., Курбонов Н.М., Исламов Ю.Н.* Математическое моделирование процесса подземного выщелачивания с учетом изменения гидродинамических параметров пористой среды // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 2(56). – С. 72-84.

1 Введение

С каждым днем возрастает потребность общества в расширении материально-технической базы народного хозяйства страны и в ее рациональном использовании. Быстро растущие потребности во внедрении подземного выщелачивания (ПВ) как прогрессивного метода, с особой остротой перед исследователями ставят задачу математического моделирования подземных процессов, происходящих при ПВ. В свою очередь создания детальной картины исследуемых процессов мы приходим к необходимости строить все более сложные математические модели (ММ), которые требуют универсального тонкого аппарата при численном решении рассматриваемой задачи.

Данная статья посвящена к исследованию, разработке и практической реализации ММ и алгоритмов решения задачи фильтрационно-диффузионного назначения,

которые являются неперменным инструментом при проведения комплексного исследования и принятия управленческого решения с целью повышения эффективности месторождений полезных ископаемых и защиты подземных вод при кислотной обработке.

ПВ представляет собой процесс, при котором происходит растворение полезного компонента химическим реагентом на месте залегания рудного тела с последующим выносом образовавшихся соединений, из зоны реакции движущимся потоком растворителя. Происходящий технологический процесс является сложным включающим в себе фильтрацию, диффузию и кинетику [1–3].

Выщелачивание, как фильтрационный процесс, переводит растворитель от одной точки (от нагнетательной скважины) к другой и транспортирует растворенные продукты к выводу (к эксплуатационной скважине) вместе с фильтрующим потоком растворителя. Рудовмещающая порода обычно представлена песком с примесью глин и других минералов. Полезные компоненты составляют десятки или сотые доли процента [4].

Выщелачивание, как диффузионный процесс, осуществляется переходом компонентов системы из твердой фазы в жидкую. Фактором, характеризующим интенсивность таких процессов, служит разность между значениями концентрации растворителя и выщелачиваемого компонента в слое, примыкающем к поверхности твердой частицы, и в общем объеме жидкой фазы.

Выщелачивание, как кинетический процесс, в первом этапе осуществляет реакцию между жидкостью и твердым веществом развивающую от поверхности частиц к их центру. В основе растворения минералов в кислотах лежит реакция присоединения водорода к аниону растворяемого соединения, причем, скорость растворения не зависит от скорости самой реакции, так как такие реакции протекают практически мгновенно [5, 6].

В работе [7] для ММ процесса ПВ опираются на предложенное Мейрмановым А.М. методике, где основной идеей является наличие новых условий на свободной (неизвестной) границе между жидкой и твердой фазами («поровое пространство - твердый скелет»). Эти условия выражают обычные законы сохранения массы и вывод математической модели, описывающей процессы на макроскопическом уровне. Предложенный метод позволяет изучить как динамика свободной границы зависит от скорости распространения неоднородного раствора и внешних параметров (температуры, давления и концентрации реагентов). Как отмечают авторы эффективная добыча дорогих металло-элементов из рудных месторождений путем выщелачивания - очень важная, с экономической точки зрения, задача. На примере, реальные залежи урана являются сложными и неоднородными геологическими телами и их неоднородность означает, что интересующие нас свойства (пористость, насыщенность и т. д.) меняются в пространстве и со временем. При разработки рудных месторождений часто этот факт слабо учитывается на стадии планирования добычи или вообще не учитывается. Например, раствор кислоты, вводимый в скважину, может оказаться далеко от предполагаемой цели. Важную роль играют и иные факторы, такие как концентрация вводимой кислоты, способы ее инъекции и т.д. Поэтому понимание движения жидкостей и механизмов растворения породы в таких гетерогенных пористых средах является основополагающим для добычи урана. Как отмечают авторы статей [7–14] настоящее время ПВ рудных месторождения описывается большим спектром ММ на макроскопическом уровне, где в макроскопических моделях каждая точка твердого скелета и жидкость в порах представлены как сплошная среда. Эти

предлагаемые модели имеют сходные структуры и принципы, и их дифференциальные уравнения просто постулируются, а динамика жидкости описывается системой фильтрации Дарси. В то же время уравнения диффузии-конвекции довольно разнообразны, и выбор между ними зависит от предпочтений исследователя и все эти модели содержат неизвестную пористость среды, а дополнительное уравнение для этой пористости также варьируется от модели к модели, а это вполне объяснимо, так как основные механизмы физических процессов сосредоточены на неизвестной (свободной) границе между поровым пространством и скелетом грунта. Растворение пород происходит именно на этой границе. Р. Барридж и Дж. Б. Келлер [13], Е. Санчез-Паленсия [14] были первыми, кто предложил описывать макроскопические математические модели фильтрации, опираясь на микроструктуру.

В процессе фильтрационно-конвективных диффузионных процессов миграция минералов осуществляется комбинированным движением фильтрационных, диффузионных и кинетических процессов. Движение жидкости будет определяться действующими на нее объемными или поверхностными силами. Перенос вещества в движущейся жидкости обусловлен двумя совершенно различными механизмами. Во-первых, при наличии разности концентрации в жидкости возникает молекулярная диффузия, во-вторых, частицы вещества, растворенные в жидкости, увлекаются последней в процессе ее движения и переносятся вместе с ней. Совокупность обоих процессов именуется конвективной диффузией вещества в жидкости. При этом надо подчеркивать, что при процессе ПВ, во-первых, за счет изменения напора в пористой среде, во-вторых, за счет растворения частиц вещества при кислотной обработке рудного месторождения изменяются основных гидродинамические параметры объекта исследования.

С учётом вышесказанных в работе предлагается ММ и численный алгоритм решения задачи, где коэффициенты фильтрации и пористость рудного месторождения изменяется в зависимости от напора и кинетики объекта исследования.

2 Физическая постановка задачи

Исходя из вышесказанного для исследования процесса ПВ требуется определить функцию концентрации полезного компонента $C_2(x, y, t)$ в ограниченной неоднородной области

$$G = \{(x, y, t), a < x < b, c < y < d, 0 < t \leq T\}.$$

При этом распространение поля напора $H(x, y, t)$ определяется из уравнений упругого режима фильтрации:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[k(x, y) h(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k(x, y) h(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial y} \right] = \\ = \beta m(x, y) h(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial t} + f_1(x, y, t), \quad [x, y] \in G, \end{aligned} \quad (1)$$

удовлетворяющий начальным

$$H(x, y, t) = H^0(x, y), \quad t = 0, \quad (2)$$

и граничным условиям

$$\alpha \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial n} + (1 - \alpha) H(x, y, t) = \varphi(x, y, t), \quad (x, y) \in G_k. \quad (3)$$

Скорости фильтрации определяются законом Дарси

$$V_x(x, y, t) = -k(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x}, \quad V_y(x, y, t) = -k(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial y}. \quad (4)$$

Распространение поле реагента определяется решением уравнения конвективной диффузии с соответствующими условиями

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{xx}(x, y) \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial x} + D_{xy}(x, y) \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{yy}(x, y) \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial y} + D_{yx}(x, y) \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial x} \right] - \\ & - \frac{\partial(V_x(x, y, t)C_1(x, y, t))}{\partial x} - \frac{\partial(V_y(x, y, t)C_1(x, y, t))}{\partial y} = m_g \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial t}, \quad [x, y] \in G \end{aligned} \quad (5)$$

с начальными

$$C_1(x, y, t) = 0, \quad t = 0 \quad (6)$$

и граничными

$$C_1(x, y, t) = 0, \quad (x, y) \in G_k, \quad (7)$$

а также, внутренними условиями на скважинах

$$\begin{aligned} C_1(x, y, t) &= C_{3i}, \quad (x, y) \in G_o, \\ \frac{\partial C_1(x, y, t)}{\partial n} &= 0, \quad (x, y) \in G_z. \end{aligned} \quad (8)$$

Искомое распределение функции концентрации полезного компонента определяется решением следующего уравнение с соответствующими условиями:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[D_{xx}(x, y) \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial x} + D_{xy}(x, y) \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[D_{yy}(x, y) \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial y} + D_{yx}(x, y) \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial x} \right] - \\ & - \frac{\partial(V_x(x, y, t)C_2(x, y, t))}{\partial x} - \frac{\partial(V_y(x, y, t)C_2(x, y, t))}{\partial y} = \\ & = m_c \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t}, \quad [x, y] \in G \end{aligned} \quad (9)$$

с начальными

$$C_2(x, y, t) = C_2^0, \quad t = 0 \quad (10)$$

и граничными

$$\alpha \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial n} + (1 - \alpha)C_2(x, y, t) = \psi(x, y, t), \quad (x, y) \in G_k, \quad (11)$$

а также, внутренними условиями на скважинах

$$\begin{aligned} C_2(x, y, t) &= C_{4i}, \quad (x, y) \in G_o, \\ \frac{\partial C_2(x, y, t)}{\partial n} &= 0, \quad (x, y) \in G_z. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение кинетики масса обмена, определяющее скорость перехода вещества из одной фазы в другую, имеет следующий вид

$$\frac{\partial N(x, y, t)}{\partial t} = \gamma(C_1)f(C_2, N, t), \quad (13)$$

$$N(x, y, t) = N^0(x, y), \quad t = 0, \quad [x, y] \in G.$$

Из постановки задачи следует, что в результате изменения напора в рудной месторождении при откачке и закачке раствора изменяется коэффициент проницаемости и пористости слоя в зависимости от изменения напора. Динамика изменение гидродинамических параметров зависят от уровня напора в пористой среды, то есть при больших значениях напоров эти параметры изменяются по экспоненциальному закону, а при малых значениях по линейному закону, общая схема разреза нагнетательной и продуктовой скважины показана на рис. 1.

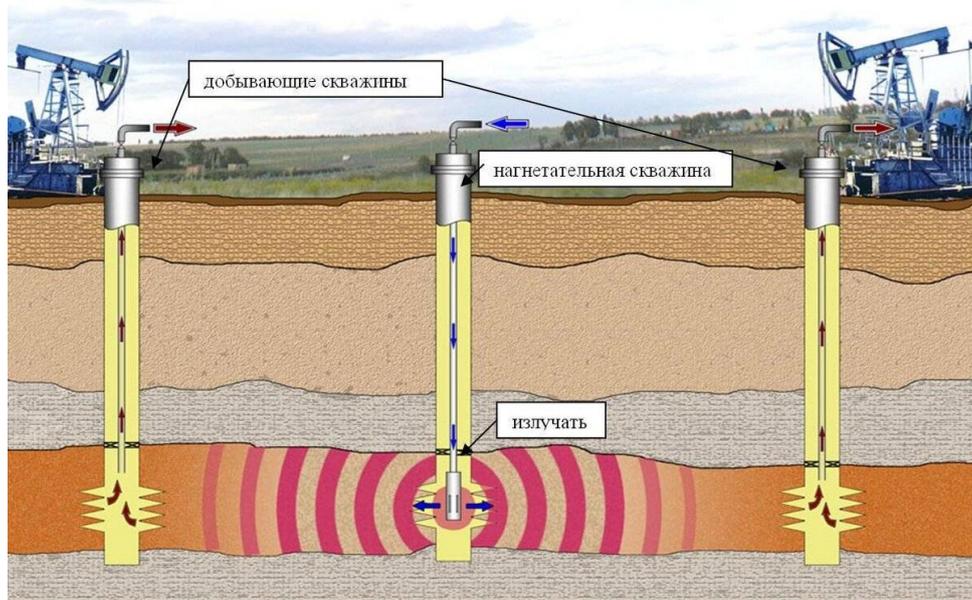


Рис. 1 Схема разреза нагнетательной и продуктовой скважины

3 Метод решения задачи

Надо отметить, что при процессе ПВ за счет воздействия реагента на рудных месторождении происходит химическая реакция и перехода вещества из одной фазы в другую в следствия чего изменяется гидродинамические параметры пористой среды (коэффициенты фильтрация и пористость) и напор в рудных коллектора.

Как было отмечено в работе [15] изменение пористости в зависимости от напора можно выражать с помощью уравнения

$$m = m_0 + \beta_c (H - H_0),$$

а при значительных изменениях напора изменение пористости описывается уравнением

$$m = m_0 e^{-\beta_c (H_0 - H) / m_0},$$

где m_0 - коэффициент пористости при $H = H_0$.

Анализ проведенных экспериментальных данных показало, что не только пористость, но и проницаемость рудного коллектора существенно зависит от пластового

напор и при малых изменениях его значение эта можно записать в виде линейной зависимости:

$$k = k_0 [1 - a_K (H_0 - H)],$$

а при больших - экспоненциальной

$$k = k_0 e^{-a_K(H_0 - H)}.$$

Здесь: $H(x, y, t)$ - значение напора, (м); $H^0(x, y)$ - начальное значение напора, (м); $\varphi(x, y, t)$ - значение напора на границе, (м). m - значение коэффициента пористости; γ - объемная масса раствора, (кг/м³); k - коэффициент фильтрации, (м/сут); t - время. $h(x, y)$ - мощность рудовмещающего горизонта (м); β - коэффициент упруго ёмкости, (см²/кг); α - константа, принимающие значение 0 или 1; $f(x, y, t) = q_i(t)\delta(x - x_i, y - y_i)$, $i = \overline{1, n}$; $q_i(t)$ - дебиты скважин;

$$\delta = \begin{cases} 1, & x = x_i, y = y_i \\ 0, & x \neq x_i, y \neq y_i \end{cases} \text{ - дельта функция Дирака.}$$

Как нам известно одной из основных задач процесса ПВ заключается в определении основных характеристик рудного пласта, таких как: гранулометрический состав, пористость, проницаемость, карбонатность, капиллярные свойства, удельная поверхность и механические свойства (упругость, пластичность, сопротивление разрыву и др.), а основная масса рудосодержащих пород сложена зернистыми и коллоидно-дисперсными минералами диаметром от 0,01 до 1,0 мм.

Пористость пласта имеет различные формы и структур: поры между зёрнами обломочного материала (межкристаллические), поры растворения, образовавшиеся в результате циркуляции подземных вод, пустоты и трещины, образованные за счёт процессов растворения минеральной составляющей породы активными флюидами и образование карста, поры и трещины, возникшие под влиянием химических процессов, например, превращение известняка (CaCO₃) в доломит (MgCO₃) - при доломитизации идёт сокращение объёмов породы на 12 %, пустоты и трещины, образованные за счёт выветривания, эрозионных процессов.

Объём пор зависит: от формы зёрен; от сортировки зёрен (чем лучше отсортирован материал, тем выше пористость, от размера и укладки зёрен, где при кубической укладке пористость составляет $\approx 47,6$ %, при ромбической укладке - 25,96 %.

Анализ показывает, что около 60 % запасов дорогих металлов и нефти в мире приурочено к песчаным пластам и песчаникам, 39 % - к карбонатным отложениям, а 1% - к выветренным метаморфическим и изверженным породам.

Пористость пород продуктивных пластов определяют в лабораторных условиях по керновому материалу, а пористость пласта на больших участках определяется статистически по большому числу исследованных образцов *керна*, где некоторые из них приведены в таб. 1.

Таблица 1. Коэффициенты пористости некоторых пород

Горная порода	Пористость, %
Глинистые сланцы	0,54-1,4
Глины	6,0-50,0
Пески	6,0-52
Песчаники	3,5-29,0
Известняки	до 33
Доломиты	до 39

Другой фактор существенно действующий на процесс ПВ при добыча дорогих металлов это – проницаемость пористых сред, характеризующий её способность пропускать через себя жидкости и газы при перепаде напора в пласте. Как нам известно абсолютное проницаемых тел в природе нет, а при сверхвысоких напорах в пласте все породы проницаемы. Однако при сравнительно небольших перепадах напора в рудных и нефтяных пластах многие породы в результате незначительных размеров поскользываются практически непроницаемыми для жидкостей и газов (глины, сланцы и т.д.). К хорошо проницаемым породами относятся: пески, песчаники, доломиты, доломитизированные известняки, алевролиты, а также глины, имеющие массивную пакетную упаковку, а к плохо проницаемым: глины, с упорядоченной пакетной упаковкой, глинистые сланцы, мергели, песчаники, с обильной глинистой цементацией.

Таким образом, для анализа, прогнозирования и проведения комплексного исследования процесса ПВ, определения значений концентрации полезного компонента при технологии эксплуатации месторождения методом ПВ необходимо совместно решить систему уравнений (1) - (13) с учетом выше приведенных гидродинамических характеристик рудных месторождения.

Для упрощения решения поставленной задачи можно разделить систему уравнения (1) - (13) на несколько этапов, которые выгодны для проведения вычислительных экспериментов (ВЭ) на вычислительной системе (ВС), а также представляющая возможность для автономного решения отдельных подзадач процесса ПВ имеющие большое значение проектных исследованиях и анализе при уточнении разработки месторождений полезных ископаемых.

Уравнение (1) с соответствующими условиями (2) - (3) описывает течение раствора в пористой среде.

Далее из (4) определяются скорости потока в рудной части. По известным значениям скорости потока определяется из (5)-(8) распределение реагента. В начальный период разработки активная реакция подаваемого реагента через закачные скважины протекает около скважин, с течением времени она расширяется и через определенный момент времени доходит до границы рудой залежи. В конкретных случаях реакция происходит только в тех участках, где $C_1(x, y, t) > \varepsilon$ и $\gamma(C_1)$ принимает значение при $C_1(x, y, t) > \varepsilon - \gamma$, а при $C_1(x, y, t) \leq \varepsilon - \gamma$ – нуль. Конкретный вид функции $f(C_2, N, t)$, зависящий от многих факторов, для каждого объекта определяются отдельно. И наконец, с помощью известными значениями $V_x(x, y, t)$, $V_y(x, y, t)$, $f(C_2, N, t)$, $\gamma(C_3)$ из уравнения (9) с соответствующими условиями (10)-(12) определяется поле концентрации $C_2(x, y, t)$, полезной компоненты в жидкой фазе.

Определяются течения раствора и скорости фильтрации из (1) – (3) методом потоковой прогонки [16, 18, 19]. Распределение реагента и поле концентрации полезной компоненты определяется по монотонной схеме и методом обычной прогонки [17].

4 Вычислительный эксперимент и анализ результатов

Для мониторинга и прогнозирования основных показателей процесса ПВ проведены ВЭ с следующими исходными данными: $L_x = b - a = 100$ м; $L_y = d - c = 100$ м; $h(x, y, t) = 15$ м; $k=3$ м/сут; $m = 0,2$; $H^0(x, y) = 15$ м; $\alpha = 1$; $C_2 = 5.0014$ г/л а результаты расчетов приведены в виде графических объектов (рис. 2-12).

На рис. 2 приведены динамика роста коэффициент фильтрация в пористой среде при линейном и экспоненциальном законе в зависимости от изменения напора со временем. Как видно из кривых рис. 2 коэффициент фильтрация существенно

изменяется в зависимости от напора, а это особенно заметно когда он подчиняется экспоненциальному закону.

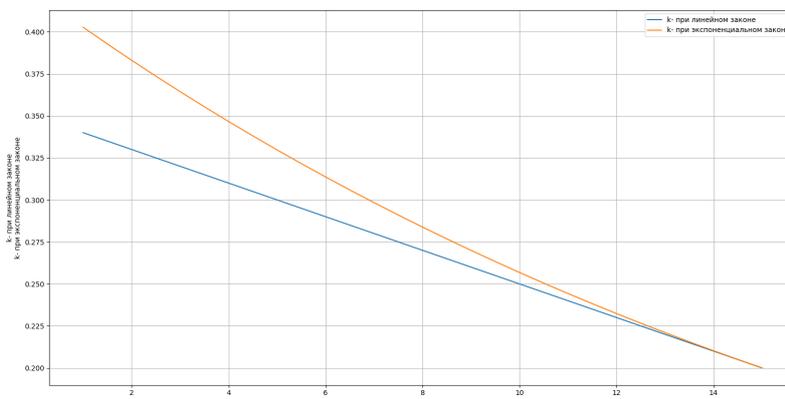


Рис. 2 Изменение коэффициент фильтрация в зависимости от напора со временем

На рис. 3 приведены динамика роста пористости пород в зависимости от напора при линейном и экспоненциальном законе и как видно из кривых рис. 3 пористость пород существенно изменяется в зависимости от напора, а это особенно заметно когда он подчиняется экспоненциальному закону.

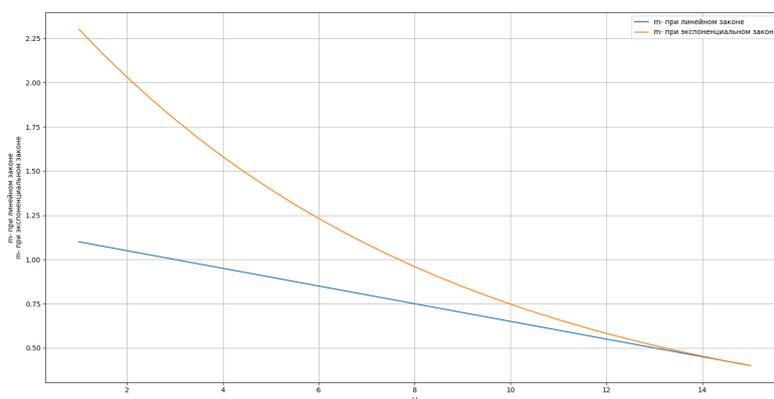


Рис. 3 Изменение пористости рудного месторождения в зависимости от напора со временем

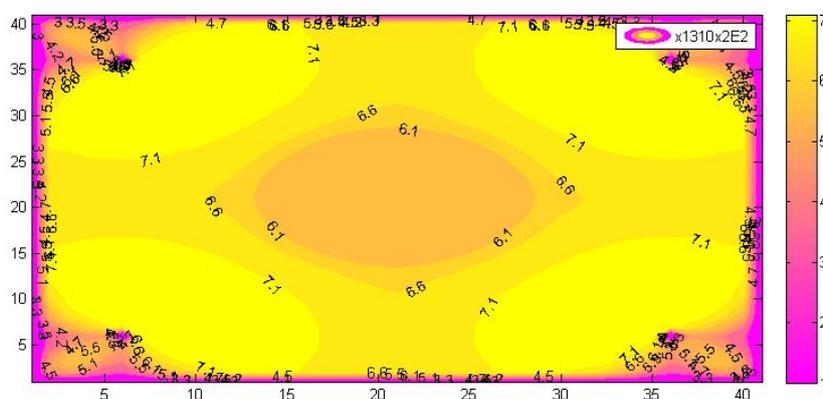


Рис. 4 Концентрация реагента при $t = 360$ сутке, когда работают 5 скважин

На рис. 4-5 приведены результаты проведенных ВЭ на ВС, изменение концентрации реагента в рудном месторождении когда работают 5 скважин с одинаковыми дебитами, а на рис. 6 приведены результаты проведенных численных расчетов на ВС, когда работают 11 скважин, начальной концентрации реагента $C_2(x, y, t) = 50$ мг/л. Из изолиний рис. 4 видно, что по мере удаления от скважин наблюдается рост концентрации в рудном месторождении, а это особенно заметно из 3D объекта (рис. 5).

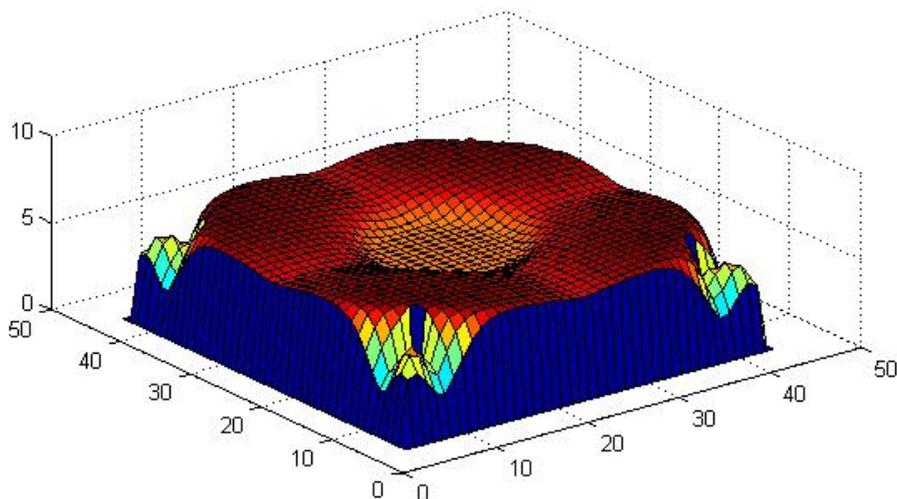


Рис. 5 Изменение концентрация реагента со временем (при $t = 360$ сутке и при работе 5 скважин)

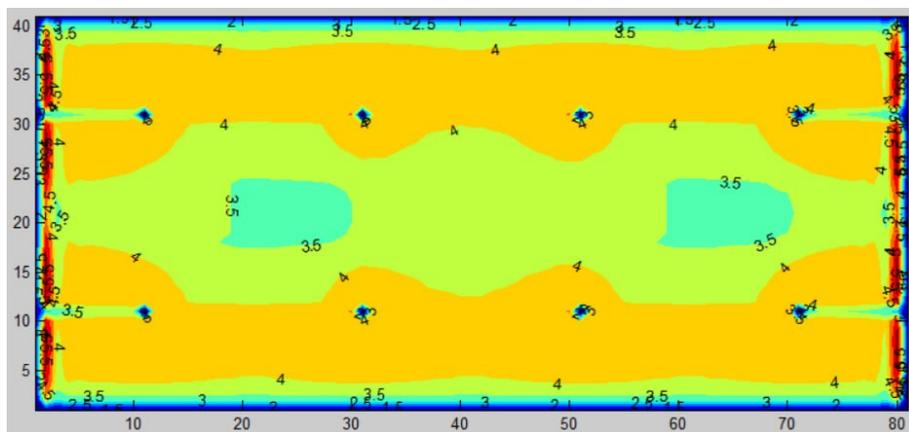


Рис. 6 Изменение концентрация реагента со временем (при $t = 360$ сутке, работе 11 скважин, начальной концентрации реагента $C_2(x, y, t) = 50$ мг/л)

На рис. 7, 8 приведены уровни изменения напора жидкости со временем в виде в виде 2D и 3D цветных изобар при $t = 360$ сутке. Как видно из результаты проведенных ВЭ по мере удаления от скважин напор в коллекторе повышается, а равномерное повышение напора в пористой среде существенно зависит от коэффициента фильтрации и пористости слоя. При малых значениях коэффициента фильтрации и пористости слоя приток жидкости к скважинам замедляется, вследствие чего фильтрационный область движения жидкости заметно уменьшается.

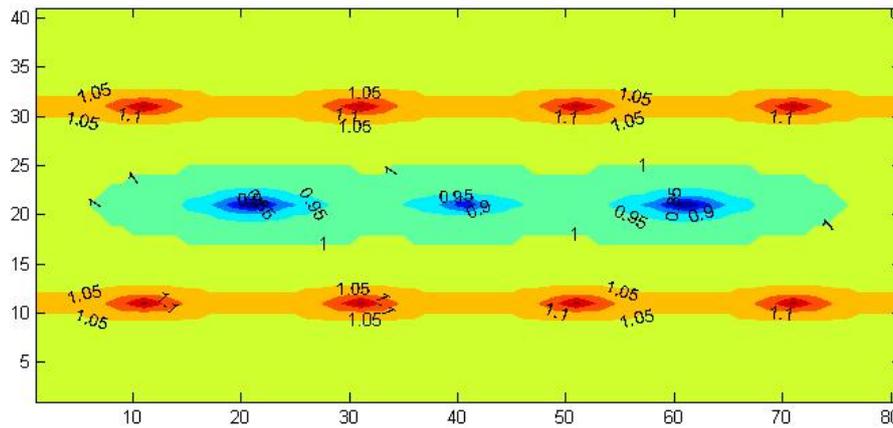


Рис. 7 Изменение напора со временем при $t = 360$ сутке

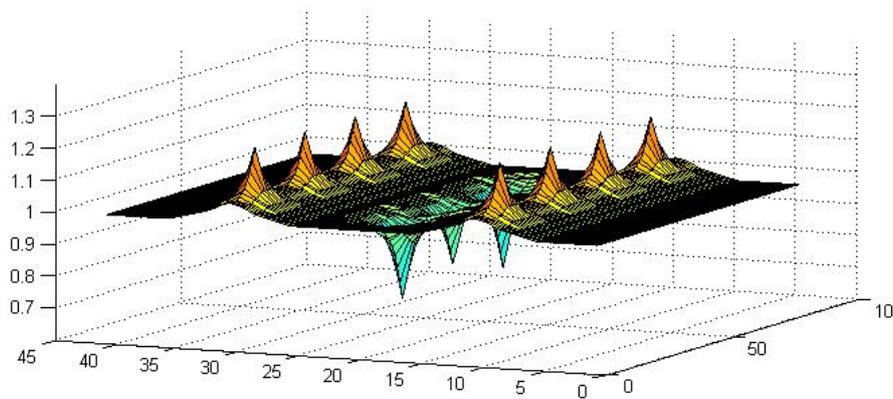


Рис. 8 Изменение напора со временем при $t = 360$ сутке (в виде 3D графика)

На рис. 9, 10, 12 приведены результаты численных расчетов изменения концентрации реагента со времени при начальной $C_2(x, y, t) = 30$ мг/л, $t = 360$, $t = 50$, $t = 90$ и при $t = 180$ сутке, когда работают 8 скважин.

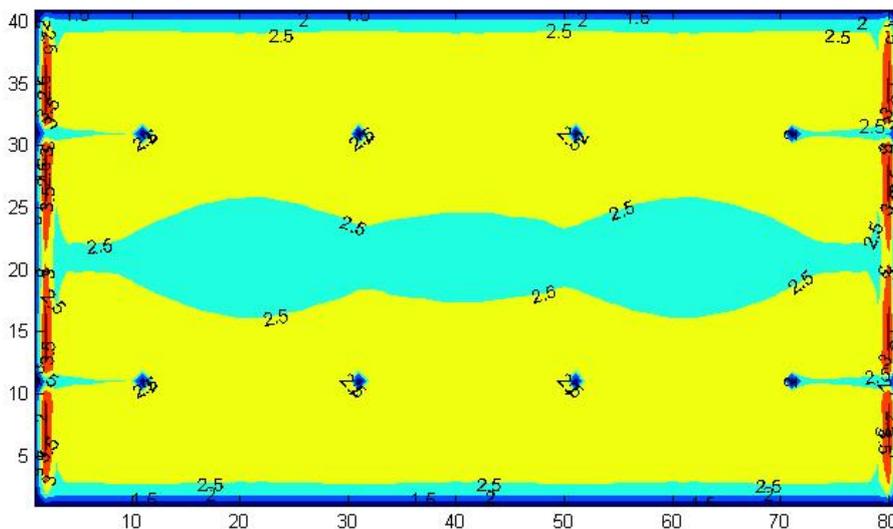


Рис. 9 Изменение концентрация реагента

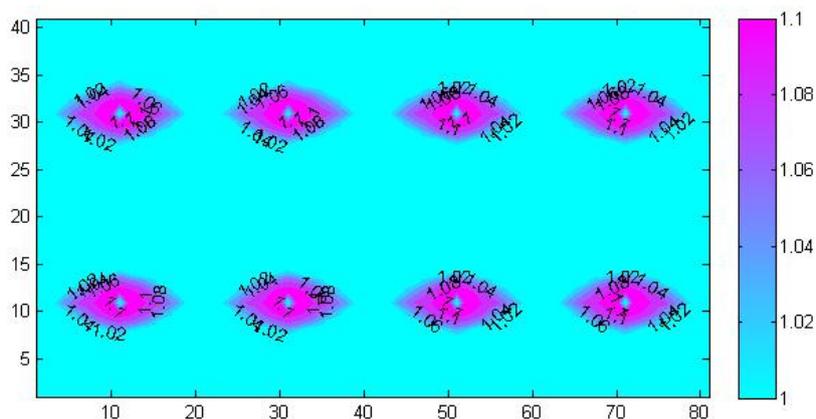


Рис. 10 Изменение концентрация реагента (при $t = 50$ сутке)

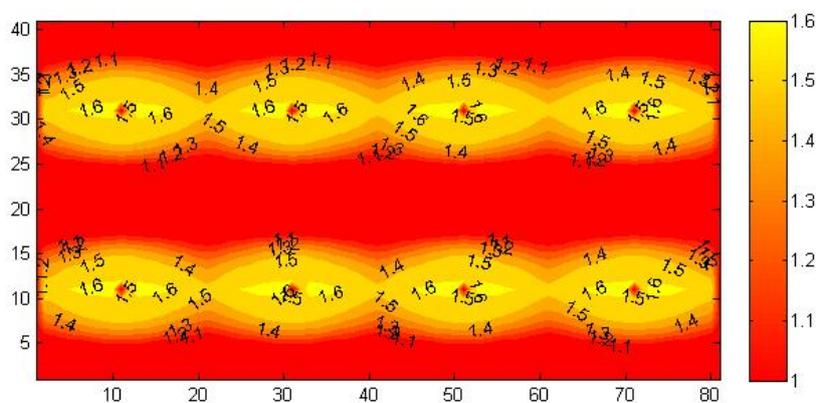


Рис. 11 Изменение концентрация реагента (при $t = 90$ сутке)

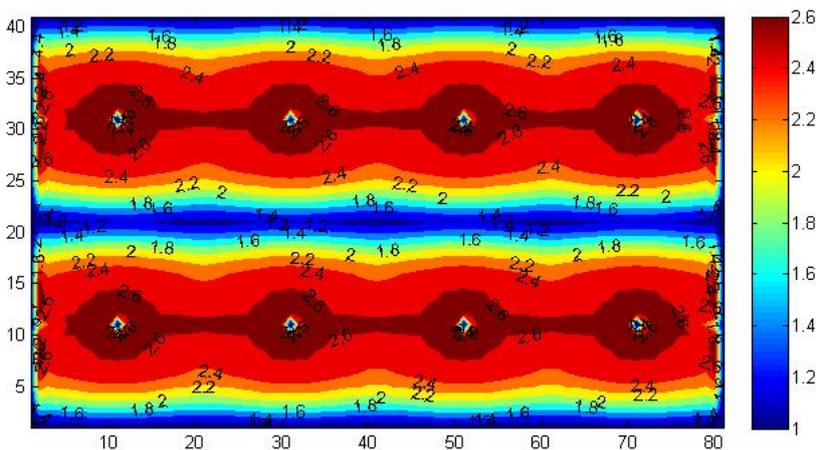


Рис. 12 Изменение концентрация реагента (при $t = 180$ сутке)

5 Заключение

Анализ проведенных численных расчетов показал, что в начальном этапе разработки рудных месторождений активная реакция подаваемого реагента с помощью закачных скважин протекает вокруг скважин, а как показали проведенные численные

расчеты на ВС это область со времени будет расширяться в зависимости от проницаемости и пористости рудного месторождения. С течением времени она расширяется и через определенный момент времени доходит до границы рудой залежи, а в конкретных случаях реакция происходит только в тех участках, где $C_1(x, y, t) > \varepsilon$ и $\gamma(C_1)$ принимает значение при $C_1(x, y, t) > \varepsilon - \gamma$, а при $C_1(x, y, t) \leq \varepsilon$ - нуль.

Проведенными численными расчетами установлены, что при больших значениях напора в пористом слое коэффициент фильтрация и пористость надо вычислить в виде экспоненциальной зависимости от напора, а при малых значениях напора в виде линейной зависимости. Начальное значение коэффициента фильтрации и пористости надо выбрать от вида пород: глинистые сланцы – 0,54–1,4%; глины – 6,0–50,0%; пески – 6,0–52%; Известняки – 33%; доломиты – 39%.

Литература

- [1] *Аренс В.Ж.* Скважинная добыча полезных ископаемых. – М.: Недра, 1986. – 277 с.
- [2] *Грабобников В.А.* Геотехнологические исследования при разведке металлов. – М.: Недра, 1983. – 120 с.
- [3] *Закиров С.Н.* Теория и проектирование разработки газовых и газоконденсатных месторождений. – М.: Недра, 1989. – 334 с.
- [4] *Бахуров В.Г., Руднева И.К.* Химическая добыча полезных ископаемых. – М.: Недра, 1972. – 136 с.
- [5] *Алимов И.* Математическое моделирование гидродинамических процессов подземного выщелачивания. – Ташкент: ФАН, 1991. – 82 с.
- [6] *Веригин Н.Н. и др.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. – М.: Недра, 1977. – 271 с.
- [7] *Гальцев О.В. и др.* Математическое моделирование процесса подземного выщелачивания на макроскопическом уровне // Научные ведомости. Серия: Математика. Физика. – 2018. – Том 50, № 4. – С. 479-486.
- [8] *Meirmanov A.M., Galtsev O.V., Zimin R.N.* Free Boundaries in Rock Mechanics. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 2017. – 229 p.
- [9] *Golfier F. et al.* On the ability of a Darcy-scale model to capture wormhole formation during the dissolution of a porous medium // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol. 457. – P. 213-254.
- [10] *Kalia N., Balakotaiah V.* Effect of medium heterogeneities on reactive dissolution of carbonates // Chemical Engineering Science. – 2009. – Vol. 64. – P. 376-390.
- [11] *Cohen C.E. et al.* From pore scale to wellbore scale: impact of geometry on wormhole growth in carbonate acidization // Chemical Engineering Science. – 2008. – Vol. 63. – P. 3088-3099.
- [12] *Panga M.K.R., Ziauddin M., Balakotaiah V.* Two-scale continuum model for simulation of wormholes in carbonate acidization // A.I.Ch.E. Journal. – 2005. – Vol. 51. – P. 3231-3248.
- [13] *Burridge R., Keller J.B.* Poroelasticity equations derived from microstructure // Journal of Acoustic Society of America. – 1981. – Vol. 70. – P. 1140-1146.
- [14] *Sanchez-Palencia E.* Non-Homogeneous Media and Vibration Theory. – (Lecture Notes in Physics. Vol. 127.). – New York: Springer-Verlag, 1980. – 400 p.
- [15] *Бунашев В.Ф., Кайтаров З.Д.* Математическое моделирование многофазной фильтрации с учетом деформации пористой среды // Узбекский журнал Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2022. – №3(41). – С. 5-20.
- [16] *Равшанов Н., Алимова И.И.* Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде // Узбекский журнал Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2018. – №1(13) – С. 48-55.

- [17] Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
- [18] Ravshanov H., Kurbonov H.M. Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде // Информационные технологии моделирования и управления. – 2016. – №1(97). – С. 34-45.
- [19] Kurbonov N.M., Saliev E.A. Computer experiment to study of filtration oil, gas and water in a porous medium // Problems of computational and applied mathematics. – 2016. – 1(3). – С. 13-22.

Поступила в редакцию 13.04.2024

UDC 519.6:622.276+622.279

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF UNDERGROUND LEACHING TAKEN INTO ACCOUNT OF CHANGES IN THE HYDRODYNAMIC PARAMETERS OF THE POROUS MEDIUM

^{1*}Ravshanov N., ¹Kholmatova I.I., ¹Kurbonov N.M., ²Islamov Yu.N.

*ravshanzade-09@mail.ru

¹Research Institute for the Development of Digital Technologies and artificial intelligence, 17A, Buz-2, Tashkent, 100124 Uzbekistan;

²Tashkent Pediatric Medical Institute, 223, Bogishamol str., Tashkent, 100140 Uzbekistan.

The paper examines the hydrodynamic process of in-situ leaching, used for the extraction of expensive metals from ore deposits by acid treatment of the collector. For a comprehensive study, monitoring and forecasting of the object, a mathematical model has been developed based on the filtration-convective and diffusion process of underground leaching, taking into account changes in the main hydrodynamic parameters, filtration coefficient and porosity of the medium, which depend on the level of pressure and kinetics of the process, as well as the protection of groundwater from sources pollution, which is the main objective of the study. Since the problem posed is described by a system of multidimensional quasilinear partial differential equations, obtaining an analytical solution is a difficult task. To solve the problem, the methods of flow and ordinary sweep using conservative difference schemes are used. Next, the two-dimensional problem is reduced to the form of a chain of one-dimensional problems and computational experiments are carried out on a computing cluster; the calculation results are presented in the form of graphs.

Keywords: in-ground leaching, mathematical modeling, minerals, filtration, diffusion, kinetics, useful component.

Citation: Ravshanov N., Kholmatova I.I., Kurbonov N.M., Islamov Yu.N. 2024. Mathematical modeling of the process of underground leaching taken into account of changes in the hydrodynamic parameters of the porous medium. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 2(56): 72-84.

HISOBLASH VA AMALIY
МАТЕМАТИКА
MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 2(56) 2024

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Азамова Н.А., Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мирзаева Г.Р., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Schaumburg H. (Германия),
Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(99871) 263-41-98.

E-mail: journals@airi.uz.

Сайт: www.pvpm.uz.

Дизайн и компьютерная вёрстка:

Шарипов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 30.04.2024 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №2. Тираж 100 экз.

Содержание

Алимов Х.Т., Паровик Р.И.

Некоторые аспекты численного анализа дробной математической модели
Макшерри для описания искусственной ЭКГ 7

Халджигитов А.А., Адамбаев У.Э., Джумаёзов У.З., Хасанова З.З.

Новые модельные уравнения в деформациях для анизотропных тел 17

Нуралиев Ф.М., Султанов Б.Ж., Дауытова Ж.К.

Математическое моделирование процессов деформированного состояния сетчатых пластин со сложной формой 30

Равшанов Н., Таштемирова Н., Каршиев Д.А.

Моделирование процесса распространения аэрозольных частиц в пограничном слое атмосферы с учетом их поглощения и захвата растительным покровом 41

Назирова Э.Ш., Неъматов А., Исмаилов Ш., Артикбаева Г.

Математическое моделирование фильтрации газа с учетом изменения пористости породы в зависимости от давления 58

Равшанов Н., Холматова И.И., Курбонов Н.М., Исламов Ю.Н.

Математическое моделирование процесса подземного выщелачивания с учетом изменения гидродинамических параметров пористой среды 72

Адылова Ф.Т., Давронов Р.Р.

Генеративный искусственный интеллект для разработки лекарств de novo: новые рубежи в области молекул 85

Мадатов Х.А.

Математическая модель автоматического определения несущественных слов текстов на узбекском языке 99

Суллюкова Л.Ф., Ёркулов Б.А.

Методика оценки имеющегося уровня информационной безопасности образовательной информационной системы 106