

УДК 004.4

О ПРОБЛЕМАХ ПОИСКА ВЫБРОСОВ В ЗАДАЧЕ С ОДНИМ КЛАССОМ

Игнатьев Н.А., Тошпулатов А.О.

n_ignatev@rambler.ru

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
100174, Узбекистан, Ташкент, ул. Университетская, 4.

Рассматривается поиск выбросов в задаче распознавания с одним классом. Проблемы поиска связаны с выбором функций потерь, критериев оптимизации, преобразованиями разнотипных признаков. Приведены примеры из предметных областей, в которых существуют такие проблемы. Обоснованно отсутствие методов кластерного анализа для определения выбросов и возможности их однозначной интерпретации. Многообразие вариантов анализа связано с наличием неопределённостей при подборе параметров кластеризации. В качестве дополнительных знаний о предметной области даётся анализ природы среды для объектов-выбросов. С этой целью вычисляются значения ядерной плотности распределения выбросов по локальным областям фиксированного размера. Приводится способ определения локации объектов, ближайших к центру класса. Решена задача анализа метеоданных по городу Ташкенту. Для оперативного реагирования на нарушения экологии предложен переход к решению задачи классификации с двумя классами. Считается, что один класс описывает приемлимое состояние, другой отклонение от экологических норм.

Ключевые слова: функции потерь, обучение без учителя, разнотипные данные.

Цитирование: *Игнатьев Н.А., Тошпулатов А.О.* О проблемах поиска выбросов в задаче с одним классом // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2025. – № 3(67). – С. 125-132.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.3_67.2025.11.

1 Введение

Одноклассовая классификация (ОК) — это особый случай классификации в машинном обучении, где модель обучается только на данных одного класса. Чтобы идентифицировать объекты этого класса среди всех остальных, часто рассматривая остальные как аномалии или выбросы. Концепция, лежащая в основе ОК, имеет корни в статистике и анализе данных, где обнаружение выбросов (outlier detection) и аномалий (anomaly detection) играли важную роль.

Понятие выбросы существует в задачах классификации с учителем и кластерном анализе. В первом случае выбросы ассоциируются с шумовыми объектами в базе прецедентов, которые влияют на понижение обобщающей способности алгоритмов распознавания. Разработаны ряд методов по поиску и удалению шумовых объектов [1]. В [2] для получения многообразия наборов шумовых объектов впервые было предложено использовать понятие относительный отступ между объектами классов. Потребность в этом понятии возникла при введении дополнительных критериев регуляризаторов для формирования баз прецедентов для машинного обучения. Процесс формирования реализован в виде решения задачи о минимальном покрытии объектов обучающей выборки эталонами.

Выбросы в кластерном анализе определяются исходя из оценок плотности распределения объектов в определяемых локальных областях признакового пространства. Например, в известном алгоритме DBSCAN [3] существует разделение объектов на статусы внутренних, граничный и выброс. Принадлежность объектов к статусам зависит от параметров локальной области из k ближайших соседей и радиуса гипершара r . Отсутствие критериев на выбор значений k и r порождает многообразие наборов выбросов и усложняет объяснение природы их появления.

Проблема выбросов обсуждалась в [4] для решения задачи восстановления закономерностей по эмпирическим данным. Выбросы являются важной составляющей теории об равномерной сходимости частот появления событий к их вероятностям.

Примеры задач, когда известны объекты только одного класса:

- обнаружение недобросовестной конкуренции при проведении конкурсов;
- мониторинговые системы экологического состояния среды;
- медицинская диагностика при неизвестном анамнезе;
- гипертрофированное внимание к малозначимым событиям;
- сокрытие резонансных дел.

Исследования показывают, что для решения задач одноклассной классификации (ОК) используются различные методы в зависимости от данных и контекста. Это включает методы оценки плотности, такие как модели Гаусса, методы на основе SVM и методы глубокого обучения, такие как Deep SVDD.

Известные методы обнаружения выбросов можно разделить на два подмножества, связанные с:

- выявление точек, которые имеют отклонение от определяемого нормального поведения без явного моделирования распределения;
- использованием глубокого обучения для ОК при формировании моделей нейронных сетей.

К первому подмножеству относятся алгоритмы “Изолирующий лес”, выявление аномалий на основе размера локальной окрестности (LOF), обнаружение отклонений от нормального распределения при заданных гиперпараметрах по эллиптической оболочке.

Генеративные сети с генерированием нормального распределения, антагонистическое обучение для разделения нормальных и аномальных данных, свёрточные нейронные сети, адаптированные для ОК, относятся ко второму подмножеству.

2 Предмет исследования

Исследуются процессы принятия решений при классификации, в которой требуется учитывать особые требования к границе разделения. Такие требования существуют при поиске максимального зазора между ближайшими точками (опорными векторами) по линейной плоскости в алгоритме SVM [5]. Формально задача оптимизации выглядит так:

$$\min_{w,b} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i,$$

где w — нормаль к гиперплоскости, b — смещение гиперплоскости, ξ_i — штрафы за нарушение зазора, C — параметр регуляризации, контролирующий баланс между максимизацией зазора и минимизацией ошибок классификации. Для предсказания используется правило:

$$y = \text{sign}(w \cdot x + b),$$

где x — входной вектор признаков.

Смещения в функцию принятия решений или процесс оптимизации могут вводиться в случае отдачи предпочтения одному из классов. Например:

$$y = \text{sign}(w \cdot x + b + \theta),$$

где θ — дополнительное смещение, создаваемое вручную или оптимизируемое. Это полезно в задачах с несбалансированными данными, где один класс (например, положительный) более важен, чем другой.

В контексте одноклассной классификации Biased SVM может быть интерпретирован как модификация, где гиперплоскость или гиперсфера смещается относительно начала координат, чтобы лучше описывать нормальные данные и отделять их от потенциальных выбросов. Например, гиперсфера с определяемым центром Z может рассматриваться как использование смещённого подхода по сравнению с классическим One-Class SVM, где центр часто фиксирован в начале координат.

В задачах, где нормальные данные представлены одним классом, а аномалии — редкими отклонениями, Biased SVM может сместить границу так, чтобы минимизировать ложное принятие аномалий за нормальные данные. Если положительный класс (например, болезнь) редок, но важен, Biased SVM с асимметричными штрафами может повысить чувствительность модели к этому классу. При обнаружении мошеннических транзакций при банковских переводах Biased SVM может быть настроена на приоритетное выявление подозрительных операций.

Отметим, что смещение гиперсферы относительно условного начала координат оставалось плохо исследованным. В качестве причины можно отметить следующее:

- из-за разнотипности шкал измерений невозможно вычислить центр гипершара;
- результаты анализа зависят от масштабов измерений признаков;
- нет учёта плотности распределения в окрестностях каждого объекта.

Функции потерь (Loss Functions) являются основой процесса настройки параметров алгоритмов классификации в машинном обучении. Они обеспечивают количественную оценку разницы между предсказаниями модели и фактическими данными. Их основная роль — направлять процесс обучения таким образом, чтобы позволять модели корректировать параметры алгоритма (веса и смещения) для уменьшения ошибки. Например, Hinge Loss используется в SVM, поддерживает понятие "разделимости" и обеспечивает максимальный отступ:

$$L = \sum_i^n \max(0, 1 - y_i \cdot \hat{y}_i),$$

где y_i , $\hat{y}_i$ соответственно исходное и прогнозируемое значение.

Проблему большой размерности данных предлагается решать через выбор нового признакового пространства. Например, для решения задачи идентификации DDOS атак в [6] выбор пространства происходил следующим образом. Описание 12 типов DDOS атак сравнивалось с описанием нормального трафика. Тип DDOS атаки рассматривался как метаобъект, представляющий значение устойчивости признаков из $(0.5; 1]$.

Для вычисления устойчивости предлагается использовать разделение объектов на два класса. Один из классов, как в примере с DDOS-атаками, может выбираться исходя из условий задачи. Другим вариантом решения проблемы является искусственное формирование объектов класса для сравнения с заданными параметрами плотности распределения.

С целью вычисления устойчивости признаков используется разбиение объектов на категории по их модам. В качестве мод могут быть возраст пациентов в медицине, время наблюдения за экологическим состоянием.

3 Постановка задачи и методы её решения

Объекты выборки $E_0 = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ описывается набором из n разнотипных (номинальных и количественных) признаков $X(n) = (x_1, \dots, x_n)$. Считается, что на $X(n)$ определено преобразование номинальных признаков в количественные через частоту встречаемости их градаций в E_0 , существует центр гипершара $Z \in R^n$ и радиус r , охватывающий всю выборку E_0 кроме аномальных объектов-выбросов. Минимизация радиуса гипершара r и суммы штрафов за выход из шара определяется по критерию

$$\lambda r^2 + \sum_{i=1}^m L(r^2 - \|S_i - Z\|^2) \rightarrow \min_{Z, r}, \quad (1)$$

где $\|S_i - Z\|^2$ расстояние $\rho(x, y)$ по метрике Евклида, функция потерь $L(M) = 2(1 + \exp(M))^{-1}$, $\lambda = 1$.

Требуется:

- выделить множество аномальных объектов-выбросов на E_0 ;
- оценить плотность распределения объектов как внутри гипершара, так и за его пределами.

Целью метода является построение минимального гипершара в пространстве признаков, содержащего всю выборку объектов за исключением аномальных выбросов. Для этого производится оптимизация центра Z и радиуса r шара с учетом штрафов за выход объектов за пределы шара.

Так как исходная выборка $E_0 = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ содержит объекты, описанные набором $X(n) = (x_1, \dots, x_n)$, в котором могут быть как номинальные, так и количественные признаки, то множество градаций $P_c = \{a_1, \dots, a_{n(c)}\}$ номинального признака $x_c \in X(n)$ заменяется на их относительные частоты:

$$f_c(\mu) = \frac{d_c(\mu)}{\sum_{\eta \in P_c} d_c(\eta)}, \quad (2)$$

где $d_c(\mu)$ — число объектов с градацией $\mu \in P_c$. Все признаки из $X(n)$ нормируются в диапазоне $[-1, 1]$ для обеспечения единой шкалы измерений:

$$x' = 2 \times \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} - 1. \quad (3)$$

В качестве функции расстояния для моделирования используется метрика Евклида:

$$d(S, Z) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2},$$

где $S = (x_1, \dots, x_n)$, $Z = (y_1, \dots, y_n)$.

Пусть размер локальной области определён по значению радиуса гипершара ε . Значение плотности распределения по гипершару с центром в объекте $S \in E_0$ вычислим как

$$\varphi(S, \varepsilon) = \sum_{\rho(S, S_i) < \varepsilon} \left(1 - \frac{d(S, S_i)}{\varepsilon}\right). \quad (4)$$

Как отдельная проблема рассматривается вычисление и обоснование значения радиуса ε .

Предлагается пошаговая процедура поиска оптимального решения по (1). На каждом шаге производится обновление центра Z в направлении уменьшения штрафной функции (1) и радиуса r с учетом компромисса между минимизацией штрафов и охватом основной массы данных. После нахождения оптимальных Z и r объекты, выходящие за пределы шара ($\|S_i - Z\|^2 > r^2$), считаются выбросами. Процедура позволяет находить компактный гипершар, покрывающий основную выборку, при этом игнорируя выбросы за счет штрафной функции. Рекомендуется к применению в задачах выявления аномалий и кластеризации данных. Решение проблемы выбора значения радиуса ε в (4) рассматривается в процессе реализации вычислительного эксперимента на реальных данных из предметных областей.

4 Вычислительный эксперимент

Для эксперимента были взяты данные замеров параметров состояния атмосферного воздуха в городе Ташкенте в 2023 году. Число замеров (объектов) 44276 по 8 параметрам, 3 из которых измерялся в номинальной шкале. Было произведено преобразование данных по (2), (3). По результатам вычисления оптимального значения (1) 16604 объектов были идентифицированы как аномальные или выбросы.

Поиск значения ε для (4) производился как решение обратной задачи от вычисления плотности распределения по k ближайшим соседям. Для этого определяется средняя величина от объектов в центре гипершара до максимально удаленных от них по расстоянию объектов из числа k ближайших соседей. Графическая иллюстрация решения представлена на рис. 1.

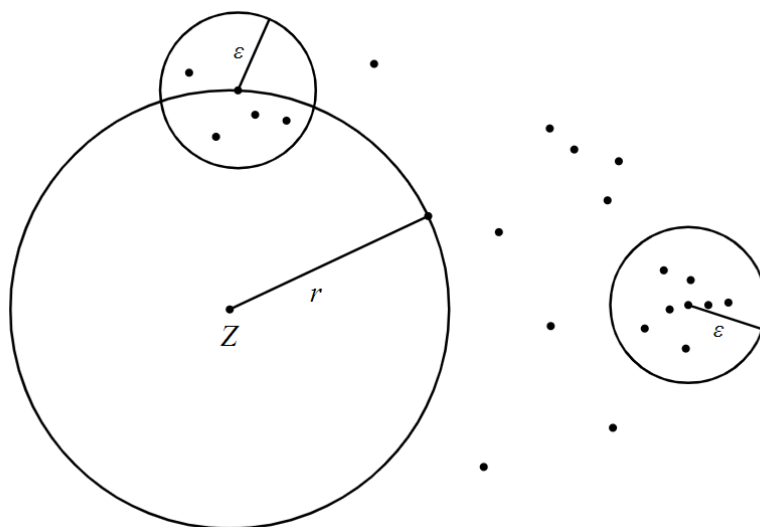


Рис. 1 Графическое представление выбросов за пределами гипершара

В табл. 1 представлена длина радиуса ε в зависимости от числа k ближайших соседей при $k = 3, 4, 5, 6$. Закономерности, которые являются источниками знаний об аномальных объектах:

- значения плотности распределения по (4);
- число аномальных объектов в % от общего числа в гипершара радиуса ε .

Таблица 1 Значение радиуса ε при разном числе ближайших соседей

k	Средняя длина
3	0.022043470173180917
4	0.024796746716516136
5	0.027349818792814200
6	0.029518187376178628

Информация о части аномальных объектов приводится в табл. 2. В скобках указано число аномальных объектов.

Таблица 2 Значения параметров аномальных объектов

Объект	k	Плотность по (4)	Состав
27101	3	4.395	83.33%(10)
	6	7.781	79.17%(19)
40160	3	0.623	50%(1)
	6	0.972	61.54%(16)
27014	3	0.882	0%(0)
	6	1.971	14.29%(1)

Интерес для исследования представляет анализ номеров объектов выборки, параметры которых наиболее близко расположены к искусственному центру (см. рис.1) гипершара Z .

О близости к центру Z можно судить через систему вложенных гипершаров с радиусами по расстояниям до k ближайшего соседа, показанного в табл.3.

Таблица 3 Анализ локаций близких к центру объектов

k	Плотность по (4)	Состав
2	16900, 14032	0.9560608661901703
3	16900, 14032, 14034	0.9564837449776940
4	16900, 14032, 14034, 14037	0.9570233132152044
5	16900, 14032, 14034, 14037, 16901	0.9570962818228951

Из анализа локаций объектов в гипершаре (см. табл.3) следует, что 5 ближайших к центру объектов находятся на равном от него удалении.

5 Заключение

Предложена методика анализа разнотипных данных в рамках выборки объектов с одним классом. Решена проблема предобработки данных для разделения объектов со сходными свойствами. Природа аномальных объектов исследовалась по плотности распределения в локальных областях фиксированного размера. Значение плотности и содержимое локальных областей позволяет выделить объекты с разными

степенями аномальности. Деление объектов на близкие по свойствам и аномальные рекомендуется использовать в задаче распознавания с двумя классами. Решения задачи распознавания по 2-м классам востребовано для мониторинга экологического состояния среды в режиме реального времени.

Литература

- [1] *Борисова И.А., Кутненко О.А.* Очистка данных от диагностических ошибок в признаковых пространствах большой размерности *Mathematical Biology and Bioinformatics*, – 2019. Т. 14. – №2. – С. 464–476. doi: <http://dx.doi.org/10.17537/2019.14.464>.
- [2] *Игнатьев Н.А., Турсунмуротов Д.Х.* Цензурирование обучающих выборок с использованием регуляризации отношений связности объектов классов *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, – 2024. – Т. 24. – №2. – С. 322–329. doi: <http://dx.doi.org/10.17586/2226-1494-2024-24-2-322-329>.
- [3] *Ahmed Fahim* An extended DBSCAN clustering algorithm *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, – 2022. Vol. 13. – №3. – С. 245–258. doi: <http://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2022.0130331>.
- [4] *Ванник В.Н.* Природа статистической теории обучения / Пер. с англ. — The nature of statistical learning theory — 2nd ed. – 2000. – 324 с.
- [5] *Vinod Kumar Chauhan, Kalpana Dahiya, Anuj Sharma* Problem formulations and solvers in linear SVM:a review *Artif Intell Rev*, – 2019. – Vol. 52. – С. 803–855. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s10462-018-9614-6>.
- [6] *Наврузов Э.Р.* О формировании баз прецедентов для решения задач информационной безопасности *Информатика. Информационная безопасность. Математика. Научный журнал. ВЕСТНИК РГГУ*, – 2022. – №3. – С. 66–84. doi: <http://dx.doi.org/10.28995/2686-679X-2022-3-66-84>.
- [7] *Игнатьев Н.А., Згуральская Е.Н.* Кластерный анализ с применением обучения на основе отношений связности и плотности распределения *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*, – 2024. – №68. – С. 66–74. doi: <http://dx.doi.org/10.17223/19988605/68/7>.
- [8] *Беккер Ж., Дэвис Ж.* Обучение на основе положительных и необозначенных данных: Опрос. 2020 / Пер. с англ. *Learning from positive and unlabeled data: A survey*. – 2020. – №109. – С. 719–760.

Поступила в редакцию 20.05.2025

UDC 004.4

ABOUT PROBLEMS WITH FINDING OUTLIERS IN A SINGLE-CLASS PROBLEM

Ignatiev N.A., Toshpulatov A.O.

n_ignatiev@rambler.ru

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek,

4, University str., Tashkent 100174, Uzbekistan.

Outlier detection is considered in a one-class classification problem. The challenges of detection are related to the choice of loss functions, optimization criteria, and transformations of various types of features. Examples are given from subject areas where such problems exist. The absence of clustering methods for outlier detection and the

possibility of their unambiguous interpretation are justified. The diversity of analysis options is related to the presence of uncertainties in selecting clustering parameters. As additional domain knowledge, an analysis of the environment's nature for outlier objects is provided. For this purpose, kernel density estimates of outliers are calculated over local areas of fixed size. A method is presented for determining the location of objects closest to the class center. The task of analyzing meteorological data for the city of Tashkent has been solved. To enable prompt response to environmental violations, a transition to solving a two-class classification problem is proposed. It is assumed that one class describes an acceptable state, while the other represents a deviation from environmental standards.

Keywords: loss functions, unsupervised learning, diverse data.

Citation: Ignatiev N.A., Toshpulatov A.O. 2025. About problems with finding outliers in a single-class problem. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 3(67): 125-132.

DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.3_67.2025.11.

HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS



ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 3(67) 2025

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л., Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатьев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Иманкулов Т.С. (Казахстан), Исмагилов И.И. (Россия),
Кабанихин С.И. (Россия), Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С.,
Мирзаев Н.М., Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б.,
Нуралиев Ф.М., Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С.,
Садуллаева Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А.,
Хамдамов Р.Х., Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия),
Шабозов М.Ш. (Таджикистан), Dimov I. (Болгария), Li Y. (США),
Mascagni M. (США), Min A. (Германия), Singh D. (Южная Корея),
Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарилов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 30.06.2025 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №5. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 3(67) 2025

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

Aloev R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L., Burnashev V.F.,
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),
Imankulov T.S. (Kazakhstan), Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia),
Karachik V.V. (Russia), Kurbonov N.M., Mamatov N.S.,
Mirzaev N.M., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova E.Sh., Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M.,
Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S., Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus),
Khayotov A.R., Khaldjigitov A., Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh.,
Chye En Un (Russia), Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA),
Mascagni M. (USA), Min A. (Germany), Singh D. (South Korea), Singh M. (South
Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 30.06.2025

Format 60x84 1/8. Order No. 5. Print run of 100 copies.

Содержание

Хужсайёров Б., Джиёнов Т.О., Эшдавлатов З.З.

Перенос вещества в элементе трещиновато-пористой среды с учетом эффекта памяти 5

Муминов У.Р.

Вырожденные отображения Лотки-Вольтерры и соответствующие им биграфы как дискретная модель эволюции взаимодействия двух вирусов 15

Хужсайёров Б.Х., Зокиров М.С.

Аномальная фильтрация жидкости в плоско-радиальной однородной пористой среде 28

Назирова Э.Ш., Карабаева Х.А.

Численное решение нелинейной задачи фильтрации грунтовых и напорных вод 37

Нормуродов Ч.Б., Тиловов М.А., Нормуродов Д.Ч.

Численное моделирование динамики амплитуды функции тока для плоского течения Пуазейля 53

Абдуллаева Г.Ш.

Построение алгебраически-гиперболического сплайна естественного натяжения восьмого порядка 67

Алоев Р.Д., Бердышев А.С., Нематова Д.Э.

Численное исследование устойчивости по Ляпунову противопоточной разностной схемы для квазилинейной гиперболической системы 83

Болтаев А.К., Пардаева О.Ф.

Об одной интерполяции функции натуральными сплайнами 97

Хаётов А.Р., Нафасов А.Ю.

Оптимальная интерполяционная формула с производной в гильбертовом пространстве 107

Шадиметов М.Х., Азамов С.С., Кобылов Х.М.

Оптимизация приближённых формул интегрирования для классов периодических функций 116

Игнатъев Н.А., Тошпулатов А.О.

О проблемах поиска выбросов в задаче с одним классом 125

Юлдашев С.У.

Тонкая настройка AlexNet для классификации форм крыш в Узбекистане: подход с использованием трансферного обучения 133

Contents

<i>Khuzhayorov B., Dzhiyanov T.O., Eshdavlatov Z.Z.</i>	
Anomalous solute transport in an element of a fractured-porous medium with memory effects	5
<i>Muminov U.R.</i>	
Degenerate Lotka-Volterra mappings and their corresponding bigraphs as a discrete model of the evolution of the interaction of two viruses	15
<i>Khuzhayorov B.Kh., Zokirov M.S.</i>	
Anomalous filtration of liquid in a plane-radial homogeneous porous medium . .	28
<i>Nazirova E., Karabaeva Kh.A.</i>	
Numerical solution of the nonlinear groundwater and pressurized water filtration problem	37
<i>Normurodov Ch.B., Tilovov M.A., Normurodov D.Ch.</i>	
Numerical modeling of the amplitude dynamics of the stream function for plane Poiseuille flow	53
<i>Abdullaeva G.Sh.</i>	
Construction of an algebraic-hyperbolic natural tension spline of eighth order . .	67
<i>Aloev R.D., Berdishev A.S., Nematova D.E.</i>	
Numerical study of Lyapunov stability of an upwind difference scheme for a quasilinear hyperbolic system	83
<i>Boltaev A.K., Pardaeva O.F.</i>	
On an interpolation of a function by natural splines	97
<i>Hayotov A.R., Nafasov A.Y.</i>	
On an optimal interpolation formula with derivative in a Hilbert space	107
<i>Shadimetov M.Kh., Azamov S.S., Kobilov H.M.</i>	
Optimization of approximate integration formulas for periodic function classes .	116
<i>Ignatiev N.A., Toshpulatov A.O.</i>	
About problems with finding outliers in a single-class problem	125
<i>Yuldashev S.U.</i>	
Fine-tuned AlexNet for roof shape classification in Uzbekistan: a transfer learning approach	133