

УДК 519.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В НЕОДНОРОДНЫХ ТЕЛАХ

Икрамов А.М.

ikramovaxmat@gmail.com

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
100174, Узбекистан, Ташкент, ул. Университетская, 4.

Численное моделирование является мощным инструментом для исследования подобных процессов, позволяющим учитывать сложную геометрию, неоднородность свойств и нестационарный характер тепловых полей. Современные вычислительные методы, обеспечивают высокую точность и устойчивость решений даже для сложных трехмерных задач. Актуальность исследования трехмерных нестационарных процессов теплопроводности в неоднородных телах обусловлена необходимостью оптимизации тепловых режимов в технических системах, повышения эффективности теплообмена и обеспечения надежности конструкций. В данной статье рассматриваются основные подходы к численному моделированию трехмерных нестационарных процессов теплопроводности в неоднородных телах. Исследуется неоднородная конструкция, в центре которой имеется полость в форме куба или изолированное включение из меди, и изучено влияние неоднородностей на распределение температурного поля.

Ключевые слова: теплопроводность, нестационарность, конечный элемент, узел, полость, включение, неоднородность.

Цитирование: *Икрамов А.М.* Численное моделирование трехмерных нестационарных процессов теплопроводности в неоднородных телах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2025. – № 1(63). – С. 99-107.

1 Введение

Теплопроводность является одним из ключевых процессов теплообмена, играющих важную роль в различных областях науки и техники, таких как материаловедение, энергетика, электроника и аэрокосмическая промышленность. В реальных условиях многие материалы и конструкции обладают неоднородными свойствами, что приводит к сложному распределению температуры и тепловых потоков в пространстве и времени. Изучение таких процессов требует разработки адекватных математических моделей и применения современных численных методов для их решения. Трехмерные нестационарные процессы теплопроводности в неоднородных телах представляют собой сложную задачу, когда в теле присутствуют включения или границы раздела с различными свойствами.

Теоретическое исследование процессов теплообмена в настоящее время в значительной степени базируется на их численном моделировании. Это стало возможным благодаря значительному прогрессу в развитии вычислительных методов решения задач для уравнений в частных производных и увеличению мощности современных компьютеров. Численное моделирование процессов теплообмена в настоящее время приобретает все более значительную роль в связи с тем, что для современной науки и техники необходим достоверный прогноз таких процессов.

Известно, что в стационарных задачах теплопроводности предполагается, что тело уже достигло устойчивого состояния, однако существуют также задачи, в которых необходимо учитывать временные изменения искомых величин [1–3]. В таких случаях часто возникает так называемый переходный период – промежуток времени от начала физического процесса до достижения устойчивого состояния. Кроме того, бывают задачи, где устойчивое состояние вообще не достигается, и весь процесс представляет собой непрерывное изменение, при котором переходный период охватывает весь временной интервал процесса. Исследуется неоднородная конструкция, в центре которой имеется включения из меди или изолированная полость в форме куба и изучено влияние неоднородностей на распределение температурного поля.

2 Постановка задачи

Многие физические задачи можно описать квазигармоническим дифференциальным уравнением, которое включает член с частной производной по времени [4–6]. Это приводит к нестационарному уравнению, учитывающему изменение физических величин во времени:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T), \quad (1)$$

где

$T = T(x, y, z, t)$ – температура;

$\rho(x, y, z)$ – плотность;

(x, y, z) – теплоёмкость;

$k(x, y, z)$ – коэффициент теплопроводности.

Для нахождения частного решения задачи теплопроводности (1) необходимо задать начальные условия:

– в момент времени t_0 :

$$T_0 = T(x, y, z, t_0). \quad (2)$$

Граничные условия:

– на части поверхности S_1 тела задана температура T_{s_1} :

$$T_{s_1} = T(x, y, z, t), \quad \forall (x, y, z) \in S_1, \quad (3)$$

где T_{s_1} – температура поверхности S_1 .

– на части поверхности S_2 тела задана температура T_{s_2} :

$$T_{s_2} = T(x, y, z, t), \quad \forall (x, y, z) \in S_2, \quad (4)$$

где T_{s_2} – температура поверхности S_2 .

3 Метод решения

Для получения конечно-элементного уравнения используется интегральную формулировку задачи. Интегрируем уравнение (1) по объему V имеем:

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V \nabla \cdot (k \nabla T) dV. \quad (5)$$

Применяем формулу Гаусса-Остроградского получим:

$$\int_V \nabla \cdot (k \nabla T) dV = \int_{\partial V} k \nabla T \cdot n dS - \int_V k \nabla T \cdot \nabla dV, \quad (6)$$

где n – направляющие косинусы.

Здесь первый интеграл по поверхности описывает граничные условия, а второй – основной член матричного уравнения. Интеграл (6) вычисляется с использованием численного интегрирования:

$$\begin{aligned} \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_S \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) dS - \\ - \int_V \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \right) dV. \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть рассматриваемая область V разбита на (e) конечные элементы, а температура $T(x, y, z, t)$ внутри элемента интерполируется через узловые значения [7, 8]: Так как $\{T\}$ вычисляется в средней точке временного интервала в этой точке также должен быть вычислен $\{T\}$:

$$T(x, y, z, t) \approx \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z) T_i(t), \quad (8)$$

где $N_i(x, y, z)$ – функции формы для данного конечного элемента, а $T_i(t)$ – температура в узлах, m – число узлов в элементе.

Частные производные выражаются следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial N_i}{\partial x} T_i, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial N_i}{\partial y} T_i, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial N_i}{\partial z} T_i. \quad (9)$$

Объемный интеграл $\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV$ в соотношении (7), заменяется на матричное уравнение посредством матрицы демпфирования $C \frac{\partial T}{\partial t}$, где

$$C_{ij} = \int_V \rho c N_i N_j dV. \quad (10)$$

Поверхностный интеграл $\int_S \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) dS$ в (7) учитывает теплообмен через границы элемента. Объемный интеграл

$$\int_V \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV,$$

определяет матрицу теплопроводности:

$$K_{ij} = \int_V \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV. \quad (11)$$

В результате формируется система уравнений:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + KT = 0. \quad (12)$$

Если конечный элемент (e) линейный тетраэдр, то его форма и свойства позволяют упростить вычисление интегралов, так как функции формы элемента линейны.

Рассмотрим подробно, процесс вычисления интегралов. Линейный тетраэдр в трехмерном пространстве определяется четырьмя узлами (x_i, y_i, z_i) ($i = 1, 2, 3, 4$), а температура внутри элемента интерполируется с помощью линейных функций формы:

$$T(x, y, z) = N_1T_1 + N_2T_2 + N_3T_3 + N_4T_4. \quad (13)$$

Функции формы $N_i(x, y, z)$ для тетраэдра выражаются как:

$$N_i(x, y, z) = \frac{1}{6V}(a_i + b_ix + c_iy + d_iz), \quad (14)$$

где коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i определяются через координаты узлов, а V – объём тетраэдра:

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}.$$

Частные производные функций формы: $\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{b_i}{6V}, \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{c_i}{6V}, \quad \frac{\partial N_i}{\partial z} = \frac{d_i}{6V}.$

Рассмотрим каждый член уравнения (11). При вычислении объемного интеграла (10) учитывается, что функции формы N_i линейны, а плотность и теплоемкость в элементе предполагаются постоянными. В связи с этим интеграл вычисляется аналитически:

$$C_{ij} = \rho c \int_V N_i N_j dV = \frac{\rho V}{20}(1 + \delta_{ij}). \quad (15)$$

Таким образом, матрица демпфирования имеет вид:

$$C = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Так как $\frac{\partial N_i}{\partial x}$ – постоянная величина в элементе, то интеграл (11) упрощается и записывается в явном виде: $K_{ij} = \frac{V}{6}(k_x b_i b_j + k_y c_i c_j + k_z d_i d_j).$

Таким образом, формируется система (12), которая решается методом Кранка-Николсона [9]. Это неявный численный метод второго порядка точности для решения нестационарных задач теплопроводности. Он представляет собой среднее между явной и неявной схемами и является устойчивым независимо от шага по времени Δt . Согласно методу Кранка-Николсона, производная по времени заменяется центральной разностью:

$$\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} \approx \frac{1}{2}(KT^{n+1} + KT^n).$$

Подставляя это соотношение в систему (12), имеем неявную схему:

$$(C + \frac{\Delta t}{2}K) T^{n+1} = (C - \frac{\Delta t}{2}K) T^n.$$

4 Результаты

Задача 1. Рассматривается нестационарная трехмерная задача распределения тепла в единичном кубе. Начальная температура тела $T_0 = 0^\circ C$. На боковых и нижней гранях куба поддерживается постоянная температура $0^\circ C$, а на верхней – $100^\circ C$. С учетом симметрии рассматривается $\frac{1}{4}$ часть тела (рис.1.а).

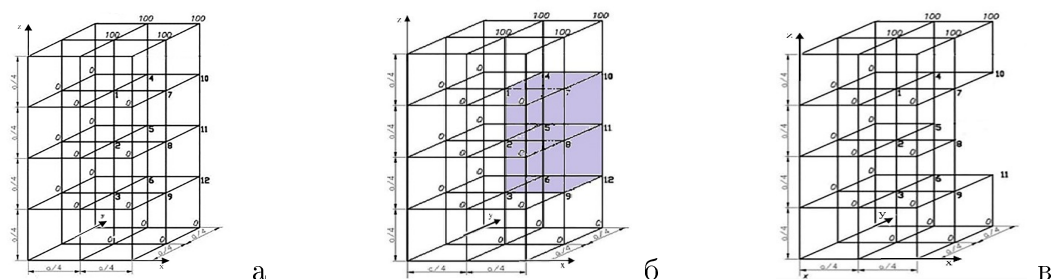


Рис. 1 $1/4$ часть пространственной сетки куба ($a=1\text{м.}$)

Теплофизические характеристики конструкции из стали:

$$k_x = k_y = k_z = 46 \text{кВ}/(\text{м} \cdot \text{град.}), \quad \rho = 7800 \text{кг}/\text{м}^3, \quad c = 460 \text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{град.}).$$

В табл.1 приведены значения температуры задачи для случая, когда материал является однородным при различных временных интервалах во внутренних центральных узлах по вертикали. По истечению времени температура по вертикали в центре куба возрастает, так как на боковых и нижней поверхности тела заданы нулевая температура. Динамика процесса представлена на рис.2, где прослеживается процесс нагревания центра куба по вертикали.

Таблица 1 Значения температуры по времени (сталь, $^{\circ}\text{C}$)

Номер узла	10 мин.	30 мин.	60 мин.	120 мин.
10	1.84	22.03	36.61	43.74
11	0.01	1.32	7.70	14.33
12	0.00	0.02	0.88	3.64

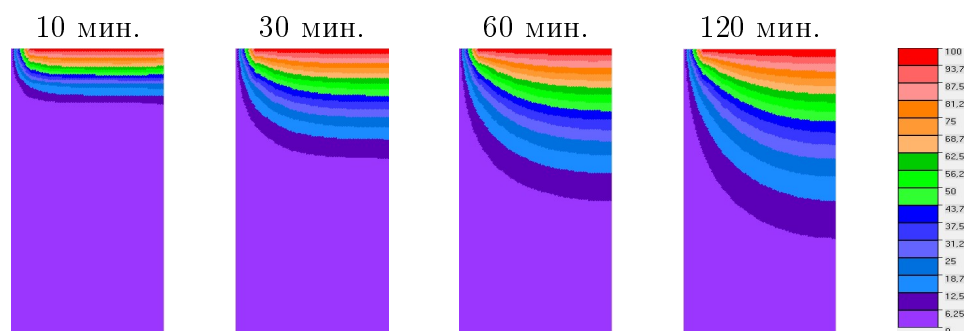


Рис. 2 Процесс распространения тепла в стальном кубе

Задача 2. Рассматривается нестационарная трехмерная задача распределения тепла в единичном кубе, из стали, в центре которого расположен меньший куб. Начальная температура тела $T_0 = 0^{\circ}\text{C}$. На боковых и нижней гранях куба поддерживается постоянная температура 0°C , а на верхней – 100°C . С учетом симметрии рассматривается $1/4$ часть тела (рис. 1.б). В табл.2 приведены значения температуры в единичном кубе из стали, в центре которого расположен меньший куб ($= 0.5 \text{ м.}$) из меди: $k_x = k_y = k_z = 384 \text{кВ}/(\text{м} \cdot \text{град.}), \quad \rho = 8800 \text{кг}/\text{м}^3, \quad c = 381 \text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{град.}).$

Так как теплопроводность меди значительно выше, чем у стали (в 8.3 раза), то температура увеличивается почти в два раза. Это означает, что медь значительно

быстрее поглощает тепло. Динамика процесса представлена на рис.3, где прослеживается процесс поглощения тепла, областью, занятой медью.

Таблица 2 Значения температуры по времени (сталь-медь, $^{\circ}C$)

Номер узла	10 мин	30 мин	60 мин	120 мин
10	1.51	15.62	24.09	28.45
11	0.08	4.183	10.83	15.34
12	0.01	1.34	5.94	9.95

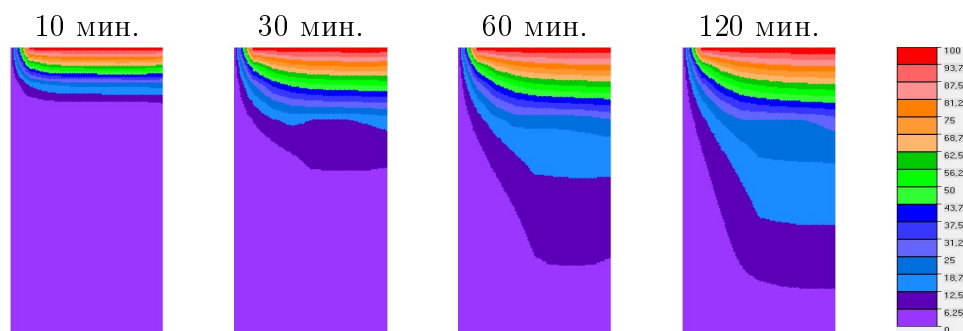


Рис. 3 Процесс распределения тепла в центральном сечении куба (комбинация сталь-медь, $^{\circ}C$)

Задача 3. Рассматривается нестационарная трехмерная задача распределения тепла в единичном кубе из стали, с центральной кубической полостью в центре. Начальная температура тела. На боковых и нижней гранях куба поддерживается постоянная температура $0^{\circ}C$, а на верхней - $100^{\circ}C$. С учетом симметрии рассматривается $\frac{1}{4}$ часть тела (рис.1.в). В табл. 3 представлены значения температуры в кубе с центральной кубической полостью. Тепло распространяется в окрестности области, где задана начальная температура, так как внутренняя часть конструкции изолирована (рис.4.). По истечению времени тепло концентрируется над полостью, а температура нижней части полости остается нулевой [10, 11].

Таблица 3 Значения температуры в кубе с полостью, $^{\circ}C$

Номер узла	10 мин.	30 мин.	60 мин.	120 мин.
10	3.197	42.963	66.478	72.917
12	1.267E-8	6.929E-5	0.020	0.217

Сравнительный анализ распределение температуры при 120 мин. приведен на рис.5.

На этих рисунках можно проследить процесс изменение температурного поля в центральном сечении конструкции, в зависимости от расположения медного включения или изолированной полости в центре конструкции. Результаты показывают, как неоднородности в материале влияют на распределение температуры, а также демонстрирует, влияние заданной на верхней грани температуры в $100^{\circ}C$ на общую картину теплопроводности и тепловые потоки внутри куба.

На рис. 6 а, б приведены графики изменения температуры при $t = 120$ мин., где можно наблюдать влияние медного включения и полости на изменение температуры

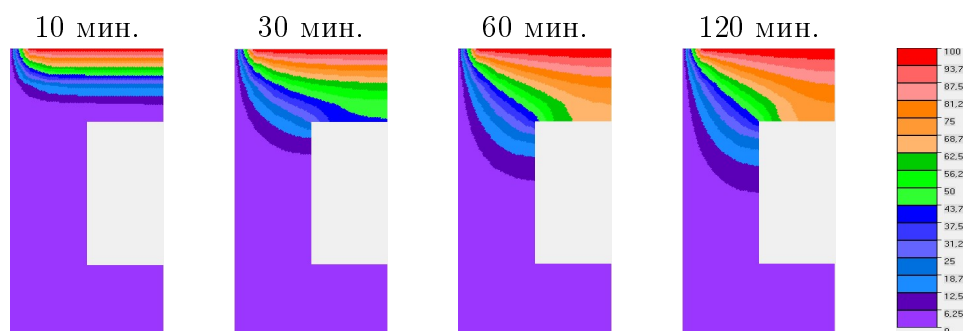


Рис. 4 Распределение тепла в центральном сечении стальной конструкции полостью ($^{\circ}\text{C}$)

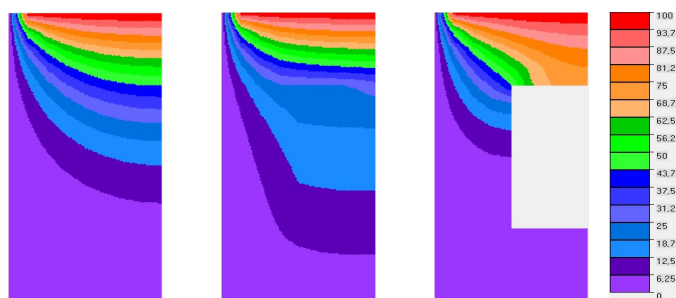


Рис. 5 Распределение температуры при 120 мин.

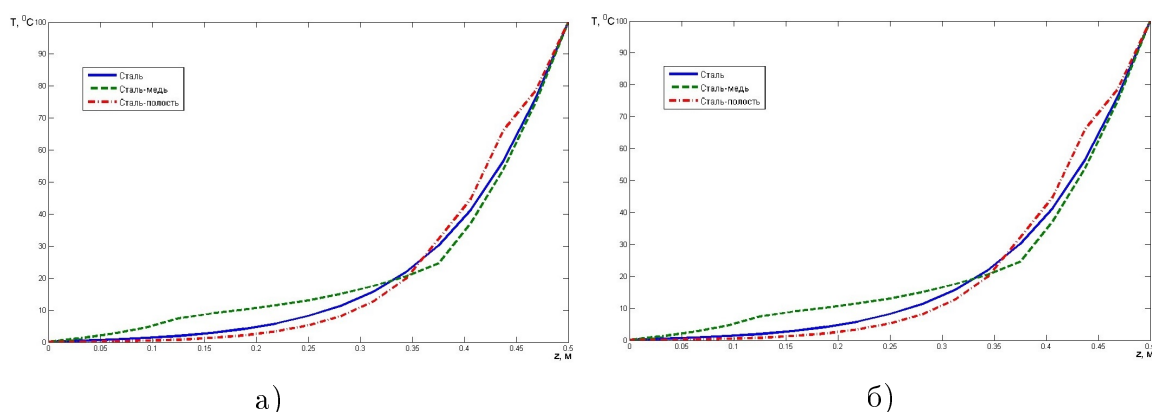


Рис. 6 Графики изменения температуры при $t_k = 120$ мин.

по двум вертикалям ($x = 0.5$; $y = 0.25$; $0 \leq z \leq 1.0$) и ($x = 0.25$; $y = 0.5$; $0 \leq z \leq 1.0$).

Анализ этих результатов позволяет сделать выводы о том, как фактор геометрии включений материалов, влияет на термические процессы в неоднородных телах.

5 Заключение

В статье представлена математическая постановка трехмерной нестационарной задачи теплопроводности, основанная на МКЭ. Разработана численная модель для решения задачи о распределении тепла в однородном кубе, все грани которого имеют постоянную температуру 0°C , за исключением одной верхней грани, которая поддерживается при температуре 100°C . В ходе исследования рассматривается влияние медного включения или изолированной полости в форме куба, расположенной в центре конструкции, на распределение тепла. Анализируется, как эти неоднородности

вливают на температурное поле в конструкции, что позволяет глубже понять термические процессы и их динамику в неоднородных материалах. Данные результаты могут быть полезны для практического применения в инженерных задачах, связанных с теплообменом и проектированием термоуправляющих систем.

Литература

- [1] Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., – 1964. – 488 с.
- [2] Пыхалов А.А., Милов А.Е. ИргТУ, – 2007. – 192 с.
- [3] Юдаев Б.Н. Теплопередача. М.: Высшая. школа, – 1981. – 319 с.
- [4] Polatov A.M., Ikramov A.M., Jumaniyozov S.P., Sapaev Sh.O. Computer simulation of two-dimensional unsteady-state heat conduction problems for inhomogeneous bodies by the FEM Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technology (MPAMIT 2021). AIP Conference Proceedings 2781, 020019 (2023); <https://doi.org/10.1063/5.0144813> Published by AIP Publishing.
- [5] Ikramov A.M., Polatov A.M. Finite Element Modeling of Nonstationary Problems of Heat Conduction under Complex Heat Transfer | Конечно-элементное моделирование нестационарных задач теплопроводности при сложном теплообмене. Bulletin of Irkutsk State University, Series Mathematics, – 2023. 45, – P. 104–120.
- [6] Ikramov A., Polatov A., Pulatov S., Zhumaniyozov S. Computer Simulation of Two Dimensional Nonstationary Problems of Heat Conduction for Composite Materials Using the FEM. AIP Conference Proceedings, – 2022. 2637, 040006.
- [7] Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
- [8] Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, – 1986. – 318 с.
- [9] Polatov A.M., Ikramov A.M., Razmukhamedov D.D. Finite element modeling of multiplyconnected three-dimensional areas. Advances in Computational Design, – 2020. 5(3), – P. 277–289.
- [10] Mitchell A.R., Griffiths D.F. The Finite Difference Method in Partial Differential Equations. Wiley, – 1980. – 267 p.
- [11] Polatov A., Gaynazarov S., Ikramov A., Jumaniyozov S. Algorithms for Constructing a Finite Element Mesh of Compound Domains. AIP Conference Proceedings, – 2024. 3004(1), 060016.

Поступила в редакцию 30.01.2025

UDC 519.6

NUMERICAL MODELING OF THREE-DIMENSIONAL UNSTEADY HEAT CONDUCTION PROCESSES IN INHOMOGENEOUS BODIES

Ikramov A.M.

ikramovaxmat@gmail.com

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek,
4, University str., Tashkent 100174, Uzbekistan.

Numerical modelling is a powerful tool for the study of such processes, allowing to take into account complex geometry, inhomogeneity of properties and non-stationary nature

of thermal fields. Modern computational methods provide high accuracy and stability of solutions even for complex three-dimensional problems. The relevance of the study of three-dimensional unsteady heat conduction processes in inhomogeneous bodies is due to the need to optimise thermal regimes in technical systems, improve the efficiency of heat exchange and ensure the reliability of structures. In this article the main approaches to numerical modelling of three-dimensional non-stationary heat conduction processes in inhomogeneous bodies are considered. An inhomogeneous structure with a cube-shaped cavity or an insulated copper inclusion in its centre is studied, and the influence of inhomogeneities on the temperature field distribution is investigated.

Keywords: thermal conductivity, nonstationarity, finite element, node, cavity, inclusion, heterogeneity.

Citation: Ikramov A.M. 2025. Numerical modeling of three-dimensional unsteady heat conduction processes in inhomogeneous bodies. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 1(63):99-107.

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 1(63) 2025

Журнал основан в 2015 году.

Издается 6 раз в год.

Учредитель:

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и
искусственного интеллекта.

Главный редактор:

Равшанов Н.

Заместители главного редактора:

Азамов А.А., Арипов М.М., Шадиметов Х.М.

Ответственный секретарь:

Ахмедов Д.Д.

Редакционный совет:

Алоев Р.Д., Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), Арушанов М.Л., Бурнашев В.Ф.,
Загребина С.А. (Россия), Задорин А.И. (Россия), Игнатъев Н.А.,
Ильин В.П. (Россия), Исмагилов И.И. (Россия), Кабанихин С.И. (Россия),
Карачик В.В. (Россия), Курбонов Н.М., Маматов Н.С., Мирзаев Н.М.,
Мухамадиев А.Ш., Назирова Э.Ш., Нормуродов Ч.Б., Нуралиев Ф.М.,
Опанасенко В.Н. (Украина), Расулмухамедов М.М., Расулов А.С., Садуллаева
Ш.А., Старовойтов В.В. (Беларусь), Хаётов А.Р., Халджигитов А., Хамдамов Р.Х.,
Хужаев И.К., Хужаеров Б.Х., Чье Ен Ун (Россия), Шабозов М.Ш. (Таджикистан),
Dimov I. (Болгария), Li Y. (США), Mascagni M. (США), Min A. (Германия),
Schaumburg H. (Германия), Singh D. (Южная Корея), Singh M. (Южная Корея).

Журнал зарегистрирован в Агентстве информации и массовых коммуникаций при
Администрации Президента Республики Узбекистан.

Регистрационное свидетельство №0856 от 5 августа 2015 года.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

За точность фактов и достоверность информации ответственность несут авторы.

Адрес редакции:

100125, г. Ташкент, м-в. Буз-2, 17А.

Тел.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

Э-почта: journals@airi.uz.

Веб-сайт: <https://journals.airi.uz>.

Дизайн и вёрстка:

Шарилов Х.Д.

Отпечатано в типографии НИИ РЦТИИ.

Подписано в печать 28.02.2025 г.

Формат 60x84 1/8. Заказ №1. Тираж 100 экз.

PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

No. 1(63) 2025

The journal was established in 2015.
6 issues are published per year.

Founder:

Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute.

Editor-in-Chief:

Ravshanov N.

Deputy Editors:

Azamov A.A., Aripov M.M., Shadimetov Kh.M.

Executive Secretary:

Akhmedov D.D.

Editorial Council:

Aloev R.D., Amirgaliev E.N. (Kazakhstan), Arushanov M.L., Burnashev V.F.,
Zagrebina S.A. (Russia), Zadorin A.I. (Russia), Ignatiev N.A., Ilyin V.P. (Russia),
Ismagilov I.I. (Russia), Kabanikhin S.I. (Russia), Karachik V.V. (Russia), Kurbonov
N.M., Mamatov N.S., Mirzaev N.M., Mukhamadiev A.Sh., Nazirova E.Sh.,
Normurodov Ch.B., Nuraliev F.M., Opanasenko V.N. (Ukraine), Rasulov A.S.,
Sadullaeva Sh.A., Starovoitov V.V. (Belarus), Khayotov A.R., Khaldjigitov A.,
Khamdamov R.Kh., Khujaev I.K., Khujayorov B.Kh., Chye En Un (Russia),
Shabozov M.Sh. (Tajikistan), Dimov I. (Bulgaria), Li Y. (USA), Mascagni M. (USA),
Min A. (Germany), Schaumburg H. (Germany), Singh D. (South Korea),
Singh M. (South Korea).

The journal is registered by Agency of Information and Mass Communications under the
Administration of the President of the Republic of Uzbekistan.

The registration certificate No. 0856 of 5 August 2015.

ISSN 2181-8460, eISSN 2181-046X

At a reprint of materials the reference to the journal is obligatory.

Authors are responsible for the accuracy of the facts and reliability of the information.

Address:

100125, Tashkent, Buz-2, 17A.

Tel.: +(998) 712-319-253, 712-319-249.

E-mail: journals@airi.uz.

Web-site: <https://journals.airi.uz>.

Layout design:

Sharipov Kh.D.

DTAIDRI printing office.

Signed for print 28.02.2025

Format 60x84 1/8. Order No. 1. Printed copies 100.

Содержание

Алимова Н.Б., Паровик Р.И.

Осциллятор ФитцХью-Нагумо с переменной наследственностью и внешним воздействием 5

Хакназарова Д., Садуллаев С., Муродуллаев Б.

Численное моделирование процесса геофильтрации на орошаемых землях с учетом физических факторов 17

Набиева И.С.

Численное моделирование переноса и диффузии загрязняющих частиц с учетом характеристик воздушного потока и температуры 27

Равшанов Н., Садуллаев С., Шадманова К.У., Журабаев Х.А.

Исследование и анализ математических моделей процессов фильтрации подземных вод в многослойных неоднородных пористых средах 41

Таштемирова Н.

Математическая модель и численный алгоритм для исследования процесса распространения пылевых и мелкодисперсных аэрозолей в атмосфере 57

Боборахимов Б.И.

Численное моделирование турбулентного переноса примесей в пространственно неоднородной среде атмосферы 77

Икрамов А.М.

Численное моделирование трехмерных нестационарных процессов теплопроводности в неоднородных телах 99

Каюмов А.А., Искандарова Ш.Б.

Численное исследование влияния моментов на изгиб пластины при нестационарном нагружении 108

Бердимуратов М.Б.

Сравнительный анализ оценки неизвестных параметров гамма-распределения с цензурированными справа данными в неполных статистических моделях . 116

Contents

Alimova N.B., Parovik R.I.

FitzHugh-Nagumo oscillator with variable heredity and external forcing 5

Haknazarova D., Sadullaev S., Murodullaev B.

Numerical modeling of the geofiltration process on irrigated lands taking into account physical factors 17

Nabieva I.S.

Numerical modeling of the transport and diffusion of pollutant particles taking into account airflow characteristics and temperature 27

Ravshanov N., Sadullayev S., Shadmanova K.U., Jurabaev Kh.A.

Study and analysis of mathematical models of groundwater filtration processes in multilayer heterogeneous porous media 41

Tashtemirova N.

Mathematical model and numerical algorithm for studying the process of dispersion of dust and fine aerosols in the atmosphere 57

Boborakhimov B.I.

Numerical modeling of turbulent transport of impurities in a spatially inhomogeneous atmospheric environment 77

Ikramov A.M.

Numerical modeling of three-dimensional unsteady heat conduction processes in inhomogeneous bodies 99

Kayumov A.A., Iskandarova Sh.B.

Numerical study of the influence of moments on plate bending under transient loading 108

Berdimuradov M.B.

Comparative analysis of unknown parameter estimation of the gamma distribution with right-censored data in incomplete statistical models 116

HISOBLASH VA AMALIY MATEMATIKA MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
PROBLEMS OF COMPUTATIONAL
AND APPLIED MATHEMATICS

